LES による流体音の予測*

(第1報, 二次元円柱からの放射音)

加藤 千幸^{*1}, 高野 靖^{*1}, 飯田 明由^{*1}
藤田 肇^{*2}, 池川 昌弘^{*1}

Numerical Prediction of Aerodynamic Sound by Large Eddy Simulation

(1st Report, Aerodynamic Sound Radiated From Two-Dimensional Circular Cylinder)

Chisachi KATO, Yasushi TAKANO, Akiyoshi IIDA,
Hajime FUJITA and Masahiro IKEGAWA

Aerodynamic sound radiated from the low-Mach-number turbulent wake of a circular cylinder has been numerically predicted by the following two-step approach. First, the three-dimensional unsteady incompressible Navier-Stokes equations are solved by the large eddy simulation (LES) technique using a streamline upwind finite-element method. The far-field sound pressure is then calculated from the fluctuating surface pressure on the cylinder, based on Curle's equation. A sophisticated method has been proposed for computing the *SPL* radiated from the entire span of the cylinder using the surface pressure fluctuation obtained in a small spanwise computational domain. The method takes the effects of random phase shift of the surface pressure fluctuation into account. The predicted *SPL* is compared with the measured value. Fairly good agreement has been achieved between the predicted and measured *SPL*'s for the peak spectrum intensity and the frequency dependency of the sound pressure level up to about ten times higher than the peak frequency.

Key Words: Aerodynamic Acoustics, Turbulent Flow, Computational Fluid Dynamics, Finite-Element Method, Numerical Analysis, Large Eddy Simulation, Dipole Source, Far-Field Sound, Sound Pressure Spectrum, Low-Mach-Number Flow

1. 緒 言

新幹線車両, 高速エレベータ, 空冷コンピュータ等多くの流体関連機器において, 風切り音などの流体騒音を低減することが重要な技術課題となっており, 流体騒音の予測ツールとして, 数値シミュレーションが大きな期待を集めている。一方, 最近の数値流体力学の進歩には目覚ましいものがあり, 高次の上流差分法⁽¹⁾⁽²⁾や, Large Eddy Simulation (LES)⁽³⁾⁽⁴⁾による流体音の予測も試みられているが, これらの予測技術は流体音圧スペクトルの定量的予測ができるレベルには至っていない。本研究の最終的な目標は, 低マッハ数の流れの中に置かれた任意形状物体から放射される流体音圧スペクトルを定量的に予測する手法を開発し, 流体関連機器の静音化に資することにある。

これまで LES の適用はおもにチャネル流等の比較的単純流路の解析に限られていたが, 著者らは独自の有限要素法スキーム⁽⁵⁾を開発することにより, 二次元円柱の Near Wake の LES 計算を行い, 円柱に働く時間平均圧力や変動揚力を定量的に予測することが可

能であることを示した。本論文では, LES 計算により得られた円柱表面圧力変動を用いて, Lighthill-Curle の式に基づいて円柱からの放射音の予測を試みた結果について報告する。特に, 本研究では物体からの音響放射効率に大きな影響を及ぼす, 表面圧力変動の位相差を相関解析を用いて考慮することにより音圧スペクトルの予測精度の改善を図っている。

おもな記号

- a : 静止流体中の音速
- C : スマゴリンスキー定数
- C_p : 圧力係数 $= 2(p - p_\infty) / \rho u_\infty^2$
- D : 円柱の直径
- f : 周波数
- L : 円柱のスパン長
- $L_c(f)$: 等価相関長
- L_s : 計算領域のスパン方向の長さ
- n_i : 円柱表面における外向き単位法線ベクトル
- p : 流体の圧力
- p_∞ : 一様流の圧力
- p_a : 遠距離場の音圧
- r : 音源点と観測点との間の距離
- Re : レイノルズ数 $= u_\infty D / \nu$

* 原稿受付 平成5年4月12日。

^{*1} 正員, (株)日立製作所機械研究所 (〒300 土浦市神立町502)。

^{*2} 正員, 東京工業大学 (〒152 東京都目黒区大岡山2-12-1)。

- S : 円柱表面
 SPL : 音圧レベル
 t : 時間
 T_{ij} : Lighthill の流体音響テンソル
 u_i : x_i 方向の流速成分
 u, v, w : 主流方向流速, 横断方向流速, スパン方向流速
 u_∞ : 一様流速度
 x_i : 空間直交座標, あるいは観測点位置
 x, y, z : 主流方向座標, 横断方向座標, スパン方向座標
 y_i : 音源点位置
 V : 音源領域
 $\gamma(f, z)$: 表面圧力変動のコヒーレンス関数
 δ_{ij} : クロネッカのデルタ
 Δ : 要素の代表長さ = (要素体積)^{1/3}
 μ_{ij} : 粘性応力テンソル
 ρ : 密度
 ν : 動粘性係数
 ν_{SGS} : サブグリッドスケールの渦動粘性係数
 上付き添字
 $\bar{\cdot}$: グリッドスケールの値
 $\overline{\cdot}$: サブグリッドスケールの値

2. 解析方法

2.1 解析方法の概要 代表的な流体音として, 図1に示すような低マッハ数の一様流中に置かれた円柱から放射される流体音の解析を考える。円柱直径 D および一様流速度 u_∞ を基準としたレイノルズ数 Re は 1×10^4 であり, また一様流速度に対するマッハ数 M_∞ は 0.044 である。本研究では, 円柱表面からの境界層はく離を完全な層流はく離状態に保つために, 乱流としては比較的低いレイノルズ数の流れを考える。周知のようにレイノルズ数 Re が約 3×10^5 を超えると, 円柱表面上の境界層において乱流遷移が起るため, 遷移過程では非常に微細な渦が支配的な役目を果たすようになる。この微細な渦の挙動を, 後流中の比較的大規模なはく離渦の挙動とともに高精度に解析することは困難である。

さて, 流体音は理論的には圧縮性を考慮した非定常ナビエ・ストークス方程式により求めることが可能である。しかし, 上記のような低マッハ数の流れ場においては, 極めて微弱な圧力変動である音波の伝ばをとらえるために膨大な数の空間メッシュ点が必要となるためこのようなアプローチは工学的ではない。そこで, まず音源となる円柱近傍の渦の挙動を非定常乱流解析

(LES)により求め, 次いで流体音の伝ばを波動方程式により計算するというアプローチをとる。一般に, 低マッハ数の流れ場では音波の伝搬に伴う密度変動は微小であるので, LES計算では流体の圧縮性は考慮しない⁶⁾。

具体的な流体音源の計算方法としては, 物体表面圧力変動によるもの⁷⁾と音源領域の渦度・速度の積分によるもの⁸⁾とがあるが, 本研究では比較の数値的取扱いが容易である物体表面圧力変動より流体音の計算を行う。

2.2 LES 計算の基礎式と数値解法 図2に示した解析領域において LES 計算を行い, 流体音源項となる円柱表面の圧力変動を計算する。理想的には, LES の解析領域は円柱の全スパンをカバーするのが望ましいが, ここでは計算機容量ならびに計算時間の制約より, スパン方向に円柱の直径の2倍の解析領域を設定した。LES の解析領域において得られた表面圧力変動を用いて円柱の全スパンから放射される流体音圧スペクトルを計算する方法については2.3節で詳述する。

LES 計算の基礎式はフィルタ平均化操作を施した非圧縮性ナビエ・ストークス方程式と連続の式であり, 総和規約を用いて以下のように表される。

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{u}_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{u}_i \bar{u}_j = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \overline{u'_i u'_j} \right\} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに, $\bar{u}_i$, $\bar{p}$ はそれぞれグリッドスケールの流速成分, 圧力を表し, ρ は流体の密度, ν は流体の動粘性係数を表す。サブグリッドスケールのレイノルズ応力は Smagorinsky モデル⁹⁾により計算する。すなわち,

$$-\overline{u'_i u'_j} + \frac{1}{3} \delta_{ij} \overline{u'_k u'_k} = \nu_{SGS} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \dots\dots\dots (3)$$

$$\nu_{SGS} = (C\Delta)^2 (2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij})^{0.5}; \quad \bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \dots\dots\dots (4)$$

図1 計算モデル

図2 LES計算の解析領域と境界条件

ここに、 Δ は各要素の体積から計算される要素の代表寸法である。また、 C はSmagorinsky定数であり本研究ではFree Shear Flowにおいて一般に推奨されている値0.15を用いてLES計算を行う。

LES計算に用いる境界条件は以下のとおりである。すなわち、円柱中心から $5D$ 上流に流入境界を設定し一様流を与える。また、円柱中心から $15D$ 下流に流出境界を設定し自由流出の条件を設定する。横断方向の流路境界($y=\pm 5D$)においても、流路壁による閉そく効果が生じないように自由流出の条件を設定する。これらの境界の位置ならびに境界条件は、円柱表面の圧力変動に影響を及ぼさないことが予備計算により確認されている。一方、スパン方向の境界面では、円柱表面圧力変動のスパン方向の相関に与える影響を最小限に抑えるために、スリップ壁の条件を課す。最後に円柱表面では単純にノースリップの条件を課す。

上述のように、レイノルズ数 Re が 1×10^4 の円柱周りの流れでは、円柱近傍の後流中で乱流遷移が起こる。この乱流遷移の簡単なモデルとして、円柱近傍では式(4)から計算される渦動粘性係数 ν_{SGS} の値を円柱表面からの距離に応じて減衰させた。渦動粘性係数を減衰させる範囲は、後流中の乱れの成長に関する実験結果⁽¹⁰⁾や著者等のグループで行った可視化実験などの結果を参考に、円柱表面から $0.2D$ 以内とする。

LES解析では大規模な乱流渦を直接計算するため、数値粘性の少ない離散化手法を用いる必要がある。本研究では時間・空間の離散化手法として著者らが開発した上流化有限要素法⁽⁵⁾を用いる。数値解析法の詳細はすでに報告してあるので⁽⁵⁾、ここではその概要を簡単に説明する。

まず、ナビエ・ストークス方程式(1)を時間に関してオイラー陽解法により離散化する。その際、時間ステップおよび局所流速の積に比例する上流化項を付加することにより、数値粘性の導入を除去しつつ、かつ、高レイノルズ数流れの解析に対する数値解の安定性を確保する。上流化は実際にはガラーキン有限要素法の重み関数の修正として定式化される。ところで、式

(1)を積分して求まる流速は連続の式(2)を満足しない。ここでは、ABMAC法⁽¹¹⁾に準拠した速度・圧力同時緩和法により連続の式を満足させてから次の時間ステップの計算へ進む。数値解法の詳細は文献(5)を参照されたい。

2.3 表面圧力変動の位相差を考慮した音場の計算方法 物体などの境界が流れの中に存在する場合の流体音はCurleの式(5)により計算される⁽⁶⁾⁽⁷⁾。

$$p_a = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_V \frac{T_{ij}(y, t-r/a)}{r} d^3y - \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x_i} \int_S \frac{n_i p(y, t-r/a)}{r} dS \dots \dots \dots (5)$$

ここに、 a は静止流体中の音速、 p_a は遠距離場における音圧、 T_{ij} はLighthillの音響テンソルであり、また、 x_i は観測点座標、 y は音源点位置、 n_i は境界面における外向き単位法線ベクトル、 r は観測点と音源点との間の距離、 S は物体境界をそれぞれ表す。一般に、低マッハ数の流れ場では、式(5)の右辺第1項(四重極音源項)は、第2項(二重極音源項)に比べて無視できる⁽⁷⁾。さらに、観測点が放射される音波の波長に対して十分遠方にあり、かつ、物体の寸法が音波の波長に比べて小さい場合には、二重極音源項の空間微分は時間微分に置換され次式のように簡略化される。

$$p_a = \frac{1}{4\pi a} \frac{x_i}{r^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_S n_i p(y, t-\frac{r}{a}) dS \dots \dots \dots (6)$$

ここに、 r は物体中心と観測点間の距離を表す。したがって、LES計算により円柱表面の圧力変動 $p(t)$ が求まれば、基本的には上式(6)により、放射される流体音を計算することができる。

さて、LES解析により得られた、円柱の一部分の表面圧力変動を用いて円柱全体からの放射音を求めるためには、解析領域外の圧力変動の強度ならびに位相を推定する必要がある。この場合、最も単純にはすべてのスパン方向位置においてまったく同じ強度・位相をもった圧力変動が生じていると仮定することができる。圧力変動の強度に関しては、端板上に発達する境界層の影響を受ける円柱の両端近傍を除けばこの仮定は恐らく妥当であるが、その位相に関しては必ずしも妥当な仮定であるとはいえない。特に、大規模渦以外の乱流渦挙動に起因する圧力変動は、円柱の各スパン位置においてまったくランダムな位相をもっている可能性が強く、この位相差を考慮しないと全スパンからの流体音圧スペクトルを過大評価する危険性がある。実際、表面圧力変動の位相差を考慮しなかった場合、高周波領域の流体音圧スペクトルは実験値よりも14 dBも高く計算された⁽⁴⁾。本研究では次のような方法に

よりこの位相差を考慮する。すなわち、各周波数 f に対して、スパン方向に距離 z だけ離れた円柱表面 2 点の圧力変動のコヒーレンス関数 $\gamma(f, z)$ を計算し、コヒーレンス関数の値が 0.5 になるスパン長を等価相関長 $L_c(f)$ と定義し、次式(7・a)～(7・c)により全スパンからの放射音圧レベル $SPL(f)$ を求める。

$$\begin{aligned} \text{If } L_c(f) \leq L_s; \\ SPL(f) = SPL_s(f) + 10 \log (L/L_s) \\ \dots\dots\dots (7\cdot a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{If } L_s \leq L_c(f) \leq L; \\ SPL(f) = SPL_s(f) + 20 \log \{L_c(f)/L_s\} \\ + 10 \log \{L/L_c(f)\} \dots\dots\dots (7\cdot b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{If } L \leq L_c(f); \\ SPL(f) = SPL_s(f) + 20 \log (L/L_s) \\ \dots\dots\dots (7\cdot c) \end{aligned}$$

ここに、 $SPL_s(f)$ は解析領域の表面圧力変動を用いて式(6)により直接計算される流体音圧レベルを表し、また、 L, L_s はそれぞれ、円柱の全スパン長、解析領域のスパン長を表す。式(7・a)～(7・c)のもつ物理的な意味は以下のとおりである。すなわち、等価相関長 $L_c(f)$ が解析領域のスパン長 L_s より短い周波数 f においては [式(7・a)の場合]、解析領域外の圧力変動は解析領域内の圧力変動と無相関に生じているものと仮定できる。したがって、円柱の全スパンからの放射音圧レベルは解析領域からの放射音圧レベルのエネルギー和 $[10 \log (L/L_s)]$ として計算される。逆に、等価相関長 $L_c(f)$ が円柱の全スパン長 L より長い周波数 f においては [式(7・c)の場合]、円柱の全スパンにおいて解析領域内の圧力変動と同位相の圧力変動が生じているものと仮定できる。したがって、円柱の全スパンからの放射音圧レベルは解析領域からの放射音圧レベルの振幅和 $[20 \log (L/L_s)]$ として計算される。また、等価相関長 $L_c(f)$ が解析領域のスパン長 L_s より長く円柱の全スパン長 L より短い周波数 f においては [式

(7・b)の場合]、等価相関長 $L_c(f)$ までは振幅和をとり、それ以上離れたスパン位置ではエネルギー和をとることにより物体の全スパンからの放射音圧レベルが計算される。コヒーレンス関数 $\gamma(f, z)$ は具体的には、スパン方向に距離 z だけ離れた円柱表面 2 点の圧力変動のクロススペクトルを積算平均することにより計算する。また、解析領域内でコヒーレンス関数 $\gamma(f, z)$ の値が 0.5 以下とならない場合には、図 3 に示すように、解析領域の端におけるコヒーレンス関数の値 $\gamma(f, L_s)$ を用いて等価相関長 $L_c(f)$ を外挿することにする。

3. 解析結果

3.1 LES により計算された円柱周りの乱流場

2.3 節で説明した計算方法により、流速 15 m/s の一様流中におかれた直径 10 mm、スパン長 500 mm の円柱から放射される流体音を計算し、当所の低騒音風洞⁽¹²⁾ で測定した実験値と比較・検討した結果について述べる。流体音の計算位置は円柱の真横 1 m 離れたところである。前述のように、円柱直径 D を基準としたレイノルズ数 Re は 1.0×10^4 であり、また一様流速度に対するマッハ数 M_∞ は 0.044 である。LES 解析に用いた有限要素メッシュのスパン方向断面図を図 4 に示す。スパン方向の要素寸法は $0.2D$ であり、スパン方向の分割数は 10 とした。要素としては 8 節点六面体一次要素を用い、流速を節点で定義し、圧力 p 、サブグリッドスケールの渦動粘性係数 ν_{SGS} 、および同時反復法で用いる発散の値はすべて要素内一定として計算した。

円柱周りの要素分割数は、円柱の周方向に 80、半径方向に 50 とした。円柱表面のメッシュの半径方向寸法は $0.005D$ であり、はく離点付近において境界層内に 5～7 要素が入っていることになる。また、円柱表面の周方向のメッシュ寸法は平均して $0.04D$ 程度であり、

図 3 等価相関長 $L_c(f)$ の計算方法

図 4 LES 計算に用いた有限要素分割 (スパン方向断面図)

はく離点付近で特に細かくするように分割した。一方、後流域における主流方向のメッシュ寸法は $0.375D$ (一定) であり、それと直角方向は $0.4D$ (平均) である。LES 解析に用いた総要素数は 46 750 であり、1 時間ステップの積分に当所のスーパーコンピュータ S 810/20 (630 MFLOPS) を用いて約 5 s の計算時間を要した。積分の時間ステップは、円柱直径 D および一様流速 u_∞ に基づいた無次元時間にして 0.005 であり、流れ場が統計的に定常状態に達したと判断された後、計 26 000 時間ステップの解析を行い、円柱表面の圧力変動を計算した。LES 解析の詳細は文献(13)を参照されたい。

まず、LES 解析においてマーカー粒子により可視化された、円柱近傍の後流構造を図 5 に示す。三次元的にねじれた大規模渦に微小な乱流渦が重畳した複雑な乱流構造が認められる。

LES 計算の精度を確認するために、円柱表面圧力の時間平均値を実験値⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾と比較した結果を図 6 に示す。LES 計算の結果はスパン方向にも平均化されている。LES 計算で得られた円柱表面圧力の時間平均値は、円柱後縁近傍を除いて実験値とよく一致している。円柱後縁近傍の平均圧力のわずかな差は、実験と解析とのレイノルズ数の違いによるものと考えられる。すな

図 5 マーカーにより可視化された円柱近傍の後流構造

わち、実験のレイノルズ数は解析のそれより約 1 オーダ高く、このため実験では円柱後縁近傍の渦混合がより激しくなり、平均圧力が解析より低下したものと思われる。LES 解析により得られた、円柱に働く時間平均抗力係数 C_D 、および、渦放出のストローハル数 St は、それぞれ 1.15 および 0.20 でありともに実験値⁽¹⁶⁾とよく一致している。

スパン方向の一断面における、瞬時の典型的な圧力分布、ならびに、スパン方向流速分布をそれぞれ図 7, 8 に示す。図 8 に示されている円柱背後の微細な乱流構造は、この領域において乱流遷移に起因した激しい三次元渦混合が起こっていることを示唆している。このために大規模乱流渦の強度は円柱の後方で急激に減衰していることが予想される。

流体音の発生は、流れの中の渦の非定常運動に起因している。したがって、流体音圧スペクトルを定量的に予測するためには、LES 計算により流れの変動が高精度にとらえられていなければならない。このことを確認するために、後流中の代表的な点における流速変動スペクトルを熱線流速計による測定値と比較検討した結果を図 9 に示す。円柱後流の流速変動のスペクトルは、周波数の $-5/3$ 乗に比例する乱流スペクトルに、大規模渦放出に起因するピーク・スペクトルが重畳した分布となっている。LES 解析では、メッシュサイズ以下の乱流渦の効果をモデル化するため、高周波数の変動スペクトルは実験値と一致しないが、乱流エネルギーの大半を保有する、比較的低周波数の変動スペクトルは実験値とよく一致している。

3.2 音場の計算結果 まず、式(6)により直接計算された流体音圧の時間変動を図 10 に示す。計算された音圧変動は ± 0.01 Pa 程度である。一方、ここには示していないが、音源領域の圧力変動は ± 200 Pa 程度であり、流体音のもつエネルギーはそれを放射している音源領域のもつエネルギーに比べて極めて小さいこと、したがって、LES 計算において圧縮性を無視して

図 6 円柱表面圧力の時間平均値の比較

図7 円柱近傍の瞬時の圧力分布
(等高線の間隔: $\Delta C_p = 0.1$)

図8 円柱近傍の瞬時のスパン方向流速分布
(等高線の間隔: $\Delta w = 0.1$)

も問題ないことが確認される。

円柱の全スパンから放射される流体音の強度は表面圧力変動のスパン方向の相関に強く依存する。表面圧力変動のコヒーレンス関数 $\gamma(f, z)$ の計算値を代表的な周波数に対して実測値と比較した結果を図11に示す。ここに 300 Hz という周波数はいわゆるカルマン渦の放出周波数である。スパン方向境界面におけるスリップ条件の影響がわずかに認められるものの、計算値と実験値の一致は良好である。

図11に示したコヒーレンス関数 $\gamma(f, z)$ の計算値から求められた等価相関長 L_c の周波数依存性を図12に示す。大規模乱流渦の放出周波数である 300 Hz 近傍においては、等価相関長 L_c は、円柱の直径の5倍ないし10倍の値を示しているが、それ以外の周波数においては、計算された等価相関長 L_c はたかだか円柱直径の半分程度である。したがって、大規模乱流渦はスパン方向にかなり長いコヒーレントな構造を有しているが、それ以外の乱流渦は各スパン位置において、まったく無相関な挙動をしているものと考えられる。

最後に、式(7)より計算された流体音圧スペクトルを実測値と比較した結果を図13に示す。カルマン渦に起因するピーク周波数の10倍程度の周波数まで、計算された音圧スペクトルは実測値とよく一致している。なお、本研究では前述のように式(6)において、円

図9 後流中の流速変動のスペクトルの比較

図10 流体音圧の時間変動

図11 コヒーレンス関数 $\gamma(f, z)$ の比較

図 12 等価相関長 L_c の周波数依存性

図 13 音圧スペクトルの比較

柱表面位置による遅延時間差を無視して音圧の計算を行ったが、このことによる誤差は、カルマン渦の周波数 300 Hz においてたかだか 0.01 dB 程度であり、また、計算した最大周波数 5 kHz においても 3 dB 程度と推定されることを付記する。以上から、提案する手法による流体音の定量的予測に対して有望な見通しが得られた。

4. 結 言

低マッハ数の流れの中に置かれた物体から放射され

る流体音の予測手法として、LES 計算と表面圧力変動の相関解析とを組合せた流体音の予測手法を提案した。提案する手法は、LES により計算された物体表面の圧力変動、およびそのコヒーレンス関数から計算される等価相関長とを用いて遠距離場の流体音圧スペクトルを計算するというものである。本手法を用いて、レイノルズ数 1×10^4 の二次元円柱まわりの乱流から放射される流体音の予測を試みたところ、ピークスペクトルおよび音圧レベルの周波数依存性とも実験値とよく一致し、提案する手法の有効性を確認することができた。

文 献

- (1) Akishita, S., ほか 2 名, *AIAA Paper*, 87-2672 (1987).
- (2) 橋口・春名, 自動車技術会学術講演会前刷集, 901 (1990), 101-104.
- (3) 小林・佐竹, 第 5 回数値流体力学シンポジウム講演論文集, (1991), 191-194.
- (4) 加藤・ほか 3 名, 第 5 回数値流体力学シンポジウム講演論文集, (1991), 195-198.
- (5) 加藤・ほか 2 名, 機論, 58-552, B (1992), 2624-2631.
- (6) Lighthill, M. J., *Proc. R. Soc., London, Ser. A*, **211** (1952), 564-587.
- (7) Curle, N., *Proc. R. Soc., Ser. A*, **231** (1955), 505.
- (8) Hardin, J. C. and Lamkin, S. L., *AIAA J.*, **22-1** (1984), 51-57.
- (9) Smagorinsky, J., *Mon. Weath. Rev.*, **91-3** (1963), 99-164.
- (10) Bloor, S. and Gerrard, J. H., *Proc. R. Soc., London, Ser. A*, **294** (1966), 319-342.
- (11) Viecegli, J. A., *J. Comput. Phys.*, **8** (1971), 119.
- (12) 藤田・ほか 2 名, 機械学会関西地方第 250 回講演会講演論文集, (1991), 525.
- (13) Kato, C. and Ikegawa, M., *ASME FED*, **117** (1991), 49-56.
- (14) Cantwell, B. and Coles, D., *J. Fluid Mech.*, **136** (1983), 321-374.
- (15) Fage, A. and Falkner, V. M., *Aero. Res. Council, London, Rep. and Mem.*, No. 1369 (1931).
- (16) Schlichting, H., *Boundary Layer Theory*, 7th ed., (1955), 32, McGraw-Hill.