2成分気体の分子拡散と自然循環に関する研究*

(第2報, 数値解析)

武田 哲明^{*1}, 菱田 誠^{*1}

Study on Molecular Diffusion and Natural Circulation of Two-Component Gases (2nd Report, Numerical Analysis with a Reverse-U-Shaped Tube)

Tetsuaki TAKEDA and Makoto HISHIDA

In order to investigate the basic features of transportation gases, an analytical study of the combined phenomena of molecular diffusion and natural convection of two-component gases in a reverse-U-shaped tube is performed. One dimensional basic equations for continuity and conservation of momentum are numerically solved to obtain the mole fraction change and the onset time of natural circulation in the reverse-U-shaped tube. The numerical calculation is carried out in the ranges of $3.0 \times 10^8 \leq Gr_T Sc^2 \leq 2.5 \times 10^{10}$, $1.4 \times 10^8 \leq Gr_c Sc^2 \leq 8.5 \times 10^{10}$ and $\beta_c'(X_{B \max} - X_{B \min}) \leq 0.1029$. In addition to this, the relationship between the onset time of natural circulation and the Grashof number ratio ($R_{Gr} = Gr_T / Gr_c$) is expressed by $t_{n0}^* = 2.199 R_{Gr}^2 - 2.987 R_{Gr} + 1.0272$ when the R_{Gr} is lower than 0.66.

Key Words: Molecular Diffusion, Natural Circulation, Numerical Analysis, Binary Gas, Reverse-U-Shaped Tube, HTGR

1. 緒 言

本研究では、2本の鉛直流路の上端を接続した逆U字管内に充てんした軽い気体(例えばヘリウム)と管外の重い気体(例えば空気)との置換過程を数値解析によって調べた。逆U字管の両下端は開放端であるが、置換開始前は閉じられている。この逆U字管を等温に保持した場合には、流路内の軽い気体と流路外の重い気体は分子拡散によって置換される。しかしながら、逆U字管の一方の流路を加熱し、もう一方の流路を冷却した場合には流路間に浮力が生じ、この浮力によって誘起される自然循環によっても両気体の置換が行われる。置換開始後(流路の両下端開放後)直ちに管外の重い気体の自然循環流が発生するかどうかは、置換開始時における両流路の温度差および管内外の気体の密度差等によって異なる。両流路の温度差が大きく管内外の気体の密度差が小さい場合には置換開始時点で直ちに管外の重い気体が逆U字管内を一巡するような自然循環流が発生するが、両流路の温度差が小さく、管内外の気体の密度差が大きい場合には、直ちに管外の

重い気体が逆U字管内を一巡するような自然循環流は発生しない。この場合、両気体は分子拡散と逆U字管内に発生する「流速の非常に遅い混合気体の自然循環流」によって置換が進行する。この「流速の非常に遅い混合気体の自然循環流」は逆U字管を構成する両流路間に発生する浮力によって生じる。

これまで著者らは、逆U字管内の充てん気体がヘリウムで管外気体が窒素の場合(置換開始時点で直ちに窒素の自然循環流が発生しない場合)について実験および解析を行い、上記のような置換過程が生じることを確認した⁽¹⁾⁽²⁾。本研究では、混合気体の密度が $1/\rho = 1/\rho_0[1 + \beta_T(T - T_0) + \beta_c(X_B - X_{B \min})]$ で近似される場合について基礎式を無次元化し、数値解析によって逆U字管内における各成分気体のモル分率の変化および管外の気体が逆U字管内を一巡する自然循環流の発生時刻について調べた。さらに、成分気体および混合気体の密度が理想気体の状態方程式に従うと仮定した場合についても各成分気体のモル分率の変化および自然循環流発生時刻を調べ、両者の結果を比較した。

前述のような置換現象が実際の工業機器で生じる一例としては、高温ガス炉の炉容器底部に接続されている主配管の破断事故時における空気の浸入現象が挙げ

* 原稿受付 平成5年1月19日。

^{*1} 正員, 日本原子力研究所 (〒319-11 茨城県那珂郡東海村白方白根2-4)。

られる。高温ガス炉の主配管が破断すると高圧(40 atm 程度)の冷却材(ヘリウム)が破断口から噴出するが、炉内外の圧力が均圧した時点では原子炉容器内(破断口の上部)にはヘリウム冷却材があり、原子炉の外側空間(破断口の下部)には空気がある。このとき、原子炉内の流路は、一次冷却系主配管の内側流路(一次冷却系主配管は二重管となっており、内側流路と外側流路は分離されている)と炉心内流路等からなる高温流路と炉心の外側流路と一次冷却系主配管の外側流路等からなる低温流路とが原子炉圧力容器の上部で接続され、全体的には逆 U 字管の形状を成している。もちろん、それぞれの流路は本研究で取扱うような単純な形状をした流路ではない。しかしながら、分子拡散と流速の非常に遅い混合気体の自然循環によって炉内のヘリウムと炉外の空気が置換される過程と本研究の対象である置換過程には共通する点が多いと考えられる⁽³⁾。実際の原子炉では、上記置換機構に加え、炉内の各所に生じる局所的な自然対流によっても置換(気体の輸送)が行われると考えられる⁽⁴⁾。

2. おもな記号

- C : モル密度 mol
 D : 2 成分気体の相互拡散係数 m^2/s
 D_e : 流路直径 m
 f : 摩擦係数
 Gr : グラスホフ数
 L : 逆 U 字管高さ m
 M : 分子量 kg/mol
 p : 圧力 Pa
 Pe : ペクレ数
 R : ガス定数 J/(mol · K)
 Re : レイノルズ数
 Gr : 温度と濃度のグラスホフ数比 [式(23)]
 Sc : シュミット数
 t : 時間 s
 T : 温度 K
 u : 流速 m/s
 x : 逆 U 字管の鉛直方向距離 m
 X : モル分率
 β : 体膨張係数
 ρ : 密度 kg/m^3
 ν : 動粘性係数 m^2/s

添 字

- A : A 成分気体
 B : B 成分気体
 C : 濃度

T : 温度

o : 基準値または管外気体

$*$: 無次元値

3. 数 値 解 析

3.1 基礎方程式の無次元表示 逆 U 字管流路の解析モデルを図 1 に示す。逆 U 字管流路は、高温の鉛直流路と低温の鉛直流路で構成されている。いずれの流路も円管であり、流路の下端はそれぞれ無限空間に開放されている。また高温と低温流路はおおの温度一定の領域であるとして、その領域内をいくつかのコントロールボリュームに分割した。さらに、本解析では以下の仮定を設けた。

- (1) 流路内の流れは、一次元の層流である。
- (2) 2 成分気体の相互拡散係数は温度および圧力のみ関数であり、成分気体の濃度に依存しない。
- (3) 運動量保存の式において質量平均速度の代わりにモル平均速度が使用できる。
- (4) 温度、圧力、モル密度は各流路内において空間的に一定であり、時間の経過に対しても一定である。

本解析において流速にモル平均速度を用いたのは次の理由による。例えばある容器内に A 成分気体が充てんされていて、そこに B 成分気体が分子拡散により浸入するような等モル拡散を考えた場合、流速にモル平均速度を用いるときは、ある界面を横切ってモル中心が移動する流速は、常に零である。しかしながら、同じ現象において質量平均速度を考えた場合、密度の異なる分子が拡散によって移動することにより、質量中心が移動するため、界面において質量平均速度は零では

図 1 逆 U 字管流路解析モデル

ない。そこで、本解析では分子拡散に伴い発生する流速を考慮する必要がなくなることからモル平均速度を用いた。また本研究で対象としている流路は、図1に示すように両流路がそれぞれ一定の温度で保持され、また圧力も一定である。したがって、それぞれの流路におけるモル平均流速は以下の式(2)で示されるように一定となるので、各流路で積分した運動方程式[後述の式(7)]を基礎式として用いている。また対象とする範囲の流速は非常に遅く、摩擦損失項は他の項に比べて十分小さいと考え、運動方程式中の流速として質量平均流速の代わりにモル平均流速を用いて近似することができる考えた。

以上の仮定の下で、2成分気体の挙動を表す基礎式を無次元表示すると以下ようになる。

混合気体のモル数保存の式：

$$\frac{\partial C}{\partial t^*} + \frac{\partial(Cu^*)}{\partial x^*} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

仮定(4)より(Cは t および x の関数でない)、式(1)は次式となる。

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

B成分気体のモル数保存の式：

$$\frac{\partial X_B^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial X_B^*}{\partial x^*} = D^* \frac{\partial^2 X_B^*}{\partial x^{*2}} \quad \dots\dots\dots (3)$$

次に、2成分混合気体の密度を次式で近似する。

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_o} \{1 + \beta_T(T - T_o) + \beta_C(X_B - X_{B \min})\} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 β_T 、 β_C を体膨張温度係数、体膨張濃度係数と呼ぶこととし、それぞれ次式で求められる場合を解析の対象とする。

$$\beta_T = \frac{1}{T_o}, \beta_C = 1 - \frac{M_B}{M_A}$$

M_A 、 M_B はおのおの成分気体の分子量で、A成分は重い気体(例えば窒素ガス)、B成分は軽い気体(例えばヘリウムガス)を表す。式(4)を用いて、混合気体の運動量保存式中の浮力項における $\frac{\rho_o - \rho}{\rho}$ を求めると以下ようになる。

$$\frac{\rho_o - \rho}{\rho} = \beta_T(T - T_o) + \beta_C(X_B - X_{B \min}) \quad \dots\dots (5)$$

式(5)からわかるように、2成分混合気体の密度が式(4)で近似できる場合には、運動量保存式中の浮力項を温度と濃度のグラスホフ数に分離することができ、混合気体の運動量保存の式は、式(6)のように記述することができる。

混合気体の運動量保存の式：

$$\begin{aligned} \frac{\partial u^*}{\partial t^*} = & -\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + Gr_T Sc^2 T^* \\ & + Gr_C Sc^2 X_B^* - \frac{1}{2} Sc \frac{f^*}{D_e^*} u^* |u^*| \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

式(6)をおのおのの流路内で積分すると[式(2)により u^* は各流路内で一定であり x^* の関数ではない]、式(7)となる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u^*}{\partial t^*} \int dx^* = & -\int dp^* + Gr_T Sc^2 \int T^* dx^* \\ & + Gr_C Sc^2 \int X_B^* dx^* - \frac{1}{2} Sc u^* |u^*| \int \frac{f^*}{D_e^*} dx^* \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで、本解析で用いる無次元数を以下のように定義する。

$$\text{無次元距離: } x^* = \frac{x}{L_o}$$

$$\text{無次元時間: } t^* = \frac{u_o t}{L_o} = \frac{D_o t}{L_o^2}$$

$$\text{無次元流速: } u^* = \frac{u}{u_o} = \frac{u L_o}{D_o} \quad \left(u_o = \frac{D_o}{L_o}\right)$$

$$\text{無次元圧力: } p^* = \frac{p}{\rho u_o^2} = \frac{p L_o^2}{\rho D_o^2}$$

$$\text{無次元温度: } T^* = \frac{T - T_o}{T_h - T_o}$$

$$\begin{aligned} \text{B成分気体の無次元モル分率: } X_B^* = & \frac{X_B - X_{B \min}}{X_{B \max} - X_{B \min}} \\ (=1 - X_A^*: X_A^* \text{はA成分気体の無次元モル分率}) \end{aligned}$$

$$\text{無次元拡散係数: } D^* = \frac{D}{D_o}$$

$$\text{グラスホフ数: } Gr_T = \frac{g \beta_T (T_h - T_o) L_o^3}{\nu_o^2}$$

$$\text{グラスホフ数: } Gr_C = \frac{g \beta_C (X_{B \max} - X_{B \min}) L_o^3}{\nu_o^2}$$

$$\text{シュミット数: } Sc = \frac{\nu_o}{D_o}$$

$$\text{無次元流路直径: } D_e^* = \frac{D_e}{L_o}$$

$$\text{摩擦係数: } f^* = \frac{64}{Re^*} \quad \left(Re^* = \frac{u^* D_e^*}{\nu^*}, \nu^* = \frac{\nu}{\nu_o}\right)$$

ここで、 x は高温側流路下端からの距離、 t は時間、 u はモル平均流速、 p は圧力、 T は温度、 g は重力の加速度、 L_o は逆U字管の高さ、 T_h は逆U字管の高温側流路の温度、 T_c は低温側流路の温度、 T_o は管外気体の温度、 ρ_o は管外気体の密度、 ν_o は管外気体の動粘性係数、 D_o は T_o における2成分気体の相互拡散係数である。 $X_{B \max}$ は解析系内のB成分気体の最大値($t=0$ における管内混合気体中のモル分率)、 $X_{B \min}$ は同じく最小値($t=0$ における管外混合気体中のモル分率)であり、逆U字管内外の気体をそれぞれ純粋な成分気体で構成した場合には $X_{B \max}=1$ 、 $X_{B \min}=0$ となり、 $X_B^*=X_B$ となる。なお、本解析は $T_o=T_c$ の場合

を対象とした。また摩擦係数は管内層流⁽⁵⁾の値を用いた。

本解析における未知数 u^* , p^* , X_B^* は、式(2), (3)と式(7)を解くことにより求まる。このとき、現象を支配するおもなパラメータは $Gr_T Sc^2$, $Gr_C Sc^2$, $Sc \cdot f^*/De^*$, D^* であるが、このうち式(7)の第4項に含まれる $Sc \cdot f^*/De^*$ については、流速が非常に遅く(本解析の範囲では $2.4 \times 10^{-2} < u^* < 2.4 \times 10^2$)、結果にほとんど影響を与えなかった。 D^* については温度の関数 $[D^* \propto (T/T_o)^{3/2}]$ になっているため流路の温度を与えたときに一意的に決まる。本解析は、 D^* が1から1.13の範囲、 $Gr_T Sc^2$ が 3.0×10^8 から 2.5×10^{10} の範囲、 $Gr_C Sc^2$ が 1.4×10^8 から 8.5×10^{10} の範囲について行った。

時間はオイラーの陰解法を用いて差分化し、空間は中心差分を用いた。またハイブリッド法を用いて、流速が速くなるところでは、風上差分に切換えた。差分化はロバートワイスの対流差分法⁽⁶⁾を使用した。収束の判定条件は下式とした。

$$\left| \frac{u^{*n+1} - u^{*n}}{u^{*n}} \right| \leq 10^{-4}$$

3.2 2成分混合気体の密度の近似式と適用範囲

式(4)は成分気体のすべてのモル分率の範囲 ($0 \leq X_B \leq 1$) について、実際の2成分混合気体の密度を正確に記述できない。そこで、各成分気体が理想気体の状態方程式に従うと仮定した場合、運動量保存式の無次元化がどのようになるかを検討してみる。単成分気体の場合、A成分、B成分気体の密度は一般に、

$$\frac{1}{\rho_A} = \frac{1}{\rho_{Ao}} \{1 + \beta_T(T - T_o)\} \quad \dots\dots\dots (8 \cdot a)$$

$$\frac{1}{\rho_B} = \frac{1}{\rho_{Bo}} \{1 + \beta_T(T - T_o)\} \quad \dots\dots\dots (8 \cdot b)$$

で表され、2成分混合気体の密度は、

$$\rho = \rho_A X_A + \rho_B X_B = \rho_A(1 - X_B) + \rho_B X_B \quad \dots\dots\dots (9)$$

で表すことができる。また、理想気体の状態方程式は、

$$p = \frac{\rho}{M} R_o T \quad \dots\dots\dots (10)$$

である。本解析では、 $t=0$ において、逆U字管内には軽い気体(B成分)、管外には重い気体(A成分)が存在する場合を取扱うが、一般的な場合を考えて、管外の気体も混合気体である ($X_{B \min} \neq 0$) と考えると、その密度 ρ_o は、

$$\rho_o = \rho_{Ao} X_{Ao} + \rho_{Bo} X_{Bo} = \rho_{Ao}(1 - X_{Bo}) + \rho_{Bo} X_{Bo} \quad \dots\dots\dots (11)$$

となる。ここで、 $X_{Bo} = X_{B \min}$ であるから、

$$\begin{aligned} \rho_o &= \frac{p_o M_A}{R_o T_o} (1 - X_{B \min}) + \frac{p_o M_B}{R_o T_o} X_{B \min} \\ &= \frac{p_o M_A}{R_o T_o} (1 - X_{B \min} + \frac{M_B}{M_A} X_{B \min}) \\ &= \rho_{Ao} (1 - \beta_c X_{B \min}) \quad \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

となる。ただし、 $\beta_c = 1 - \frac{M_B}{M_A}$ である。

次に、混合気体の密度は式(8・a), (8・b), (9)より

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_A X_A + \rho_B X_B = \frac{1}{1 + \beta_T(T - T_o)} (\rho_{Ao} X_A \\ &+ \rho_{Bo} X_B) \quad \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

である。

式(10)を用いると、

$$\begin{aligned} \rho_{Ao} X_A + \rho_{Bo} X_B &= \rho_{Ao} (1 - X_B) + \rho_{Bo} X_B \\ &= \frac{p_o M_A}{R_o T_o} [1 - (X_{B \max} - X_{B \min}) X_B^* - X_{B \min} \\ &+ \frac{M_B}{M_A} \{(X_{B \max} - X_{B \min}) X_B^* + X_{B \min}\}] \\ &= \rho_{Ao} \{1 - \beta_c (X_{B \max} - X_{B \min}) X_B^* - \beta_c X_{B \min}\} \quad \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

となる。ゆえに、

$$\rho = \rho_{Ao} \frac{1 - \beta_c (X_{B \max} - X_{B \min}) X_B^* - \beta_c X_{B \min}}{1 + \beta_T(T_h - T_o) T^*} \quad \dots\dots\dots (15)$$

ここで、 $X_{B \min} = 0$ のときは簡単になって、

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_{Ao}} \frac{1 + \beta_T(T_h - T_o) T^*}{1 - \beta_c (X_{B \max} - X_{B \min}) X_B^*} \quad \dots\dots\dots (16)$$

となる。式(15)を用いて運動量保存式中の浮力項にお

ける $\frac{\rho_o - \rho}{\rho}$ を求めると以下ようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\rho_o - \rho}{\rho} &= \frac{\rho_{Ao} (1 - \beta_c X_{B \min}) - \rho_{Ao} \frac{1 - \beta_c (X_{B \max} - X_{B \min}) X_B^* - \beta_c X_{B \min}}{1 + \beta_T(T_h - T_o) T^*}}{\rho_{Ao} \frac{1 - \beta_c (X_{B \max} - X_{B \min}) X_B^* - \beta_c X_{B \min}}{1 + \beta_T(T_h - T_o) T^*}} \\ &= \frac{(1 - \beta_c X_{B \min}) \{1 + \beta_T(T_h - T_o) T^*\} - 1 + \beta_c (X_{B \max} - X_{B \min}) X_B^* + \beta_c X_{B \min}}{1 - \beta_c X_{B \min} - \beta_c (X_{B \max} - X_{B \min}) X_B^*} \\ &= \frac{(1 - \beta_c X_{B \min}) \{\beta_T(T_h - T_o) T^*\} + \beta_c (X_{B \max} - X_{B \min}) X_B^*}{1 - \beta_c X_{B \min} - \beta_c (X_{B \max} - X_{B \min}) X_B^*} \quad \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

ここで、 $X_{B \min} = 0$ のときは簡単になり、

$$\frac{\rho_o - \rho}{\rho} = \frac{\beta_r(T_h - T_o)T^* + \beta_c(X_{B \max} - X_{B \min})X_B^*}{1 - \beta_c(X_{B \max} - X_{B \min})X_B^*} \dots\dots\dots (18)$$

となる。

結局、密度の近似式として式(15)を用いて運動量保存式を無次元化すると次式が得られる。

$$\frac{\partial u^*}{\partial t^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + Gr_r Sc^2 T^* + Gr_c Sc^2 X_B^* - \frac{1}{2} Sc \frac{f^*}{De^*} u^* |u^*| \dots\dots\dots (19)$$

ただし、

$$T^* = \frac{T^*}{1 - \beta_c'(X_{B \max} - X_{B \min})X_B^*} \dots\dots\dots (20)$$

$$X_B^* = \frac{X_B^*}{1 - \beta_c'(X_{B \max} - X_{B \min})X_B^*} \dots\dots\dots (21)$$

となる。ここで、

$$\beta_c' = \frac{M_A - M_B}{M_A - (M_A - M_B)X_{B \min}} \dots\dots\dots (22)$$

以上のように無次元温度と濃度を定義すれば、形式上温度と濃度のグラスホフ数を分離した形で書くことができるが、実際には T^* の中に X_B^* が含まれているため、温度と濃度の関係を完全に分離したことにはならない。なお、式(20)、(21)からわかるように、 $\beta_c'(X_{B \max} - X_{B \min})$ が1より十分小さい場合 [$\beta_c'(X_{B \max} - X_{B \min}) \ll 1$ の場合] は式(19)と式(6)は同じとなり、運動量保存の式は式(4)を用いて無次元化した場合と等しくなる。

初期条件は $t^* \leq 0$ のとき、逆U字管の両下端 $x^* = 0, 2$ において $X_A^* = 1, X_B^* = 0, p^* = p_o^*, u_1^* = u_2^* = 0$ 、管内 $0 < x^* < 2$ において $X_A^* = 0, X_B^* = 1, p^* = p_o^*, u_1^* = u_2^* = 0$ とした。境界条件は、逆U字管の両下端 $x^* = 0, 2$ において $X_A^* = 1, X_B^* = 0, p^* = p_o^*$ とし、 $x^* = 1$ では $C_1 u_1^* = C_2 u_2^*, C_1(dX_B^*/dx^*)_1 = C_2(dX_B^*/dx^*)_2$ とした。

4. 数値解析結果

まず混合気体の密度が式(4)で近似できる場合 [式(7)を解いた場合]の解析結果を示す。図2に $Gr_r Sc^2 = 3.94 \times 10^8$, $Gr_c Sc^2 = 8.52 \times 10^8$ の場合の $x^* = 0.4, 0.8, 1.2, 1.6$ における、A成分気体のモル分率と高温流路側のペクレ数 $Pe (= u^* D_e^* / D^*)$ の時間変化を示す。横軸は無次元時間、縦軸はA成分気体の無次元モル分率 $X_A^* (= 1 - X_B^*)$ である。計算開始直後 ($t^* = 0$) には、高温、低温流路間に $(\rho_{Bc} - \rho_{Bh}) L_o g$ の浮力が生じており、この浮力によって高温流路側にA成分気体が流入するため、瞬間的に流速は速くなる。そのためペクレ数は計算開始直後の値 ($Pe = 0$) から急激に立ち上がり、大きな値を示す。しかしこの浮力は逆U

字管外側空間の重い気体(A成分気体)の自然循環流を発生させるほど大きくない。 $(\rho_{Bc} - \rho_{Bh}) L_o g$ の浮力にバランスするだけの [すなわち、 $(\rho_{Bc} - \rho_{Bh}) L_o g = (\rho_{Ah} - \rho_{Bc}) l_o g$ となる長さ l_o だけの] A成分気体が高温流路に流入するに伴って、ペクレ数も急激に減少する。その後もペクレ数は徐々に減少し、 $0.01 \leq t^* \leq 0.1$ の間は $Pe < 1$ となっている。しかしながら、その後逆

図2 流路内のA成分気体のモル分率と加熱側流路下部のペクレ数の時間変化

図3 A成分気体のモル分率の軸方向分布の時間変化

図4 A成分気体のモル分率の時間変化 [式(4)を用いた場合]

図5 A成分気体のモル分率の時間変化 [式(4)を用いた場合]

図6 A成分気体のモル分率の時間変化 [式(15)を用いた場合, $\beta_c'(X_{B\max} - X_{B\min}) = 0.1029$]

U字管内におけるA成分気体のモル分率が増加するに伴って、2流路間の混合気体の密度差による浮力が大きくなり、再びペクレ数は徐々に増加する。管外のA成分気体の自然循環流発生直前にペクレ数は急激に増加し、やがてA成分気体の自然循環流発生に至る。本解析では、 Pe 数が2を超えた時点自然循環流発生時刻とした。この場合 $t^* = 11.7 \times 10^{-2}$ において逆U字管外側の重い気体の自然循環に至っている。

図3に、 $Gr_T Sc^2 = 3.0 \times 10^8$ 、 $Gr_C Sc^2 = 8.5 \times 10^8$ の場合の各時刻における X_A^* の軸方向分布を示す。 $t^* = 3.43 \times 10^{-2}$ では、 $x^* = 1.3$ の付近で X_A^* は最小となっているが、時間の経過とともに濃度分布が下流側にひずみ、最小となる点は下流側に移動して、管外のA成分気体の自然循環流が発生する直前の $t^* = 2.74 \times 10^{-1}$ においては、 $x^* = 1.8$ で最小値を示している。

図4には、 $Gr_T Sc^2$ を一定($= 3.9 \times 10^8$)として、 $Gr_C Sc^2$ を変化させた場合の $x^* = 0.4, 0.8, 1.2, 1.6$ における X_A^* の時間変化を示す。図4からわかるように $Gr_C Sc^2$ が減少するとともに、すなわち初期条件における流路内と流路外空間の気体の密度差が小さくなる

図7 A成分気体のモル分率の時間変化 [式(15)を用いた場合, $0.069 \leq \beta_c'(X_{B\max} - X_{B\min}) \leq 0.1029$]

図8 自然循環流発生時刻とグラスホフ数比との関係

とともに、A成分気体の自然循環流が発生するまでの時間は短くなり、モル分率の時間変化も急峻になる。

図5には、 $Gr_C Sc^2$ を一定($= 8.5 \times 10^8$)として、 $Gr_T Sc^2$ を変化させた場合の X_A^* の時間変化を示す。図5からわかるように $Gr_T Sc^2$ の増加、すなわち2流路間の温度差を大きくするとともに自然循環流の発生時刻は早くなっている。

次に混合気体の密度を式(15)で近似した場合 [式(19)を解いた場合]の解析結果を示す。本来は X_A^* の変化を示すべきであるが、ここでは式(4)で近似した場合の結果と比較するため、 X_A^* の変化を調べた。ペクレ数の時間変化および濃度の軸方向分布の変化は、式(4)を用いた場合とほぼ等しかった。図6は $Gr_C Sc^2$ を一定($= 8.5 \times 10^8$)として、 $Gr_T Sc^2$ を変化させた場合のモル分率 X_A^* の時間変化を示す。ただし、 $\beta_c'(X_{B\max} - X_{B\min}) = 0.1029$ の場合の結果である。A成分気体のモル分率の時間的変化は、式(7)を解いた場合の結果(図4)と同様である。ただし、式(19)を解いた結果は、同じ $Gr_T Sc^2$ に対して、式(7)を解いた場合に比べて、A成分気体の自然循環流発生時刻が若干遅くなっている。これは式(15)を用いた場合のほうが式(4)を用いた場合に比べて混合気体の密度が小さ

く計算され、その結果、2流路間に発生する浮力も小さくなるためである。次に、 $Gr_T Sc^2$ を一定($=3.9 \times 10^8$)にして、 $Gr_c Sc^2$ を変化させた場合の時間変化を図7に示す。この場合も、式(7)を解いた結果と比べて自然循環流発生時刻は若干遅くなっている。

図8に、温度と濃度のグラスホフ数比とA成分気体の自然循環流発生時刻との関係を示す。ここで温度と濃度のグラスホフ数の比を次式で表す。

$$R_{Gr} = \frac{Gr_T}{Gr_c} = \frac{\beta_T(T_h - T_o)}{\beta_c(X_{B\max} - X_{B\min})} \dots\dots\dots (23)$$

混合気体の密度を式(4)で表した場合の自然循環流発生時刻を図8の(○)で示す。この場合、 $R_{Gr} > 0.66$ で自然循環流発生時刻は零となる。すなわち計算開始後すぐにA成分気体の自然循環流が発生している。 R_{Gr} の減少、すなわち温度差が小さくなるか、濃度差が大きくなるとともに自然循環流発生までの時間は長くなる。 $R_{Gr} < 0.66$ の場合の自然循環流発生時刻とグラスホフ数比との関係は次式で整理され、図8の実線で示す。

$$t_{in}^* = 2.199 R_{Gr}^2 - 2.987 R_{Gr} + 1.0272 \dots\dots\dots (24)$$

一方、混合気体の密度を式(15)で表した場合〔運動量保存式として式(19)を用いた場合〕の自然循環流発生時刻を図8の(△)と破線で示す。 $\beta_c'(X_{B\max} - X_{B\min})$ を0.069~0.1029の範囲に変えて計算した結果を示した。図8の(△)と(○)の結果を比較してわかるように、 $\beta_c'(X_{B\max} - X_{B\min})$ の値が1に比べて無視できない場合の自然循環流発生時刻は、式(24)で求める値より遅くなり、 $0.069 \leq \beta_c'(X_{B\max} - X_{B\min}) \leq 0.1029$ の場合には、点線で示される値となる。

5. ま と め

高温流路と低温流路で構成される逆U字管流路内に充てんされている軽い気体と逆U字管流路外側空間の重い気体とが分子拡散と自然循環によって置換さ

れる現象を数値解析によって調べた。その結果、以下の結論が得られた。

(1) 混合気体の密度が式(4) $[1/\rho = 1/\rho_o \{1 + \beta_T(T - T_o) + \beta_c(X_B - X_{B\min})\}]$ で近似される場合と理想気体の状態式〔式(15)〕で近似される場合についてそれぞれ基礎式を無次元化し、数値解析によって成分気体の無次元モル分率と無次元時間との関係を求めた。

(2) 混合気体の密度が式(4)で近似できる場合の t_{in}^* (管外の重い気体の自然循環流発生時刻)は、グラスホフ数比($R_{Gr} = Gr_T/Gr_c$)によって異なり、 $R_{Gr} > 0.66$ のときには $t_{in}^* = 0$ である(すなわち、直ちに自然循環が発生する)。グラスホフ数比が $R_{Gr} < 0.66$ の場合には、 $t_{in}^* = 2.199 R_{Gr}^2 - 2.987 R_{Gr} + 1.0272 \dots$ (24)で整理される。

(3) 実用上多く経験するように、混合気体の密度を式(15)で近似する必要がある場合も、 $\beta_c'(X_{B\max} - X_{B\min})$ の値が1に比べて無視できるほど小さいときには、(2)の結果がそのまま適用できる。

(4) 混合気体の密度を式(15)で近似する必要がある、しかも $\beta_c'(X_{B\max} - X_{B\min})$ の値が1に比べて無視できない場合の自然循環流発生時刻は式(24)で求めた値より遅くなる。

文 献

- (1) 武田・菱田, 機論, 55-517, B (1989), 2795.
- (2) 武田・菱田, 第26回伝熱シンポジウム講演論文集, 3 (1989), 761.
- (3) Hishida, M. and Takeda, T., *Nucl. Eng. Des.*, 126 (1991), 175.
- (4) Takeda, T. and Hishida, M., *Nucl. Eng. Des.*, 135 (1992), 341.
- (5) Shah, R. K. and London, A.L., *Advances in Heat Transfer: Laminar Flow Forced Convection in Ducts*. (1978), 78, Academic Press.
- (6) Roberts, K. V. and Weiss, N. O., *Math. Comput.*, 20-94 (1966), 272.