管オリフィス流れの過渡特性に関する数値解析*
(第2報, 定常流にステップ状の圧力変化を与えた場合)早瀬 敏幸^{*1}, 程 平^{*2}, 林 叡^{*1}Numerical Analysis of Transient Flow through a Pipe Orifice
(2nd Report, Step Response from Initial Steady Flow)

Toshiyuki HAYASE, Ping CHENG and Satoru HAYASHI

As a fundamental consideration in hydraulic valve dynamics, transient laminar flow through a pipe orifice has been studied via numerical analysis. In the previous report the authors performed time-dependent calculation from the initial stationary state under a suddenly imposed pressure gradient, and pointed out that the dynamic behavior is characterized by two time constants. The present report treats the transient flow starting from an initial steady flow. Effects of the recirculating flow and the stretched contraction flow region are investigated in comparison with the previous result.

Key Words: Computational Fluid Dynamics, Fluid Power Systems, Fluid Transients, Pipe Orifice, Time Constant

1. 緒 言

近年の流体制御機器の高速化に伴い, 制御弁に代表される流路内絞りの動特性が無視できない場合も多くなっている。本研究では, 流路内絞りの基本的要素である管オリフィスを対象として, 管内の非定常流に関する数値解析を行って, その動特性を検討する。

著者らは第1報⁽¹⁾において, 上流と下流の圧力差 Δp をステップ状に変化させた場合の非定常計算を行った。特に, 流れ場を代表する諸量の時間変化に注目し, それらを指数関数で近似した場合の時定数を用いて, 非定常過程の時間スケールの定量的評価を行った。その結果, 流量の整定時間は従来の非定常過程の解析結果によってよく説明できるが, 速度場および圧力場全体が整定する時間スケールは, 流量のそれに比べて大きいことが明らかとなった。またこれらの時定数に対する理論モデルを提案し, その妥当性について検討した。

本報では, 初期条件として一定圧力こう配下での定

常管オリフィス流れを考え, これにステップ状の圧力変化を与えた場合の非定常流の数値解析を行う。前報で扱った静止状態からの非定常過程とは異なり, 本報の初期定常流は, はく離渦領域と大きな縮流部をもっている。最初に, 圧力差を2倍にした場合, 零にした場合, 圧力差の方向を反転させた場合の3種類の計算条件に対する流れ場の時間変化を求めた後, 流量の変化に対する時定数に注目し, 初期定常流からの流量変化に対する系の動特性のモデル化を行い, 前報の結果と比較検討する。

おもな記号

$A(z)$: 循環流の領域を除いた流路断面積

A_i : オリフィスの開口面積

A_0 : 管路の断面積

C_d : 流量係数

p : 圧力 $= \bar{p}/(\bar{\rho} \bar{v}^2/\bar{r}_0^2)$

q : 流量 $= \bar{q}/(\bar{v} \bar{r}_0)$

r_i : オリフィス半径

r_0 : 管半径

Re : レイノルズ数 $= 2\bar{w}_m \bar{r}_0/\bar{v}$

t : 時間 $= \bar{t}/(\bar{r}_0^2/\bar{v})$

(u, w) : r, z 方向の速度成分 $= (\bar{u}, \bar{w})/(\bar{v}/\bar{r}_0)$

* 原稿受付 平成5年5月14日。

*¹ 正員, 東北大学流体科学研究所 (〒980 仙台市青葉区片平2-1-1)。

*² 学生員, 東北大学大学院。

w_m : 断面平均軸速度

z_a : はく離流線の再付着点の z 座標

z_i : オリフィス下流端面の z 座標

Z : 再付着点距離 $= z_a - z_i$

Δp_0 : 上流と下流の初期圧力差 $= \Delta \bar{p}_0 / (\bar{\rho} \bar{v}^2 / \bar{r}_0^2)$

Δp_1 : ステップ状変化後の圧力差

$\bar{v}$: 流体の動粘度

$\bar{\rho}$: 流体の密度

τ_1, τ_2 : 流量の時間変化に対応する時定数

τ'_2 : 再付着点の時間変化に対する時定数

τ_z : τ_2, τ'_2 に対する理論値

τ_q : τ_1 に対する理論値

下付き添字

s : 定常値

上付き添字

$\sim$: 有次元量

2. 数 値 計 算 法

対象領域および座標系を図1に示す。長さ L の円管内に、厚さ b のく形断面のオリフィスが設けられた場合を考える。軸対称円筒座標系 (r, z) をとり、対応する速度成分を (u, w) とする。旋回速度成分はないものと仮定する。流体は非圧縮とし、ナビエ・ストークス式と連続の式を基礎式にとる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} &= -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \\ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \\ \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

本論文では、長さの代表量を管半径 $\bar{r}_0$ 、速度の代表量を $\bar{v}/\bar{r}_0$ とし、これに流体の密度 $\bar{\rho}$ を代表量として加

図1 対象領域と座標系

えて諸量を無次元化して示す [ただし、 $\bar{v}$ は動粘度、圧力の代表量は $\bar{\rho}(\bar{v}/\bar{r}_0)^2$ である]。時間の代表量は $\bar{r}_0^2/\bar{v}$ となるが、これは一定の圧力こう配の下で加速される円管内の層流の非定常過程に関する時間のスケールである⁽²⁾。なお、本論文を通じて、有次元量はすべて上付き添字を付して示した。

非定常計算の初期条件としては、一定圧力こう配下での定常解を用いた。流れ場の境界条件としては、壁面上では滑りなしの条件、上流と下流の断面には、各速度成分の z 方向のこう配が零であるとの条件を適用した。圧力については、上流端境界の圧力を Δp とし、下流端境界の圧力を零とした。なお管長 L は、上記の上流、下流境界条件が満足されるよう、十分大きな値を用いる必要がある。

以下に、本研究で用いた数値解析手法⁽³⁾ について簡単に述べる。等間隔のく形スタガード格子系を用い、有限体積法に基づいて基礎方程式を離散化する。得られた差分方程式群は SIMPLER 法⁽⁴⁾ に類似の手法により解かれる。本数値解析手法のおもな特徴を列挙すると、

(1) 対流項の差分化に、物理的考察に基づき再定式化された QUICK スキームを用いた⁽⁵⁾。

(2) 線形代数方程式の解法に、五重対角行列の陰解法 (MSI 法)⁽⁶⁾ を採用することにより、計算の効率化が図られた。

(3) 時間微分項の離散化に、二次精度の陰解法⁽⁷⁾ を用いることにより、陽解法に比べ大きな時間刻みで計算を進めることができた。

表1 計算条件

	Case 0	Case 1	Case 2	Case 3
Initial pressure Δp_0	0	32000	32000	32000
Final pressure Δp_1	32000	64000	0	-32000
Final Reynolds number Re	12.6	17.8	0	12.6
Orifice location z_i	4	4	4	8
Pipe length L	16			
Orifice radius r_i	0.2			
Orifice thickness b	0.1			
Grid points $N_r \times N_z$	20 × 320			
Time increment	0.0005			
Total residual	10^{-3}			
CPU time for one step on Cray Y/MP8	40s			

3. 流れ場の時間変化

計算は、東北大学流体科学研究所 CRAY Y/MP 8 で行った。計算条件を表 1 に示す。以下に、十分発達した渦領域をもつ $\Delta p_0 = 32\,000$ の定常解⁽¹⁾(図 2) を初期条件として、圧力差を $\Delta p_1 = 64\,000$ (Case 1), 0 (Case 2), $-32\,000$ (Case 3) にそれぞれステップ状に変化させた場合の非定常計算の結果を示す(表 1 中の Case 0 は静止状態から Δp をステップ状に増加した前報の場合に相当する)。なお以下で、図 11 を除くすべての流線図は z 方向長さを 1/2 に圧縮して示す。

3・1 圧力差を増加させた場合(Case 1) 時刻 $t = 0$ において、流れは $\Delta p_0 = 32\,000$ の定常流とし、圧力差を $\Delta p_1 = 64\,000$ にステップ状に増加させた場合の非定常計算を行った。流線の時間変化を図 3 に示す。図 3 に付した無次元流量 q の値は時間の経過につれて増加し、速やかに定常値に達する。はく離流線の再付着点位置は最初わずかに上流側に移動した後 [図 3 (a)], 下流側に移動する [図 3 (b)], 時間の経過とともに渦領域が拡大し [図 3 (c)], 最後に定常状態となる [図 3 (d)]。図 3 (c) を図 3 (d) と比較すると, $t = 0.06$ において流量は定常値の 99.7 % に達している

図 2 初期定常流の流線 ($\Delta p_0 = 32\,000$, $q = 20.07$)

(a) $t = 0.0045$, $q = 28.54$

(b) $t = 0.015$, $q = 29.77$

(c) $t = 0.06$, $q = 29.98$

(d) 定常解 ($q = 30.07$)

図 3 圧力差を増加させた場合の流線の時間変化 (Case 1, $\Delta p_0 = 32\,000$, $q_0 = 20.07$, $\Delta p_1 = 64\,000$)

が、渦領域はいまだ発達途中である。流量の整定時間に比べて流れ場の整定時間が大きくなる現象は、静止状態からステップ状の圧力変化を与えた数値解析結果においても指摘した⁽¹⁾。

3・2 圧力差を零とした場合(Case 2) 圧力差 $\Delta p_0 = 32\,000$ の場合の定常流を初期条件として、圧力差 $\Delta p_1 = 0$ にステップ状に減少させた場合の非定常計算を行った。流量は初期状態の $q_0 = 20.07$ (図 2) から時間の経過につれて減少し、最後に零となる。この場合の流線の時間変化を図 4 に示した。初期段階において壁面に沿って逆流が生じ [図 4 (a)], これが時間の経過とともに管軸方向に拡大する [図 4 (b)], オリフィス下流の渦領域は流量がかなり減少した時点においても存在している [図 4 (c)]。なお図 4 (b), (c) においては煩雑さを避けるため渦領域の流線の間隔を主流(実線)のその 2 倍として示してある。

3・3 圧力差の符号を反転した場合(Case 3) 圧力差を $\Delta p_0 = 32\,000$ から $\Delta p_1 = -32\,000$ に符号を反転した場合の非定常計算を行った。なおこの場合に限ってオリフィス位置を管の中央 ($z_i = 8.0$) とした。流量が零まで減少する過程の流れ場の変化は、3・2 節と類似している [図 5 (a), (b)]。なお図 5 (b) の場合のみ、渦領域の流線の間隔を主流のその 5 倍として示してある。その後流れ方向が反転し、渦領域がオリフィス右側の管軸周りに形成されるとともに、はく離渦がオリフィス左側に発生する [図 5 (c)]。時間の増加とともに管軸周りの渦領域は縮小し、オリフィスからはく離渦領域は拡大する [図 5 (d)]。時刻 $t = 0.15$ では流れ場はほぼ定常状態となり [図 5 (e)], 図 2 の結果とオリフィスに対してほぼ対称な形となる。ただし流量に注目すると、図 2 の定常流量よりもわずかに大き

(a) $t = 0.0005$, $q = 18.34$

(b) $t = 0.01$, $q = 6.28$

(c) $t = 0.15$, $q = 0.12$

図 4 圧力差を零とした場合の流線の時間変化 (Case 2, $\Delta p_0 = 32\,000$, $q_0 = 20.07$, $\Delta p_1 = 0$)

な値を示しており、したがって $t=0.15$ では解が十分には定常状態に達しているとはいえない。

4. 非定常過程の時定数

4.1 流量と再付着点位置の時間変化 オリフィスを通る流量の定常値 q_s は一般に次式で表される⁽¹⁾。

$$q_s = C_d \pi r_i^2 \operatorname{sgn}(\Delta p) \sqrt{2|\Delta p|} \dots\dots\dots (2)$$

流量係数 C_d を一定と仮定すると、 Δp_1 がそれぞれ 64 000, 0, -32 000 の場合の流量の定常値は次のようになる。

$$\left. \begin{array}{ll} q_{s1} = \sqrt{2} q_{s0} & (\Delta p_1 = 64\,000) \\ 0 & (\Delta p_1 = 0) \\ -q_{s0} & (\Delta p_1 = -32\,000) \end{array} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 q_{s0} は $\Delta p_0 = 32\,000$ の場合の流量の定常値である。圧力差 Δp を 32 000 から 64 000, 0, -32 000 に変化させた場合の非定常計算結果より、流量 q の時間変化を q_{s0} で正規化して図 6 に示す。図 6 で、Case 2 における変化が他の場合に比べて緩やかであるが、この原因については後で考察する。

同様に再付着点距離を初期の再付着点距離 Z_{s0} で正規化して図 7 に示す (Case 2 では再付着点は見られな

い)。図 6 と比較すると、いずれの場合も再付着点距離の整定時間は、流量のそれに比べて大きいことがわかる。

4.2 時定数の理論モデル 圧力差 Δp を 32 000 から 64 000 にステップ状に変化させた Case 1 の流量の定常値からの偏差 $q^* = q - q_{s0}$ をその定常値 $q_s^* = q_{s1} - q_{s0}$ で正規化して、対数軸上にプロットしたものを図 8 に示す。図 8 より、流量の変化は二つの異なった時定数 τ_1, τ_2 をもつ指数関数を用いて近似できることがわかる。

$$q^*/q_s^* = 1 - \alpha e^{-t/\tau_1} - (1 - \alpha)e^{-t/\tau_2} \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 α は時定数 τ_1 のモードの割合を表す。

また、はく離流線の再付着点距離についても同様に $Z^* = Z - Z_{s0}$ とおけば、時定数 τ_2 をもつ指数関数で近似できる⁽¹⁾。上式 (4) 中のパラメータおよび τ_2 の値を、他の Δp_1 の場合も含めて表 2 に示す。前報で扱った Case 0 の τ_1 の値については、前報では $\alpha \approx 1$ として $t=0$ 近傍の計算結果より $\tau_1 = 0.0037$ が得られている。また図 6 で、Case 2 の流量変化が他の場合より緩やかであったが、これは α の値が比較的小さいことから、時定数の大きな τ_2 のモードの割合が大きいことによるものであることがわかる。

図 5 圧力差を反転させた場合
(Case 3, $\Delta p_0 = 32\,000$, $q_0 = 20.07$, $\Delta p_1 = -32\,000$)

図 6 流量の時間変化

図 7 再付着点距離の時間変化

表 2 数値計算結果より得られた時定数

	Δp_0	Δp_1	α	τ_1	τ_2	τ'_2
Case 0	0	32000	0.955	0.0033	0.035	0.046
Case 1	32000	64000	0.955	0.0022	0.049	0.048
Case 2	32000	0	0.76	0.0053	0.041	—
Case 3	32000	-32000	0.953	0.0050	0.039	0.042

図 8 流量 q の定常値からの偏差の時間変化 (Case 1) 図 10 慣性長 I とレイノルズ数の関係

図 9 管内流れの模式図

以下では特に $t < 0.01$ における流量の時間変化に対する時定数 τ_1 の理論モデルについて考察する。この時定数は、従来のオリフィスの非定常特性の解析で考慮されているものである。 τ_1 の理論値 τ_q は流体の加速に対する時定数として、次式で見積もることができる⁽¹⁾。

$$\tau_q = q_s^* / (dq^*/dt|_{t=0}) \quad (5)$$

ここで、 q_s^* は q^* の定常値である。図 9 を参照し $t=0$ 近傍の非定常のベルヌイ式を定常流からの変化分について整理すると次式となる⁽¹⁾。

$$\frac{I}{A_i} \frac{dq^*}{dt} \Big|_{t=0} - q_{s0} \int_1^2 \frac{1}{A(z)^2} \frac{\partial A}{\partial t} \Big|_{t=0} dz = \Delta p^* \quad (6)$$

ここで流管の時間変化に関する左辺第 2 項が、通常のベルヌイ式に加わっていることに注意を要する。上式中で、 $\Delta p^* = \Delta p_1 - \Delta p_0$ 、また I は慣性長で次式で定義

される。

$$I = A_i \int_1^2 \frac{dz}{A(z)} \quad (7)$$

図 9 より I は近似的に次式で与えられる。

$$I = \delta + l + (L - \delta - l) A_i / A_o \quad (8)$$

ここで δ は無限平板上のオリフィスにおける縮流部の長さの理論値で、次式で与えられる⁽⁸⁾。

$$\delta = 16r_i / (3\pi) \quad (9)$$

慣性長 I の値を、数値解析結果より式 (7) を用いて求めたものと、近似式 (8) において、渦領域の大きさに対応する $l + \delta$ に再付着点距離 Z_{s0} の値を用いて求めたものを Re 数の関数として図 10 に示す。図 10 より I は Re 数に対してほぼ直線的に増加すること、また近似式 (8) は $Re=0$ では式 (7) の結果と一致するが、 Re の大きい範囲では式 (7) より 50% 程度大きな値を与えることがわかる。

初期圧力差 $\Delta p_0 = 32000$ ($Re = 2\bar{w}_m \bar{r}_0 / \bar{\nu} = 12.6$) に対する非定常計算の結果に見るとおり、はく離流線の再付着点位置の変化は流量の変化に比べて緩やかであることから (図 6, 7)、式 (6) において縮流部の断面積の時間変化 $\partial A / \partial t$ に依存する左辺第 2 項を省略すると次式となる。

$$\frac{I}{A_i} \frac{dq^*}{dt} \Big|_{t=0} = \Delta p^* \quad (10)$$

表 3 時定数の理論値の比較

	Δp_0	Δp_1	τ_1	τ_q for $\partial A/\partial t=0$		
				Eq.(7)	Eq.(8) $l+\delta=Z_{s0}$	Eq.(8) $l=0$
Case 0	0	32000	0.0033	—	—	—
Case 1	32000	64000	0.0022	0.0072	0.012	0.0020
Case 2	32000	0	0.0053	0.0173	0.029	0.0048
Case 3	32000	-32000	0.0050	0.0173	0.029	0.0048

(a) Case 0 (定常流, $q=20.07$) (b) Case 1 ($t=0.002$, $q=25.36$) (c) Case 3 ($t=0.002$, $q=8.46$)

図 11 オリフィス近傍の流線の比較

式(2), (10)を式(5)に代入すれば時定数 τ_q を求めることができる。 I の値として式(7), および式(8)で $l+\delta=Z_{s0}$ としたものを用いてそれぞれ求めた結果を表3に示す。これらの結果を τ_1 の値と比較すると、 I の値としてより正確な式(7)を用いた場合でも τ_q は τ_1 より3倍程度大きな値を示す。これは式(6)において $\partial A/\partial t$ の項が本質的に無視できないことを示しているが、この $\partial A/\partial t$ を正確にモデル化することは困難である。そこで式(10)の慣性長 I の大きさを適当に調節することにより、式(10)を $\partial A/\partial t$ の効果を含めた

等価的な慣性長で表された基礎式と考える。式(8)において $l=0$ とした場合(渦領域の縮流部を無視することに対応する)について τ_q の値を求めた結果は、Case 1~3のすべての場合について数値解析結果の τ_1 と非常によい一致を示す(表3)。この事実は式(10)の等価的な慣性長は渦領域に対応する縮流部の寄与を無視することにより数値解析結果と良好な一致が得られることを示しているが、その物理的意味について以下に考察する。

4.3 縮流部の慣性効果 $\Delta p_0=32000$ に対する定常流を図9のように近似的に表す。圧力差をステップ状に変化させた場合の $t=0$ 近傍の流れ場の変化を考える。先に述べたように、再付着点の移動を無視し、渦領域の縮流部の断面積 (A_i とする)の時間変化を考慮すると、式(6)は次式となる。

$$\frac{1}{A_i} \left[\delta + (L - \delta) \frac{A_i}{A_0} \right] \frac{dq^*}{dt} \Big|_{t=0} + l \left[\left(\frac{1}{A_i} - \frac{1}{A_0} \right) \frac{dq^*}{dt} \Big|_{t=0} - \frac{q_{s0}}{A_i^2} \frac{\partial A_i}{\partial t} \Big|_{t=0} \right] = \Delta p^* \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで下線部を零とすると、 $dq^*/dt|_{t=0}$ は渦領域が存在しない場合、すなわち静止状態から加速された場合と同じ値となる⁽¹⁾。この条件は、下線部で $1/A_0 \ll 1/A_i$ として $1/A_0$ を無視すれば次式となる。

$$\frac{dq^*}{dt} \Big|_{t=0} = w_{im} \frac{\partial A_i}{\partial t} \Big|_{t=0} \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 $w_{im}=q_{s0}/A_i$ は縮流部の平均流速である。

一方、

$$\frac{dq^*}{dt} = w_{im} \frac{\partial A_i}{\partial t} + A_i \frac{\partial w_{im}}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (13)$$

が成立するから、式(12)の条件は $\partial w_{im}/\partial t=0$ 、すなわち流量が増加(減少)する場合、平均速度 w_{im} を一定に保つよう断面積 A_i が増加(減少)することを意味し、その結果この部分の慣性は系の動特性に影響を及ぼさ

図 12 流量の時間変化

ないことになる。この非定常過程における縮流部断面積の時間変化は、数値計算結果によっても定性的に確認できた(図 11)。また表 3 において、Case 1~3 のすべての場合に τ_1 と $l=0$ とおいた τ_q の値がほぼ等しいことは、渦領域の縮流部の断面積時間変化がその慣性効果をほぼ打ち消していることを示している。

Δp を 32 000 から 64 000 に変化させた場合 (Case 1)、式 (4) で $\alpha=1$ とおき、 τ_1 に表 3 の時定数 τ_q の値を用いて流量 q の時間変化を単一の指数関数で近似し、 q_s で正規化したものを数値計算結果と比較して図 12 に示す。

図 12 より、式 (7) を用いた $\tau_q=0.0072$ の場合には、流量 q の時間変化は数値計算より緩やかであるのに対し、はく離渦領域に対応する l を無視して $\tau_q=0.002$ とした場合は流量 q の立上り部分をよく表している。なお、急激な立上り後に見られる差異は、表 2 中の時定数 τ_2 に相当するモードによるものである⁽¹⁾。

5. 結 言

一定圧力こう配下での定常な管オリフィス流れにステップ状の圧力変化を与えた場合の非定常流の数値解析を行った。前報で扱った静止状態からの非定常過程と異なり、本報の初期定常流ははく離渦領域と、大きな縮流部をもっており、これが系の動特性に与える影

響について詳しく検討した。圧力差を 2 倍に増した場合、零とした場合、圧力差の方向を反転させた場合の 3 種類の条件に対して計算を行った。流量の変化に対する時定数に注目し、静止状態からの過渡特性を扱った前報の場合と比較検討した結果、はく離渦領域に対応する縮流部の増加にもかかわらず、その動特性は大きくは変化しないことが明らかとなった。これは非定常過程において縮流部の断面積が変化して、流量の急激な変化を吸収することによる。今後の課題としては、乱流域も含めた管オリフィス流れの動特性の検討、ポベット弁、スプール弁など、より複雑な幾何形状に対する検討などを行いたい。

計算は、東北大学流体科学研究所 CRAY Y/MP 8 で行った。また数値解析コードは、カリフォルニア大学バークレー校において、著者の一人および J. A. C. Humphrey, R. Greif により作成された。本研究の遂行にあたって、東北大学流体科学研究所 飯村或郎助手より種々助言を得たことを記し謝意を表す。

文 献

- (1) 早瀬・程・林, 管オリフィス流れの過渡特性に関する数値解析 (第 1 報, 非定常流れの時定数), 機論, 59-560, B (1993), 1023.
- (2) Batchelor, G. K., 入門流体力学, (1972), 195, 東京電機大学出版局.
- (3) Hayase, T., Humphrey, J. A. C. and Greif, R., Mini-Manual for ROTFLO 2, Dept. Mech. Eng. Rep., # FM-90-1, Univ. Calif. Berkeley, (1990).
- (4) Patankar, S. V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, (1980), 131, McGraw-Hill.
- (5) Hayase, T., Humphrey, J. A. C. and Greif, R., A Consistently Formulated QUICK Scheme for Fast and Stable Convergence Using Finite-Volume Iterative Calculation Procedures, J. Comput. Phys., 98-1 (1992), 108.
- (6) Schneider, G. E. and Zedan, M., A Modified Strongly Implicit Procedure for the Numerical Solution of Field Problems, Numer. Heat Transf., 4 (1981), 1.
- (7) Fletcher, C. A. J., Computational Techniques for Fluid Dynamics, 1 (1988), 302, Springer-Verlag.
- (8) Funk, J. E., Wood, D. J. and Chao, S. P., The Transient Response of Orifices and Very Short Lines, Trans. ASME, J. Basic Eng., 94-2 (1972), 483.