DNSのための流入・流出境界条件*

宮内 敏雄^{*1}, 店橋 護^{*1}, 鈴木 基啓^{*2}

Inflow and Outflow Boundary Conditions for Direct Numerical Simulations

Toshio MIYAUCHI, Mamoru TANAHASHI and Motohiro SUZUKI

New inflow and outflow boundary conditions are presented. These conditions are tested for two incompressibility problems. One is a problem in which a vortex convected by a uniform mean flow passes an outflow boundary. Another is a two-dimensional spatially developing mixing layer. New boundary conditions which give highly accurate results for both test problems consist of convection-viscous conditions and an approximate transport equation for pressure. The applicability of the convection-viscous conditions is verified by numerical tests which show that conventional boundary conditions do not approximate the velocity or pressure conditions on the boundary. The pressure transport equation proposed in this work is used to obtain the pressure at the inflow and outflow boundaries from a previous time step pressure field. As a result, we conclude that the new boundary conditions are appropriate for direct numerical simulations of spatially developing flows.

Key Words: Computational Fluid Dynamics, Numerical Analysis, Boundary Condition, Shear Flow, Finite Difference Method, Direct Numerical Simulation, Spectral Method

1. 緒 論

近年のコンピュータ技術の発達とそれに伴う高精度数値計算手法の開発により、支配方程式を直接数値的に積分することが可能となり、直接数値計算(DNS)による乱流の構造解明と乱流モデルの開発・評価が行われている。

DNSが適用される流れ場は、比較的簡単な幾何形状で、周期境界条件、固体壁境界条件など境界条件が厳密に与えられる場に限定されてきた。これは、空間的な離散化にスペクトル法を用いるためであり、スペクトル法は解を直交関数系に展開するために、流入・流出境界条件を含む問題には適用が困難である⁽¹⁾。

しかし、実際の乱流現象をより詳細に解明するためには、流入・流出境界条件を含む複雑な乱流場をDNSを用いて解析することが必要である。この場合、計算領域を有限領域に限定することとなり、適切な流入・流出境界条件を与えなければDNSとしての信頼性が

失われてしまう。特に、乱流混合層や噴流などの空間的に発達し、流体力学的不安定性が乱流場の発達に大きな影響を与える問題においては、適切な流入・流出境界条件は不可欠である⁽²⁾。

流入・流出境界条件に関して、これまで多くの研究が行われてきた⁽³⁾⁽⁴⁾⁽⁵⁾。しかし、多くの研究が低精度の空間離散化法を用いており、境界条件に起因する誤差と離散化スキームによる誤差の判別が困難であり、本来の境界条件の特性が明確にされているとは言い難い。

そこで、本研究ではスペクトル法と高次精度差分法を組み合わせたハイブリッド・スキームを用いて、二次元一様流中の渦が流出境界を通過する問題および空間的に発達する二次元非圧縮性混合層を対象として適切な流入・流出境界条件の開発・評価を行うことを目的としている。

2. 記 号

C : 渦の強度を示す定数

f : u, v の関数 ((26)式)

g : u, v の関数 ((26)式)

k_y : y 方向の波数

* 原稿受付 平成5年7月12日。

^{*1} 正員, 東京工業大学工学部 (〒152 東京都目黒区大岡山 2-12-1)。

^{*2} 東京工業大学大学院。

- N_y : y 方向の格子点数
 p : 圧力
 R : 混合層の速度比 $= U_1/U_2$
 Rc : 初期渦半径
 Re : レイノルズ数
 s : (9)式
 t : 無次元時間
 $\mathbf{u}$: 無次元速度ベクトル
 U : 一様流の速度
 U_1 : 混合層の高速側の速度
 U_2 : 混合層の低速側の速度
 u : x 方向の速度成分
 v : y 方向の速度成分
 x : 無次元空間座標
 x_0 : 初期の渦中心の x 座標
 y : 無次元空間座標
 y_0 : 初期の渦中心の y 座標
 Δp_0 : 初期の圧力差
 Δt : 時間刻み幅
 ΔU : 混合層の速度差
 $\Delta \omega_0$: 初期渦の渦度差
 δ_ω : 初期渦度厚さ
 ε : 相対誤差
 ω : 渦度
 Ψ : 流れ関数
 上付添字
 n : 時間ステップ
 下付添字
 i : x 方向の格子点位置
 記号
 $\wedge$: Fourier係数

3. 基礎方程式および計算方法

2・1 基礎方程式 基礎方程式は以下のような Navier-Stokes 方程式と連続の式である。

図1 一様流に流される渦

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} - \nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

ここで、 Re はレイノルズ数であり、図1に示す一様流に渦が流される問題については、代表長さとして初期渦の半径 Rc 、代表速度として主流速度 U を用いて無次元化を行い、図2に示す空間的に発達する混合層については、それぞれ初期渦度厚さ δ_ω と高速側・低速側の速度差 ΔU を用いて無次元化を行った。

2・2 計算方法 (1) 式の対流項を除く他の流れ方向の微分は4次精度中心差分式を用いて差分化を行った。また流れ方向の微分を含む対流項には5次精度風上差分式を用いた⁽⁶⁾。

流れに垂直方向には、Free-slip境界条件を課し、流れ方向の速度成分 u および圧力 p は $\cos$ 級数を用いて、垂直方向の速度成分 v は $\sin$ 級数を用いて展開し、スペクトル法を用いて数値計算を行った⁽⁷⁾。

対流項から生じる aliasing 誤差は垂直方向に関しては padding 法を用いて完全に除去した⁽¹⁾。すなわち、非線形項は物理空間上で計算格子点 N_y に対して1.5倍の格子点を用いて計算を行った。流れ方向に関しては、5次精度風上差分により、aliasing 誤差はある程度制御される⁽⁶⁾⁽⁸⁾。

また、時間積分は対流項および粘性項に二次精度 Adams-Bashforth 法を適用して行った。すなわち

$$\frac{u^* - u^n}{\Delta t} = \frac{3}{2} Q^n - \frac{1}{2} Q^{n-1} \quad (3)$$

ここで、

$$Q^n = -(\mathbf{u}^n \cdot \nabla) \mathbf{u}^n + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u}^n \quad (4)$$

である。

圧力項に関しては次のように Backward-Euler 法を用いて差分化を行った。

$$\frac{u^{n+1} - u^*}{\Delta t} = -\nabla p^{n+1} \quad (5)$$

図2 空間的に発達する混合層

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} = 0 \quad (6)$$

(5)式の両辺の発散をとり、(6)式を用いると次のような圧力に対するPoisson方程式が得られる。

$$\nabla^2 p^{n+1} = \frac{\nabla \cdot \mathbf{u}^*}{\Delta t} \quad (7)$$

上記のPoisson方程式はFourier空間において次のように表わすことができる。

$$\frac{\partial^2 \hat{p}(x, k_y, t)}{\partial x^2} - k_y^2 \hat{p}(x, k_y, t) = \hat{s}(x, k_y, t) \quad (9)$$

ここで、

$$s = \left(\frac{\nabla \cdot \mathbf{u}^*}{\Delta t} \right) \quad (10)$$

である。

このように Poisson 方程式は Fourier 空間において k_y に関して独立な常微分方程式となるため、比較的容易に解くことができる。さらに、(9)式の流れ方向の2階微分を4次精度コンパクト差分式を用いて近似すると⁽⁹⁾、以下のようになる。

$$\begin{aligned} & \left(\frac{6}{5\Delta x^2} - \frac{1}{10}k_y^2 \right) \hat{p}_{k,i+1} - \left(\frac{12}{5\Delta x^2} + k_y^2 \right) \hat{p}_{k,i} \\ & + \left(\frac{6}{5\Delta x^2} - \frac{1}{10}k_y^2 \right) \hat{p}_{k,i-1} = \frac{1}{10} \hat{s}_{k,i+1} + \hat{s}_{k,i} + \frac{1}{10} \hat{s}_{k,i-1} \end{aligned} \quad (11)$$

この際、解くべき行列が対称3重対角行列となるため、不完全コレスキー分解を行い、共役勾配法で反復計算を行うICCG法を用いて計算を行った。類似な計算方法を用いて、前川・Mansour⁽¹⁰⁾は二次元平面伴流の解析を行い、Cainら⁽¹¹⁾とBuell⁽¹²⁾は平面混合層の解析を行っている。

4. 速度場の流出境界条件

流出境界条件として、次式で示されるような自由流出条件が多く用いられている。

図3 最大・最小渦度の時間変化 ($Re=500$)

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (12)$$

そこで、二次元一様流により渦が流される場合について、自由流出条件を適用し、検討を行った。計算領域としては、流出境界条件の影響を明かにするために、2つの領域を用いた⁽⁵⁾⁽¹³⁾。一つは流れ方向に $14Rc$ 、垂直方向に $14Rc$ の正方形領域であり、他は流れ方向を1.5倍の $21Rc$ とした長方形領域である。格子点は前者の場合 101×101 とし、後者の場合 151×101 とした。

初期速度場中の渦は以下のような流れ関数 Ψ で定義される⁽¹⁴⁾。

$$\Psi = C \exp \left\{ -\frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2Rc^2} \right\} \quad (13)$$

ここで、 (x_0, y_0) は渦の中心、 C は初期渦の強度、 Rc は初期渦の半径を表わしている。

図3と図4は $C/URc = -0.5$ 、 $Re=500$ の場合の最大・最小渦度および最大・最小圧力の時間変化を示している。図中の記号は計算領域 $14Rc \times 14Rc$ を用いた場合の結果を示しており、実線は計算領域 $21Rc \times 14Rc$ を用い、仮想境界を $x=14Rc$ に設定した場合の結果を示している。自由流出条件を適用した場合、渦が境界に達する $t=5.6$ から渦が境界を完全に通過する $t=8.4$ までの期間で非物理的な圧力変動が生じていることがわかる。また、渦度も境界条件により影響を受けていることがわかる。

図5と図6は等渦度線および等圧力線を示している(実線は正の値、破線は負の値を示している)。これらの図から、渦度については形状が保存されているが、圧力に関しては、(12)式の勾配零の条件のために、渦が境界に達すると圧力分布に歪みが生じていることがわかる。特に、圧力に関して重要な問題点は流出境界条件のために上流側に圧力変動が生じることである。つまり、混合層や噴流のように上流での流体力学的不安性によって発達する流れ場では非物理的な圧力変動よ

図4 最大・最小圧力の時間変化 ($Re=500$)

って不安定性とは無関係に渦が成長する可能性がある。これらのことから、自由流出条件(12)式は適切な境界条件ではないことがわかる。

次に、対流速度として一様流速度を用いた対流条件、局所速度を用いた対流条件およびそれぞれに粘性項を加えた4つの条件について比較を行った。各条件は以下になる。

境界条件 1 (15), (16)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + U \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} + U \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (14)$$

境界条件 2

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (15)$$

境界条件 3

$$\frac{\partial u}{\partial t} + U \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = 0,$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + U \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (16)$$

境界条件 4

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = 0,$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (17)$$

流出境界は、本来物理的には存在しない境界であり、Navier-Stokes 方程式を満足する流れ場の任意の位置で設定できる。したがって、境界上においても、(1)式の Navier-Stokes 方程式を満足していなければならない。上記の境界条件 1 ~ 4 が満足され、さらに(1)式も満足しているならば、それぞれの条件に関して次のような条件が成立しなければならない。

境界条件 1

(a) $t=5.6$

(b) $t=8.4$

図 5 等渦度線図

(a) $t=5.6$

(b) $t=8.4$

図 6 等圧線図

(a) Navier-Stokes 方程式の解

(b) 境界条件 1

(a) Navier-Stokes 方程式の解

(b) 境界条件 1

(c) 境界条件 2

(d) 境界条件 3

図 7 流れ方向の圧力勾配分布 ($Re=500$)

(c) 境界条件 2

(d) 境界条件 3

図 8 垂直方向の圧力勾配分布 ($Re=500$)

$$\begin{aligned}\frac{\partial p}{\partial x} &= -(u-U)\frac{\partial u}{\partial x} - v\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right), \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= -(u-U)\frac{\partial v}{\partial x} - v\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)\end{aligned}\quad (18)$$

境界条件 2

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right), \quad \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) \quad (19)$$

境界条件 3

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -(u-U)\frac{\partial u}{\partial x} - v\frac{\partial u}{\partial y}, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = -(u-U)\frac{\partial v}{\partial x} - v\frac{\partial v}{\partial y} \quad (20)$$

境界条件 4

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (21)$$

ここでは, (18)~(21)式を検証するために, 左辺の圧力勾配の分布と右辺の分布の比較を行った.

(a) Navier-Stokes 方程式の解 (b) 境界条件 1

(c) 境界条件 2 (d) 境界条件 3

図 9 流れ方向の圧力勾配分布 ($Re=50$)

(a) Navier-Stokes 方程式の解 (b) 境界条件 1

(c) 境界条件 2 (d) 境界条件 3

図 10 垂直方向の圧力勾配分布 ($Re=50$)

(a) Navier-Stokes 方程式の解

(b) 境界条件 3

図 11 流れ方向の圧力勾配分布 (混合層)

(a) Navier-Stokes 方程式の解

(b) 境界条件 3

図 12 垂直方向の圧力勾配分布 (混合層)

図7と図8はそれぞれ $C/URc=-0.5$, $Re=500$ とした場合の流れ方向の圧力勾配と垂直方向の圧力勾配を示している。それぞれ(a)はNavier-Stokes方程式の解より得られた圧力勾配を示し、(b)は境界条件1, (c)は境界条件2, (d)は境界条件3から予測される圧力勾配を示している。境界条件4の場合、圧力勾配は零となり、Navier-Stokes方程式の解から得られる圧力勾配と一致しないことは明らかである。これらの図において、(c)の等値線間隔は他の図の1/50である。これらの図から、境界条件2の条件は適切でないことがわかる。また、この場合に境界条件1と境界条件3の差はほとんどない。

図9と図10は $C/URc=-0.5$, $Re=50$ とした場合の結果を示している。ここで、(c)の等値線間隔は他の図の1/5である。境界条件2は $Re=500$ の場合と同様に適切でないことがわかる。さらに、低レイノルズ数の場合、境界条件1は適切でなく、境界条件3が最も適切に速度場を近似していることがわかる。

次に、他の流れ場について境界条件3の有効性を検証するために、空間的に発達する二次元混合層について計算を行った。計算領域は、流れ方向に $70\delta_w$ 、垂直方向に $35\delta_w$ とし、格子点数は流れ方向に201、垂直方向に101とした。垂直方向の計算領域としては混合層に発達する渦が鏡像渦の影響を受けない大きさを確保した。流入速度分布としては、ハイパボリック・タンジェント型の分布を与え、線形安定性理論⁽¹⁷⁾から与えられる最も不安定な波長のじょう乱を与えた。また、初期条件としては計算領域全体に流入速度分布を与え、じょう乱を流入部から与え続けた。以下の議論は初期条件の影響が下流に流れ去った準定常状態についてのものである。

図11と図12は $Re=200$, 速度比 $R=0.2$ の場合の流れ方向および垂直方向の圧力勾配とそれらの境界条件3に基づく予測値を示している。ここで、対流速度として、高速側と低速側の平均速度を用いた。また、この速度比とレイノルズ数は本研究で用いた格子数によって十分計算が可能であり、 $Re=200$ は混合層に発達する大規模渦の成長が粘性の影響によって抑制されるレイノルズ数50よりも十分大きい。図11と図12から、境界条件3は混合層についても適切に速度場を近似していることがわかる。

以上のことから、以下速度場の流出境界条件として境界条件3を採用する。

5. 圧力の流入・流出境界条件

圧力の流入・流出境界条件としては、Navier-Stokes

方程式から求めた流れ方向の圧力勾配を用いる方法について検討する。ただし、Neumann型の境界条件を適用した場合、Dirichlet型に比べ反復計算の収束が遅いため、本研究では、流れ方向の圧力勾配からDirichlet型で境界条件を与える方法について検討する。

流入境界においては流れ方向のNavier-Stokes方程式から圧力勾配を与える。ここで、流入境界で速度場が与えられていることから、非定常項は直接計算により求める。境界上での圧力は、2次精度片側差分近似を用いて次のように与える。

$$p_i^{n+1} = \frac{4}{3}p_{i+1}^{n+1} - \frac{1}{3}p_{i+2}^{n+1} - \frac{2\Delta x}{3}\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_i^{n+1} \quad (22)$$

流出境界においては、流れ方向のNavier-Stokes方程式に速度に対する境界条件(16)式を代入すると、流れ

(a) Navier-Stokes方程式の解

(b) (27)式による予測圧力

図13 混合層における圧力分布

図14 予測圧力の相対誤差

図15 最大・最小渦度の時間変化 ($Re=500$) 図16 最大・最小圧力の時間変化 ($Re=500$)

方向の圧力勾配は次のようになる。

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -(u-U)\frac{\partial u}{\partial x} - v\frac{\partial u}{\partial y} \quad (23)$$

すなわち、境界条件3に対する条件式である。さらに、流入境界と同様に2次精度片側差分近似を行い、変形すると次のようになる。

$$p_i^{n+1} = \frac{4}{3}p_{i-1}^{n+1} - \frac{1}{3}p_{i-2}^{n+1} + \frac{2\Delta x}{3}\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_i^{n+1} \quad (24)$$

(22)式と(24)式に現われる p^{n+1} は未知量であるため、これらの式を直接用いることはできない。そこで、境界条件3が計算領域内で速度場を適切に近似していることから、(23)式を用いて次のような式を構成する。

$$\frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{\partial p}{\partial t} + U\frac{\partial p}{\partial x}\right\} = \frac{1}{Re}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{2}\omega^2\right) + \frac{\partial \omega}{\partial x}f + \frac{\partial \omega}{\partial y}g, \quad (25)$$

$$f = \frac{1}{Re}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right), \quad g = -\frac{2}{Re}\frac{\partial u}{\partial x} \quad (26)$$

ここで、(25)式の右辺第2項と第3項が無視できると仮定すると、次のような圧力に関する近似的な輸送方程式を構成することができる。

$$\frac{\partial p}{\partial t} + U\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{2Re}\omega^2 \quad (27)$$

ここで、右辺第1項の非定常項を差分化することにより、(22)式と(24)式の右辺に現われる圧力を近似的に与えることができる。この近似的な圧力に対する輸送方程式は、圧力が渦運動と密接に関係しており、渦が粘性によって減衰した場合、圧力差も小さくなることを示している。これは乱流混合層のBrown-Roshkoの実験結果⁽¹⁸⁾や宮内・笛木のLarge Eddy Simulationの結果⁽¹⁹⁾によっても支持されている。

境界内の圧力を近似的に与える(27)式の妥当性を検証するために、混合層に対して実際の計算によって求

図17 等渦度線 ($Re=500$) 図18 等圧線 ($Re=500$) 図19 速度の発散 ($Re=500$)

図 2.0 最大・最小渦度の時間変化 ($Re=100$) 図 2.1 最大・最小圧力の時間変化 ($Re=100$)

図 2.2 等渦度線 (混合層)

図 2.3 等圧線 (混合層)

められた境界内の圧力と近似式(27)式から予測される圧力分布の比較を図 1.3 に示す。図 1.3 から、(27)式を仮定することによって予測される圧力が次の時間ステップにおける圧力と非常に良く一致していることがわかる。図 1.4 はその相対誤差 ϵ を示しているが、 10^{-3} の精度で圧力場が予測されることがわかる。

以下、上述の境界条件を用いた計算結果を示す。ただし、境界における差分化は離散化の精度を維持するために、計算領域内と同精度の片側差分を用いて行った。

6. 計算結果

6.1 一様流中の渦 図 1.5 と図 1.6 は $C/URc = -0.5$, $Re=500$ とした場合の最大・最小渦度および最大・最小圧力の時間変化を示している。図 3, 図 4 と同様に、各記号は計算領域 $14Rc \times 14Rc$ を用いた場合の結果を示しており、実線は計算領域 $21Rc \times 14Rc$ を用い、仮想境界を $x=14Rc$ に設定した場合の結果を示している。渦度および圧力ともに、ほとんど流出境界条件の影響を受けていないことがわかる。また、図 1.7 と図 1.8 は等渦度線と等圧力線を示しているが、自由流出条件を課した場合のような非物理的な圧力変動や上流側への圧力の伝播は観察されない。

図 1.9 は渦が流出境界に達した $t=5.6$ における速度

の発散を示している。本研究で採用した数値計算スキームでは速度の発散は計算領域内で 10^{-5} 程度である。これに対して、人工的な流出境界条件の設定により流入・流出境界上で生じる速度の発散は 10^{-4} 程度であり、本研究で採用した境界条件が連続の式についてもかなり良い精度で満足していることがわかる。

さらに、レイノルズ数に対する依存性を明らかにするために、図 2.0 と図 2.1 に $C/URc = -0.5$, $Re=100$ とした場合の結果を示す。これらの図から本研究で採用した境界条件が、レイノルズ数にかかわらず適用可能であることがわかる。

6.2 空間的に発達する混合層 図 2.2 と図 2.3 は $Re=200$, 速度比 $R=0.2$ の場合の空間的に発達する混合層の等渦度線と等圧線を示している。渦度場・圧力場ともに境界条件による影響をほとんど受けず、せん断層の不安定性による大規模渦の roll-up が生じていることがわかる。

混合層内の乱れに低調波が存在すれば、roll-up した大規模渦は合体を繰り返しながら下流方向に成長するが、本研究では基本波成分のみのじょう乱を与えたため、大規模渦の合体は生じず、粘性散逸によりエネルギーを失いながら下流方向に移流する。このことは用いた境界条件が、流入条件として与えた波長の変動以外の有意な変動を上流側で発生させないことを示唆し

ている。以上のことから、本研究で開発した境界条件は不安定性を伴う空間的に発達する流れ場の境界条件として適切であることがわかる。

7. 結 論

空間的に発達する流れ場の直接数値計算のための適切な流入・流出条件を開発するために、一様流中の渦が境界を通過する問題および空間的に発達する二次元混合層について種々の境界条件を適用した結果、以下のような結論を得た。

- (1) 境界において勾配零を与える自由流出条件は空間的に発達する流れ場の境界条件として適切ではない。
- (2) 対流型の流出境界条件を与える場合、粘性の影響を考慮に入れる必要がある。
- (3) 擬似的な圧力の輸送方程式を用いて境界上での圧力を与える方法が、空間的に発達し、流体力学的な不安定性を伴う流れ場の直接数値計算に適している。

文 献

- (1) Canuto, C., Hussaini, M. Y., Quarteroni, A. and Zang, T. A., *Spectral Methods in Fluid Dynamics*, (1988), Springer-Verlag, 87.
- (2) Reynolds, W. C., *Whither Turbulence? Turbulence at the Crossroads* (Lumley J. L. ed.), (1990), Springer-Verlag, 313.
- (3) 宮内・笛木, 機論, **57**-542, B(1991), 3340.
- (4) 吉田・中村・渡辺, **59**-558, B(1993), 374.
- (5) 戴・小林, 機論, **58**-546, B(1992), 313.
- (6) Rai, M. M. and Moin, P., *J. Comput. Phys.*, **96** (1991), 15.
- (7) Miyauchi, T. and Tanahashi, M., *CFD J.*, **1**-4 (1993), 401.
- (8) 宮内・平田・店橋, 機論投稿中.
- (9) Lele, S. K., *J. Comput. Phys.* to be appear.
- (10) 前川・Mansour, 機論, **57**-540, B(1991), 2583.
- (11) Cain, A. B., Ferziger, J. H. and Reynolds, W. C., *J. Comput. Phys.*, **56** (1984), 272.
- (12) Buell, J. C., *J. Comput. Phys.*, **95** (1991), 313.
- (13) Orlanski, I., *J. Comput. Phys.*, **21** (1976), 251.
- (14) Poinso, T. J. and Lele, S. K., *CTR Manuscript* **102** (1989), 1.
- (15) Lowery, P. S. and Reynolds, W. C., *AIAA paper* 87-0142 (1987).
- (16) Ho, C.-M., Zohar, Y., Foss, J. K. and Buell, J. C., *J. Fluid Mech.*, **230** (1991), 319.
- (17) Michalke, A., *J. Fluid Mech.*, **109** (1974), 543.
- (18) Brown, G. L., and Roshko, A., *J. Fluid Mech.*, **64** (1974), 775.
- (19) 宮内・笛木, 機論, **57**-535, B(1991), 930.