強制対流場に設置された多孔性物質の局所伝熱流動に及ぼす影響*

一 宮 浩 市*¹, 河 合 康 行*²Effects of a Porous-Medium in a Forced Convection Field
on Local Heat Transfer and Flow

Koichi ICHIMIYA and Yasuyuki KAWAI

A numerical estimation was performed for the laminar flow and heat transfer by a porous medium in a flow passage with a miter bend. Heat transfer between solid material and fluid was considered in the numerical analysis. The calculations were performed for the Darcy number $Da=1\sim 2.5\times 10^{-6}$, the ratio of thermal conductivity of solid material and fluid $RRM=1\sim 1\,000$, the parameter of heat transfer between solid material and fluid $H_\theta=10\sim 1\,000$ and the Reynolds number $Re=300$. Local heat transfer and dimensionless stream function were compared between the flow with and without porous medium. The behavior of the flow, the solid and gas temperatures and the Nusselt number with these parameters was represented. It was found that the porous medium with low Da , high RRM and H_θ should be selected to enhance the local heat transfer.

Key Words: Thermal Engineering, Forced Convective Heat Transfer, Laminar Flow, Porous Medium, Miter Bend, Numerical Analysis

1. 緒 言

多孔性物質の伝熱制御への応用は各種行われている。著者らはこれまで常温域で平行平板流路内に低抵抗の乱れ促進体として設置したときの熱伝達特性を実験的⁽¹⁾にも、数値解析的⁽²⁾にも示し、その有効性を明らかにしてきた。これらの経験を生かし、多孔性物質を蓄熱形熱交換器、スターリング機関の再生器、フィルタ等を対象とした応用に発展させるためには、多孔性物質を強制対流支配の場合挿入することによる局所流れと熱移動の制御がいかに行われるかを実用に近い場で解析する必要がある。このような強制対流が支配的な場合への多孔性物質の挿入に関する基礎研究としては、Kaviany が、多孔性物質を壁温一定、両面加熱の平行平板流路高さ全体に設置した状態⁽³⁾と半無限等温平板上に設置した状態⁽⁴⁾での伝熱流動特性を $\sqrt{y_0^2 \epsilon / K}$ をパラメータにして求めている。また Poulikakos らは多孔性物質を流路の高さ方向にわたり伝熱面側に部分的に設置したとき⁽⁵⁾と流路高さの中央

側に部分的に設置したとき⁽⁶⁾の速度、ヌッセルト数分布を流路内に多孔性物質が占める割合あるいは流れ方向の圧力こう配をパラメータにして整理している。さらに Hunt らは繊維状物質による熱伝ばについて実験的に解析し流れ方向の平均熱伝達を評価している⁽⁷⁾。これらは体系として直管流路で多孔性物質内の熱拡散の取扱いは多孔性材料と流体との有効熱伝導率で評価している。本研究では、より実用に近い体系として屈折流路を選択し、屈折後に多孔性物質を挿入することにより局所的に流動状態がどのように変化し、それが局所熱伝達にいかなる影響を及ぼすかを数値的に解析するものである。この際、固体材料と流体間の熱伝達も考慮した。流路に屈折流路を選んだ他の理由は、直管流路に比較して多孔性物質の有無による変化が明確に現れると推察するからである。

主 要 な 記 号

A_s : 固体粒子1個の表面積

Da : ダルシー数 $= K/h^2$

h : 多孔性固体の幅 $= 2y_0$

h_A : 固体材料-流体間の熱伝達係数

H : 無次元幅 $= h/y_0$

H_θ : 無次元パラメータ $= h_A n_s A_s y_0^2 / \lambda_\theta$

* 原稿受付 平成5年7月12日。

*¹ 正員, 山梨大学工学部 (〒400 甲府市武田4)。

*² 高木産業(株) (〒417 富士市西柏原新田201)。

H_s : 無次元パラメータ $= H_g(\lambda_g/\lambda_s)$

K : 透過率

n_s : 単位体積当たりの粒子の個数

Nu : ヌッセルト数 $= \alpha \cdot 2y_o/\lambda_g$

Pr : プラントル数

q : 熱流束

Re : レイノルズ数 $= u_m \cdot 2y_o/\nu$

RRM: 熱伝導率比 $= \lambda_s/\lambda_g$

T : 温度

T_o : 入口温度

T_w : 伝熱面温度

u : x 方向の速度

u_m : 断面平均速度

U : x 方向の無次元速度

v : y 方向の速度

V : y 方向の無次元速度

X : 無次元座標 $= x/y_o$

y_o : 入口流路幅

Y : 無次元座標 $= y/y_o$

ギリシャ文字

α : 伝熱面-流体間の熱伝達係数

ϵ : 有孔度

Θ : 無次元温度

ϕ : 流れ関数

Ψ : 無次元流れ関数

ω : 渦度

Ω : 無次元渦度

λ : 熱伝導率

μ : 粘性係数

ν : 動粘性係数

添字

s : 多孔性物質

g : 流体

2. 問題の記述

図1に取扱う系を示す。流路は入口、出口高さを y_o とする二次元平行平板流路で入口の上端部を原点とし水平軸を x 軸、縦軸を y 軸とする。流路入口より、発達した層流速度分布(放物線分布)で流体が流入する。 $10y_o$ の直線部を経て屈折部に流入し、流路高さ $h(=2y_o)$ 、 y 方向長さ $5y_o$ の部分に多孔性物質が設置される。流路両側面[上流側側面(Au-Ad), 下流側側面(Bu-Bd)]から一流熱流束 q で加熱される。流体は屈折部を出た後、下流部 $50y_o$ の直線流路を経て発達する。また加熱壁以外の壁は断熱条件とする。多孔性固体は一樣な球状粒子の集合と考え、空けき率を ϵ 、透

図1 座標系

過率を K 、粒子1個の表面積を A_s 、単位体積当たりの粒子数を n_s 、粒子-流体間の熱伝達係数を h_a とした。多孔性物質中の流れの運動方程式は Brinkman 項(粘性項)、Forchheimer 項(慣性項)を組み込んだ非ダルシーモデルに基づいている⁽⁸⁾。熱的には対流・熱伝導場として熱放射は無視し、局所平衡が成り立つとして多孔性物質(固体)と流体間の熱伝達を考慮した。なお流体および固体材料の熱物性値は一定とした。

3. 数値解析

基礎式は下記の無次元数を使用して、流れ関数 ϕ 、渦度 ω を導入した流れに関する無次元式およびエネルギーに関する無次元式を示す。なお、添字 g, s はそれぞれ流体、固体材料を表す。

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad \omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y},$$

$$\Psi = \frac{\phi}{y_o u_m}, \quad \Omega = \frac{\omega y_o}{u_m}, \quad \Theta_{g,s} = \frac{\lambda_g(T_{g,s} - T_o)}{q y_o} \quad \dots \dots \dots (1)$$

流れの基礎式

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial \Omega}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \frac{2\epsilon^2}{Re} \frac{\tilde{\mu}}{\mu} \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2} \right) - \frac{2\epsilon^2 \Omega}{Re H^2 Da} - \frac{\epsilon^2 C}{H \sqrt{Da}} \left\{ \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial X} \right)^2 - \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial Y} \right)^2 \right\} \quad \dots \dots \dots (3)$$

エネルギーに関する基礎式

流体側

$$\frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial \Theta_g}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial \Theta_g}{\partial Y} = \frac{2}{Re Pr} \left(\frac{\partial^2 \Theta_g}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta_g}{\partial Y^2} \right) - \frac{2H_g}{Re Pr} (\Theta_g - \Theta_s) \quad \dots \dots \dots (4)$$

固体側

$$\frac{\partial^2 \Theta_s}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta_s}{\partial Y^2} = H_s(\Theta_s - \Theta_g) \quad \dots\dots\dots (5)$$

式(3)の右辺の係数 C は Ergun⁽⁹⁾ によって与えられた次式を使用した。

$$C = (1.75/\sqrt{175})\varepsilon^{-1.5}$$

無次元パラメータ Da , H_g , H_s は次のとおりである。

$$Da = K/h^2, \quad H_g = h_A n_s A_s y_0^2 / \lambda_g,$$

$$H_s = H_g \cdot (\lambda_g / \lambda_s)$$

Da はダルシー数で, H_g は多孔性物質内における粒子-流体間の熱伝達に関する無次元パラメータである。多孔性物質内の熱伝達の評価は粒子状, 非粒子状で各種あるがヌッセルト数にして $10^{-2} \sim 10^2$ 程度である^{(10)~(12)}。これらを考慮して本解析では H_g を $10 \sim 1000$ の範囲にとった。 H_s は固体側(粒子側)のビオ数に相当するものである。多孔性材料と流体の熱伝導率比 $\lambda_s/\lambda_g (=RRM)$ は, 流体として気体($Pr=0.7$)を対象としているので $10 \sim 1000$ にとり, 特別な場合として $RRM=1$ についても計算を行った。

境界条件を無次元化すると次式となる。

$$\text{流路入口: } U = -6(Y^2 - Y), \quad V = 0, \quad \Theta_g = 0$$

$$\text{流路上壁・下壁: } U = 0, \quad V = 0, \quad \partial \Theta_g / \partial Y = \partial \Theta_s / \partial Y = 0$$

$$\text{流路側壁 Au-Ad: } U = 0, \quad V = 0,$$

$$\partial \Theta_g / \partial X = RRM \partial \Theta_s / \partial X = -1$$

$$\text{Bu-Bd: } U = 0, \quad V = 0,$$

$$\partial \Theta_g / \partial X = RRM \partial \Theta_s / \partial X = 1$$

$$\text{流路出口: } \partial U / \partial X = 0, \quad V = 0, \quad \partial \Theta_g / \partial X = 0$$

$$\text{界面: } \partial U / \partial X|_s = \partial U / \partial X,$$

$$(\tilde{\mu}/\mu) \partial V / \partial X|_s = \partial V / \partial X$$

ただし $\tilde{\mu}/\mu$ は通気性固体側の流体の有効粘性係数と流路内の流体の粘性係数の比であり, Neal⁽¹³⁾ にしたがって $\tilde{\mu}/\mu = 1.2$ として計算した。この界面の条件は流体の流れと界面が平行な場合の Neal-Nader⁽¹³⁾ の条件を, 流体が界面に垂直に出入する場合に適用したものである。

数値計算法としては基礎式を積分し, 保存系に表示

し, 風上差分を適用して反復法で行った⁽¹⁴⁾。側面付近の無次元渦度 Ω_i は壁面を含めた3点の無次元流れ関数 Ψ で表示した。壁面上の温度こう配も3点近似とした。収束条件は各格子点の Ψ , Ω , Θ の逐次近似の二つの誤差の最大絶対値が次式を満足するとした。

$$\max|\phi^{(n)} - \phi^{(n-1)}| \leq 6 \times 10^{-4}$$

なお ϕ は Ψ , Ω , Θ を示す。

数値計算は層流状態 ($Re=300$) で粒子-流体間の熱伝達パラメータ $H_g (=10 \sim 1000)$, 熱伝導率比 $RRM (=1 \sim 1000)$, ダルシー数 $Da (=1 \sim 2.5 \times 10^{-6})$ を変化させて伝熱流動への影響を検討した。得られた結果は流動に関しては無次元流れ関数 Ψ , 伝熱に関しては無次元温度 Θ とヌッセルト数 Nu ,

$$Nu = 2qy_o / \{\lambda_g(T_w - T_o)\} = 2/\Theta_w$$

で評価した。

4. 数値計算結果

多孔性固体の有無による流路内の無次元流れ関数 Ψ の相違を示したのが図2である。多孔性固体を設置しない場合 [図2(a)], 層流の発達状態で屈折部に流入した流体は (Bu-Bd) 面に衝突し流れ方向を直角に変化させる。この際, 上壁右隅に小渦を, (Au-Ad) 側で大循環流が生ずる。この循環流の中心は下流側に位置し, (Bu-Bd) 側の流れは加速され, 下流側で方向を変えて出口の直線流路にいたる。出口では流路上部に幅 y_0 程度の小循環流が形成される。この状態にダルシー数 Da の異なった多孔性物質を屈折部に設置したときの流動状態を図2(b)~(d)に示す。 $Da = 2.5 \times 10^{-2}$ では循環流のスケールは $1/3$ 程度に減少し, 循環流の中心が上流側(屈折端部)に移動している。 $Da = 2.5 \times 10^{-3}$ では屈折端部の (Au-Ad) 側にわずかに小渦が見られるものの, $Da = 2.5 \times 10^{-6}$ では循環流はほとんど観察されず流れが一様化されていることを示している。

上述の Da 数を変化させた状態で $H_g = 100$, $RRM = 100$ に対する流路内の流体の温度分布を図3に, 多

図2 無次元流れ関数 Ψ ($Re=300$)

図 3 無次元流体温度 $\theta_f (H_g=100, RRM=100)$ 図 4 無次元材料温度 $\theta_s (H_g=100, RRM=100)$ 図 5 局所ヌッセルト数 ($H_g=100, RRM=100$)

孔性材料の温度分布を図 4 に示す。図 3 (a) は多孔性物質を設置しない場合の流体の等温分布である。多孔性物質がない場合、(Au-Ad) 側の循環流の影響で流路幅全体のほぼ 1/2 以上にわたって $\theta=0.1$ 以上に温度上昇し、屈折上流端から発する等温線 $\theta=0.01 \sim 0.05$ は (Bu-Bd) 側に偏ることになる。この状態に多孔性物質を挿入することにより [図 3 (b)~(d)], 温度上昇は早くなり、等温線 $\theta=0.01 \sim 0.05$, ほぼ流路高さ全体に分布し一様化されることになる。 Da 数の減少とともに、屈折上流側の分布はそれほど変化はないものの屈折下流側で $\theta=0.06$ 以上の広がりが大きくなっている。これに対して多孔性材料の温度 [図 4 (a)~(c)] は、熱伝導率比 $RRM=100$ のため伝熱面

図 6 平均ヌッセルト数 ($H_g=100, RRM=100$)

付近の温度こう配は流体ほどではなく、 Da 数による影響は屈折下流側に現れ、 Da 数の減少とともに流路高さにわたって高温領域が増大することになる。図 5

に加熱面上の局所ヌッセルト数を示す。一点鎖線が多
孔性物質を設置しない場合の値を示す。(Au-Ad)側
[図5(a)]では多孔性物質を挿入することにより上流
側での循環流のスケールの減少、消滅により著しく伝
熱が促進され、 Da 数の小さいほどその割合は大き
くなっている。しかし下流側ではわずかながら Da 数の
大きいほうが Nu 数は増大することになっている。一
方、(Bu-Bd)側 [図5(b)] では上流側、無次元距離に
して $Y=1.0$ 程度まで伝熱促進され、それ以後は多孔
性物質の効果は現れていない。両加熱面における平均
ヌッセルト数を図6に示す。右端の粗い破線は多孔性
物質を設置しない場合の(Bu-Bd)側の値を、細かい破
線は(Au-Ad)側の値を表示する。多孔性物質を流路高

さ全体にわたって設置することによる伝熱促進への有
効性は本計算範囲では(Au-Ad)側(○印)で約2.5倍、
(Bu-Bd)側(▲印)で約1.25倍程度である。多孔性物
質の有無、すなわち、 $Da \rightarrow 0$, $Da \rightarrow \infty$ に対する値の変
化は Kaviany⁽³⁾ による多孔性物質の形状係数 $\sqrt{y_0^2 \varepsilon / K}$
に対するヌッセルト数の変化に対応するものである。

図7, 8に、 $Da=2.5 \times 10^{-3}$, $H_0=10$ に対する流体お
よび固体材料の等温分布に及ぼす熱伝導率比
 $RRM(=\lambda_s/\lambda_o)$ の影響を示す。 RRM が大きい [図7
(a)] と多孔性材料の熱拡散のため流路中央付近の流
体の温度上昇は緩慢である。等温線 $\Theta=0.01$ が屈折流
路下流側まで伸張し、加熱壁付近の温度こう配の大き

(a) $RRM=1000$

(b) $RRM=10$

図7 無次元流体温度 $\Theta_f(Da=2.5 \times 10^{-3}, H_0=10)$

(a) $RRM=1000$

(b) $RRM=10$

図8 無次元材料温度 $\Theta_s(Da=2.5 \times 10^{-3}, H_0=10)$

(a) (Au-Ad)側

(b) (Bu-Bd)側

図9 局所ヌッセルト数 ($Da=2.5 \times 10^{-3}$, $H_0=10$)

(a) $H_0=1000$

(b) $H_0=10$

図10 無次元流体温度 $\Theta_f(Da=2.5 \times 10^{-3}, RRM=100)$

(a) $H_0=1000$

(b) $H_0=10$

図11 無次元材料温度 $\Theta_s(Da=2.5 \times 10^{-3}, RRM=100)$

図 12 局所ヌセルト数 ($Da=2.5 \times 10^{-3}$, $RRM=100$)

い温度境界層に相当する部分の厚さは比較的薄くなっている。これに対し RRM が小さい [図 7 (b)] と逆の傾向を示し屈折流路入口付近で温度上昇が早くなる。一方多孔性材料の温度 [図 8 (a), (b)] は熱拡散の影響を直接受け, RRM が小さいと流路全体にわたって温度上昇し, 流路断面上で平均化され蓄熱効果が大きいことが示される。したがって加熱壁上の局所ヌセルト数(図 9)は(Au-Ad)側, (Bu-Bd)側とも RRM が大きいほど高くなっている。ただ(Bu-Bd)側で多孔性物質のない場合より伝熱劣化を起こしている領域があるが, これは多孔性材料と流体間の熱伝達パラメータ H_g が 10 と小さいためである。

図 10, 11 に, $Da=2.5 \times 10^{-3}$, $RRM=100$ に対する流体および多孔性材料の等温分布に及ぼす多孔性材料-流体間の熱伝達パラメータ H_g の影響を示す。 H_g が高い [図 10 (a), 11 (a)] と多孔性材料と流体間の温度差が小さく両者の分布自体も類似し, 加熱壁付近の温度境界層も比較的薄い。 H_g が小さいと逆の傾向をとり流路中央では多孔性材料の温度が流体より高くなる。したがって加熱壁上の局所ヌセルト数(図 12)は(Au-Ad)側, (Bu-Bd)側とも H_g が大きいほど高くなる。 H_g を 100 倍変化させると局所ヌセルト数は(Au-Ad)側で約 2.7 倍, (Bu-Bd)側で約 1.7 倍増大するので同じ割合 RRM を変化させるより局所熱伝達における効果は大きい。

5. 結 言

屈折形流路を使用して強制対流のもとでの多孔性物質の, 伝熱流動に与える影響を層流状態で数値的に評価した。ダルシー数 Da の変化は流動状態の変化に寄与するものの $Da=10^{-3}$ 程度以下では流路高さにわた

り一様化され, それ以後ダルシー数を低くしてもそれほど大きな変化はみられない。多孔性材料と流体間の熱伝導率比 RRM は流路内の熱拡散に影響を及ぼし, 蓄熱効果の評価に寄与する。多孔性材料と流体間の熱伝達パラメータ H_g は両者の温度差に影響を及ぼすことになる。その結果, 加熱壁上の局所熱伝達の向上には同じレイノルズ数に対し, 相対的に Da 数が小さく, RRM と H_g は大きい多孔性材料を選択すればよいことになる。したがって得られた結果は使用する体系における多孔性材料の条件の選択あるいは局所熱伝達への寄与に示唆を与えるものである。

文 献

- (1) 一宮・光城, 機論, 52-473, B(1986), 441.
- (2) 一宮・ほか 2 名, 機論, 54-506, B(1988), 2842.
- (3) Kaviany, M., *Int. J. Heat Mass Transf.*, 28-4(1985), 851.
- (4) Kaviany, M., *J. Heat Transf.*, 109(1987), 345.
- (5) Poulidakos, D. and Kazmierczak, M., *J. Heat Transf.*, 109(1987), 653.
- (6) Poulidakos, D. and Renken, K., *J. Heat Transf.*, 109(1987), 880.
- (7) Hunt, M. L. and Tien, C. L., *Int. J. Heat Mass Transf.*, 31-2(1988), 301.
- (8) Vafai, K. and Tien, C. L., *Int. J. Heat Mass Transf.*, 24(1981), 195.
- (9) Ergun, S., *Chem. Eng. Prog.*, 48(1952), 89.
- (10) Golombok, M., ほか 2 名, *Int. J. Heat Mass Transf.*, 33-2(1990), 243.
- (11) 福田・ほか 2 名, 機論, 56-529, B(1990), 2729.
- (12) 円山・ほか 2 名, 第 28 回日本伝熱シンポジウム講演論文集, A 225(1991), 385.
- (13) Neal, G. and Nader, W., *Can. J. Chem. Eng.*, 52(1974), 475.
- (14) Gosman, A. D., ほか 4 名, *Heat and Mass Transfer in Recirculating Flow*, (1969), 89, Academic Press.