片面加熱液滴内過渡表面張力対流解析*

工藤一彦^{*1}, 谷口博^{*1}, 黒田明慈^{*1}
Wen-Jei YANG^{*2}, 田中 建^{*3}, 安野正功^{*3}Analysis of Transient Surface-Tension-Driven Convection
in a Hemispherically Heated Liquid DropletKazuhiko KUDO, Hiroshi TANIGUCHI, Akiyoshi KURODA,
Wen-Jei YANG, Tatsuru TANAKA and Masanori YASUNO

Transient Marangoni convection in a liquid droplet suddenly subjected to a parallel radiative heating is analyzed. The effects of the Marangoni number and the Prandtl number with respect to the developments of flow and temperature fields within the droplet are examined. The following results are obtained: (1) The flow pattern in the droplet changes little with the Marangoni number over a wide range ($Ma=1\sim10^4$); (2) the dominant mechanism of heat transfer at early stages is conduction, but it is replaced by convection at later stages provided that the Marangoni number is over 100; (3) the developing time for the temperature field is almost independent of the Marangoni number; and (4) the Prandtl number has little effect on the developing time for the temperature field.

Key Words: Numerical Analysis, Surface Tension, Marangoni Convection, Droplet, Transient Analysis

1. 緒 言

液滴が外部より加熱あるいは冷却されることを利用する機器は、ボイラやディーゼルエンジンにおける液体燃料の噴霧燃焼、ミルク等の噴霧乾燥、宇宙基地用の液滴冷却器等のように非常に多い。このような場合、外界と液滴間の熱の交換は主としてその液滴表面で行われているが、液滴表面と内部との間の熱の交換は伝導や対流によって行われる。したがって液滴内部に対流が起こるかどうかは、液滴内部からの除熱あるいは内部への給熱、ひいては液滴全体の加熱・冷却特性に大きく影響すると考えられる。

液滴内部の対流は、液滴とその周囲のガスとの速度差によって駆動されるものが考えられるが、液滴表面の温度差に起因する表面張力対流によって駆動されるものも考えられる。

従来の研究としては、Yang らによるく形容器における表面張力対流⁽¹⁾および等温平板上の微小液滴が蒸発あるいは凝縮することにより起こる表面張力対流に

ついて研究⁽²⁾⁽³⁾がなされている。また、液滴が完全な球を形成するシステムにおける表面張力対流の研究としては、液滴表面に一定温度分布を与えた場合の二次元定常時における流動形態、温度分布について研究⁽⁴⁾がなされてきた。また、表面張力の非一様性から起こる、液滴形状の変形に関する研究⁽⁵⁾が最近行われてきている。

球状の液滴に対するこれらの研究例は、定常時のものであった。また、球状液滴の場合、実験を行うことは非常に困難である。そこで、本研究においては、液滴を一方から一定温度の熱源により放射加熱し、液滴自身はその周囲に放射冷却によって放熱している場合について、液滴内部の流動形態および温度分布の過渡的な変化を、二次元の数値解析により求め、これに対する種々のパラメータの影響を調べた。

2. 記 号

Ma : マランゴニ数

N_r : 伝導・放射パラメータ

Pr : プラントル数

Q : 無次元熱量

$q_c = \lambda(T'_H - T'_E)/R$

r : 液滴中心からの無次元距離

* 原稿受付 平成5年8月27日。

^{*1} 正員、北海道大学工学部 (〒060 札幌市北区北13条西8丁目)。

^{*2} ミシガン大学工学部 (Ann Arbor, MI, USA)。

^{*3} 学生員、北海道大学大学院。

R : 液滴半径 m
 Ra : レイリー数
 t : 無次元時間 [$R^2/(\kappa \cdot Ma)$ で無次元化]
 t' : 無次元時間 $= t/Ma$
 T : 無次元温度
 T' : 温度 K
 u_r : r 方向無次元速度
 u_θ : θ 方向無次元速度
 θ : 角度 rad
 κ : 温度伝導率 m^2/s
 λ : 熱伝導率 $W/(m \cdot K)$
 μ : 粘性係数 $Pa \cdot s$
 ξ : 渦度
 σ_s : 表面張力 N/m
 σ : ステファン・ボルツマン定数 $W/(m^2 \cdot K^4)$
 ϕ : 流れ関数
 添 字
 H : 熱源
 E : 外界

3. 解析手法

3.1 基礎式 球状液滴を解析対象とし、図1に示すような二次元系で解析を行った。基礎式は、以下に示すように二次元・非定常・非圧縮性ニュートン流体の渦度輸送方程式、流れ関数方程式およびエネルギー式を球座標で整理したものを用い、これらを ADI 法で解いた。

渦度輸送方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \cdot u_r \cdot \xi)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(u_\theta \cdot \xi)}{\partial \theta} \\ = -\frac{Ra \cdot Pr}{Ma^2} \frac{1}{r} \left[\frac{\partial(r \cdot T \cdot \sin \theta)}{\partial r} + \frac{\partial(T \cdot \cos \theta)}{\partial \theta} \right] \\ + \frac{Pr}{Ma} \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \sin \theta \frac{\partial \xi}{\partial r} \right) \right. \end{aligned}$$

図1 解析の対象とする系

$$+ \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \xi}{\partial \theta} \right) \dots\dots\dots (1)$$

流れ関数方程式

$$\xi = -\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) \right] \dots\dots\dots (2)$$

速度ベクトル

$$u_r = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \dots\dots\dots (3)$$

$$u_\theta = -\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \phi}{\partial r} \dots\dots\dots (4)$$

エネルギー式

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + u_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \\ = \frac{1}{Ma} \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \sin \theta \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) \right] \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

また、以下に境界条件を示す。なお、式(7)、(8)の温度境界条件は、液滴の一方から一定温度の熱源からの平行放射ビームによって加熱され、またその周囲の低温空間に放射で冷却されていることを示している。ここで、液滴に入射する放射エネルギーは、液滴が放射に対して不透明でないかぎり、その内部にも侵入し、入射放射エネルギーのスペクトル分布と、液滴の複素屈折率の波長分布によって決まる分布をもってその内部に吸収される。また、液滴から外部への放射エネルギーの射出も、不透明でないかぎり内部から射出される。このような液滴内部での放射エネルギーの吸収・射出は、入射スペクトルの波長分布と液滴の光学物性に影響され、個々の具体的なケースによってまちまちである。そこで本解析では表面張力対流と液滴温度上昇速度の関係を見るため、放射の吸収・射出を液滴表面のみに限定して取扱った。また、液滴表面は黒体として取扱った。これより、液滴表面における温度こう配は増加し、表面張力対流はより強くなる方向となる。

温度境界条件

$$\frac{\partial T}{\partial \theta} = 0 \quad (\theta = 0, \pi) \dots\dots\dots (6)$$

$$-\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{N_R} [T_H^4 \cos \theta - T^4] \quad \left(r=1, 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \right) \dots\dots\dots (7)$$

$$-\frac{\partial T}{\partial r} = -\frac{1}{N_R} \cdot T^4 \quad \left(r=1, \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi \right) \dots\dots\dots (8)$$

渦度境界条件

$$\xi = 0 \quad (\theta = 0, \pi) \dots\dots\dots (9)$$

$$\xi = \frac{\partial(r \cdot u_\theta)}{\partial r} \quad (r=1) \dots\dots\dots (10)$$

流れ関数境界条件

$$\phi=0 \quad (r=1) \quad \cdots \cdots (11)$$

$$\phi=0 \quad (\theta=0, \pi) \quad \cdots \cdots (12)$$

r 方向速度境界条件

$$u_r=0 \quad (r=1) \quad \cdots \cdots (13)$$

$$\frac{\partial u_r}{\partial \theta}=0 \quad (\theta=0, \pi) \quad \cdots \cdots (14)$$

θ 方向速度境界条件

$$u_\theta=0 \quad (\theta=0, \pi) \quad \cdots \cdots (15)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u_\theta}{r} \right) \right] + \frac{\partial T}{\partial \theta} = 0 \quad (r=1) \quad \cdots \cdots (16)$$

4. 解析結果

4.1 無次元パラメータ 解析に先立ち、基礎式を支配する無次元パラメータについて述べる。無次元化を行うに当たり、代表時間、寸法、温度差、速度にそれぞれ、 $R^2/(\kappa \cdot Ma)$, R , $\Delta T' = q_c \cdot R/\lambda (= T'_H - T'_E)$, $Cs \cdot \Delta T'/\mu (Cs = \partial \sigma_s / \partial T')$ を用いることとする。上記の基礎式の中では式の形を簡単にするため、時間は $R^2/(\kappa \cdot Ma)$ で無次元化した t を用いているが、以下の結果の表示では、 Ma を変化させたときも実時間に比例する時間変数を用いるため、 R^2/κ で無次元化した t' を用いている。ここでマランゴニ数は、

$$Ma = \frac{Cs \cdot \Delta T' \cdot R}{\mu \cdot \kappa} \quad \cdots \cdots (17)$$

により定義される。また、温度境界条件の式に現れる無次元パラメータとして、次式で示す熱放射と熱伝導の比である伝導・放射パラメータ N_R がある。

$$N_R = [\lambda (T'_H - T'_E) / R] / [\sigma (T'^4_H - T'^4_E)] \quad \cdots \cdots (18)$$

表 1 基準の解析条件

(a) 物性値

Pr	1.0
ρ [kg/m ³]	1.0×10^3
ν [m ² /s]	1.087×10^{-4}
C_s [kJ/(kgK)]	4.184

(b) 設定条件

Ma	10^4
Ra	0.0
N_R	0.38
T'_H [K]	1000
T'_E [K]	290
R [m]	2.0×10^{-4}

これは、熱伝導と熱放射による熱流束の比である。

4.2 解析条件 本研究では、マランゴニ数の影響およびプラントル数の影響について解析を行った。初期条件として、液滴は初め静止しており、液滴内部温度は、外界温度 T'_E と同温とした。また、基準となる解析条件を表 1 にまとめた。液滴の特性値としては、水に対する表 1 (a) の値を用い、他の設定条件は表 1 (b) のとおりとした。

4.3 解析結果および考察 図 2 に他の無次元数を一定にして、マランゴニ数を変化させたときの液滴内部の定常状態における等温線、流線を示す。ただし、等温線、流線は、系内の最大値と最小値の差を等間隔に分割したものである。流動形態に関しては、一つのセルをもつ循環流をなすことがわかる。また、渦の中心は、マランゴニ数が大きくなるにつれ液滴上方に位置する。温度場から、マランゴニ数が小さい場合、伝導が支配的であるが、マランゴニ数が大きくなるにつれ、等温線が流線と似てくることから、主として流動により熱が輸送されていることがわかる。

また、マランゴニ数が多い ($Ma=10^4$) 場合の過渡変化を図 3 に示す。初期の段階では流速が遅いため、液体のもつ粘性により、液滴加熱表面近傍にて液体が循環していることが流線より示されている。また、等温線より、加熱初期は表面張力対流による流動が小さいため、流動の影響を受けることなく伝導により液滴内部へ熱が輸送されていくが、時間経過とともに表面張力による流動が強くなるため、熱はその流動によって液滴の上方側に運ばれるのがわかる。また、内部流

図 2 流動形態および熱輸送形態 (Ma 数の影響)

動も強くなるため流線と似かよった等温線を示すようになる。

そこで、熱輸送における伝導と流動の効果を見るために、液滴の上下端点 A, B(図 1)における過渡的な無次元温度変化を図 4 に示す。図 4 より、同じ $\Delta T' (= T'_H - T'_E)$ の条件下では、マランゴニ数が大きくなるほど、流動による液体混合により液滴内部での温度差が小さくなっていることがわかる。また、マランゴニ数が小さいときは、伝導が支配的であるために加熱面(点 B)での温度上昇が大きくかつ速い。また、液滴上方(点 A)の温度上昇は遅くなっている。また、図 4 において $Ma=10^2, 10^4$ の場合、加熱域における温度曲線に変曲点が現れているが、これは流動により液滴内部の冷たい流体が加熱面に輸送されてくるためである。

液滴の昇温機構を調べるため、図 5 に示したように液滴の下半分における正味の入熱量(吸熱-放熱) Q_{in} と、上半分における放熱量 Q_{out} の時間変化を調べた。この Q_{in} , Q_{out} はそれぞれ、式(7), (8)の右辺に示さ

図 3 過渡変化 ($Ma=10^4$)

図 4 液滴温度変化 (Ma 数の影響)

れる無次元熱流束より求めたものである。これを見てわかるように、マランゴニ数が大きくなるにつれ、入熱量の時間に伴う減少が少なくなることがわかる。これは、マランゴニ数が大きくなるにしたがい、液滴表面に沿って液滴下半の熱が上半に輸送されるため、下半部の表面温度が平均的に低くなるためである。これに対し、上半部の放熱量はマランゴニ数が大きいほど時間とともに急速に増大する。これは熱が流動により上方側に運ばれて表面温度が上昇するためである。

これを示すため、図 6 に液滴表面における四乗平均

図 5 入・放熱量変化 (Ma 数の影響)

図 6 液滴表面四乗平均温度変化

図 7 対流速度が液滴内温度差に与える影響

温度の過渡変化を示した。図6よりマランゴニ数が大きいほど表面の四乗平均温度が低いことがわかる。つまり、マランゴニ数が大きいほど流動によって熱が輸送されるために、表面温度分布が一様化しているのである。

このような流動による表面温度の一様化の效果を見るため、液滴内部の最大温度差と液滴表面における最大流速の関係を図7に示す。ここで、横軸の $u'_{\max}$ は、時間としてマランゴニ数が変化しても変化しない t' を使用した ($u'_0 = u_0 \cdot Ma$)。これより、 $Ma=10^1$ までは流動の效果はほとんどないが、 Ma が 10^2 より大きくなると流動の效果が顕著となり、表面の温度差が小さくなることがわかる。

また、図8に液滴全体の平均温度変化を示す。これより、マランゴニ数が大きいときのほうが昇温が若干速いが、その差はあまり大きくない。これは、図5で示されるように、マランゴニ数が大きくなると入熱・放熱とも増加するためである。

このようなマランゴニ数の増加に伴う入熱量の増加を単独に調べるため、液滴表面での放熱を零とした場合についての解析を行った。

この場合の図5に対応した入熱量の時間変化を図9に示す。図5同様、マランゴニ数が大きくなると流動によって表面温度が均一化されるため、入熱量が増加するが、放熱がないため、液滴温度が時間経過とともに急速に熱源温度に漸近し、入熱量は零に漸近する。

このような入熱量変化に対応した液滴内の平均温度の過渡変化を図10に示す。図10より、マランゴニ数が大きいほど平均温度の上昇が早いことがわかる。つまり、下半の加熱面に与えられた熱が流動により上半部に運ばれることで、加熱面の温度上昇が抑制され、

図10 液滴平均温度変化 (Ma 数の影響, 放熱なし)

図8 液滴平均温度変化

図11 液滴温度変化 (Pr 数の影響)

図9 入・放熱量変化 (Ma 数の影響, 放熱なし)

図12 液滴平均温度変化 (Pr 数の影響)

そのため入熱量が多くなり、液滴の平均温度上昇を促進するためである。

次にプラントル数の影響について調べるため、 $Pr=0.01, 1.0, 100$ について解析を行った。ここで、マランゴニ数としては、 $Ma=10^2$ とした。

図 11 に液滴上下端部(A, B)における過渡温度変化の曲線を示す。図 11 よりプラントル数が 1.0 より大きい場合にはほとんど変化がないことがわかる。これに対し、プラントル数が小さくなると、伝導が支配的になり、流動の効果が相対的に減少し、マランゴニ数が小さいときと同様、上下端部での温度差が大きくなり、また昇温時間にも差が出てくることがわかる。

また、図 12 に液滴全体の平均温度変化を示す。液滴全体の平均温度に対するプラントル数の影響は少ないことがわかる。これはマランゴニ数を変化させた図 8 と同様、プラントル数の増加に伴って液滴表面の温度差が少なくなるため、入・放熱量がともに増加することによるためである。

5. 結 言

片面加熱液滴内過渡表面張力対流の二次元数値解析により、液滴内流動および熱輸送機構を調べ、以下の結果を得た。

(1) 液滴内流動形態は、二次元性が保たれる範囲ではマランゴニ数によらず一つのセルをもつ循環流となる。

(2) 熱輸送を過渡的に見ると初期の段階では伝導

によるが、マランゴニ数が一定限度より大きい場合、時間経過に伴い流動が支配的となってくる。

(3) 液滴平均温度の昇温速度は、マランゴニ数増加に伴って入・放熱量がともに増加するため、マランゴニ数によらずほぼ同じとなる。

(4) 液滴表面温度は、マランゴニ数が小さい場合、加熱される面と、そうでない面とで大きな温度差がつくが、マランゴニ数の増大に伴い一様化される。

(5) プラントル数が小さくなると、伝導の影響が顕著に現れ、液滴内の温度差は大きくなるが、液滴全体の平均温度上昇は、プラントル数にあまり影響されない。

本研究は平成 5 年度文部省科学研究費一般研究 C (05805020) の助成を受けた。また、数値計算は北海道大学大型計算機センターで行った。記して感謝の意を表す次第である。

文 献

- (1) Shieh, C. Y. and Yang, Wen-Jei, *Int. J. Heat Mass Transf.*, **30**-5 (1987), 843.
- (2) Duh, J. C. and Yang, Wen-Jei, *Proc. 5th Int. Conf. Numer. Methods Thermal Problems*, V, Part 1 (1987), 459-471.
- (3) Zhang, N. and Yang, Wen-Jei, *Int. J. Heat Mass Transf.*, **26** (10), (1983), 1479-1488.
- (4) Bauer, H. F. and Werner, E., *Acta Astronaut.*, **15**-5 (1987), 275-290.
- (5) Ohnishi, M., Yoshihara, S. and Azuma, H., *Proc. 17th Int. Symp. Space Technol. Sci.*, (1990), 2185.