はく離・再付着を伴う乱流熱伝達を解析するための
温度場2方程式モデル*安倍賢一^{*1}, 長野靖尚^{*2}, 近藤継男^{*3}Two-Equation Heat-Transfer Model for Turbulent Flows
with Separation and Reattachment

Ken-ichi ABE, Yasutaka NAGANO and Tsuguo KONDOH

We propose a new two-equation heat-transfer model which is modified from the model developed by Nagano, Tagawa and Tsuji (Proc. ASME/JSME Thermal Eng. Joint Conf., 3(1991), 233). The main improvement is made by introducing the Kolmogorov velocity scale, $u_\epsilon \equiv (\nu\epsilon)^{1/4}$, instead of the friction velocity u_τ , to account for the wall-limiting behavior. After investigating the characteristics of various time scales for the heat-transfer model, we employed a composite time scale which gives weight to a shorter scale among the velocity- and temperature-field time scales. With these modifications, it is shown that the present model quite successfully predicts the turbulent heat transfer in a boundary layer subjected to sudden change of heat flux, and in a separating and reattaching flow downstream of a backward-facing step.

Key Words: Turbulent Flow, Heat Transfer, Two-Equation Heat-Transfer Model, Kolmogorov Scale, Separation, Backward-Facing Step

1. 緒 言

工学的に興味のある強制対流熱伝達場は、流れの状態が通常乱流であり、しかもはく離を伴うような複雑な様相を呈していることが多い。このような場における熱伝達の予測を高い精度で行うためには、速度場のみならず温度場についても実用的かつ高精度の乱流モデルが不可欠である⁽¹⁾。

著者らは既報⁽²⁾において、乱れの壁面漸近挙動を正しく再現する k - ϵ モデル⁽³⁾ に改良を加え、はく離や再付着を伴う乱流場にも適用し得る k - ϵ モデルの提案を行った。このモデルを用いることにより、はく離・再付着流の代表であるバックステップ乱流における平均速度分布や再付着距離の予測精度は、標準 k - ϵ モデルに比べて、大幅に改善されている⁽²⁾⁽⁴⁾。

一方、温度場については、乱流プラントル数一定の仮定を取り除き、乱流熱伝達予測の普遍性・信頼性を高めることを目的として、温度場2方程式モデルの整備が急速に進められている⁽⁵⁾⁽⁶⁾。その中でも、長野らに

よって提案されたモデル⁽⁶⁾(NTTモデル)は、温度乱れの壁面漸近挙動を壁面の境界条件によらず正しく再現できるばかりでなく、種々の乱流熱伝達を高い精度で予測できる実用性の高いモデルである⁽⁶⁾⁽⁷⁾。ただしこのモデルは、モデル関数中に y^+ を含むために、はく離や再付着を伴う流れのように壁面上で摩擦速度 u_τ が零になり得る場に適用すると、内部で熱の渦拡散係数 α_t が零になる領域が現れて不合理な解を与える。

本研究の目的は、NTTモデル⁽⁶⁾のモデル関数に改良を施し、はく離や再付着を伴う乱流場にも適用し得る普遍性の高い温度場2方程式モデルを提案することにある。本モデルの最大の特徴は、既報⁽²⁾⁽⁴⁾の速度場モデルの場合と同様に、モデル関数中の速度スケールとして摩擦速度 u_τ の代わりにコルモゴロフの速度スケール u_ϵ を採用している点にある。また本研究では、乱流熱伝達を支配するタイムスケールについても改めて検討を行う。さらに、境界層流れにおける乱流熱伝達解析により本モデルの基本的な精度を検証したうえで、バックステップ乱流熱伝達にこれを適用し、得られた計算結果と実験結果⁽⁸⁾とを比較することにより本モデルの有効性を示す。

* 原稿受付 平成5年8月11日。

^{*1} 正員, (株)豊田中央研究所 (〒480-11 愛知県愛知郡長久手町大字長湫字横道41-1) (現:名古屋工業大学大学院)。^{*2} 正員, 名古屋工業大学 (〒466 名古屋市昭和区御器所町)。^{*3} 正員, (株)豊田中央研究所。

2. 記 号

- c_p : 定圧比熱
 $C_\mu, C_{\epsilon 1}, C_{\epsilon 2}$: 速度場の乱流モデル定数
 $C_\lambda, C_m, C_{P1}, C_{P2}, C_{D1}, C_{D2}$: 温度場の乱流モデル定数
 D : 上流部のチャンネル幅
 ER : ステップの拡大率 $= (D+H)/D$
 f_ϵ, f_d : 速度場の乱流モデル関数
 $f_{P1}, f_{P2}, f_{D1}, f_{D2}$: 温度場の乱流モデル関数
 H : ステップ高さ
 k : 乱流エネルギー $= \overline{u_i u_i} / 2$
 n : 境界に垂直な方向を表す局所座標
 $\bar{P}$: 流体の平均圧力
 Pr : 分子プラントル数 $= \nu / \alpha$
 Pr_t : 乱流プラントル数 $= \nu_t / \alpha_t$
 q_w : 壁面上の熱流束
 R : タイムスケール比 $= \tau_t / \tau_u$
 Re_H : レイノルズ数 $= \bar{U}_0 H / \nu$
 R_t : 乱流レイノルズ数 $= k^2 / \nu \epsilon$
 St : スタントン数 $= q_w / \{ \rho C_p \bar{U}_0 (\bar{T}_w - \bar{T}_0) \}$
 $\bar{T}, t$: 平均温度および変動温度
 $\bar{T}^+$: 無次元温度 $= (\bar{T}_w - \bar{T}) / t_\tau$
 $\bar{t}^2$: 温度乱れ強度 (分散)
 t_τ : 摩擦温度 $= q_w / \rho C_p u_\tau$
 $\bar{U}_i, u_i$: 平均速度および変動速度
 $\bar{U}, \bar{V}$: x 軸および y 軸方向の平均速度
 $\bar{U}^+$: 無次元速度 $= \bar{U} / u_\tau$
 u, v : x 軸および y 軸方向の変動速度
 u_ϵ : コルモゴロフの速度スケール $= (\nu \epsilon)^{1/4}$
 u_τ : 摩擦速度 $= \sqrt{\tau_w / \rho}$
 X_R : 再付着点の x 座標 (再付着距離)
 x, y : 流れ方向および壁面垂直方向の座標
 y^+ : 壁からの無次元距離 $= u_\tau y / \nu$
 y^* : 壁からの無次元距離 $= u_\epsilon y / \nu$
 α, α_t : 温度伝導係数および熱の渦拡散係数
 δ : 99%境界層厚さ
 δ_{ij} : クロネッカーのデルタ
 ϵ : k の散逸率 $= \nu (\partial u_i / \partial x_j) (\partial u_i / \partial x_j)$
 ϵ_t : $\bar{t}^2 / 2$ の散逸率 $= \alpha (\partial t / \partial x_j) (\partial t / \partial x_j)$
 χ : カルマン定数
 ν, ν_t : 動粘性係数および渦粘性係数
 ρ : 流体の密度
 $\sigma_k, \sigma_\epsilon, \sigma_h, \sigma_\phi$: 乱流拡散に関するモデル定数
 τ : 時間
 τ_m : 混合タイムスケール

- τ_u : 速度乱れのタイムスケール $= k / \epsilon$
 τ_t : 温度乱れのタイムスケール $= \bar{t}^2 / 2 \epsilon_t$
 τ_w : 壁面せん断応力

添 字

- e : 境界層外 (主流) の値
 w : 壁面上の値
 0 : バックステップ乱流におけるステップ上流の流入位置 ($x = -3.8H$) の値

その他

- $f_{,i}$: 変数 f の x_i による微分 ($f_{,i} = \partial f / \partial x_i$, $f_{,ij} = \partial^2 f / \partial x_i \partial x_j$ など)
 $(\bar{\quad})$: アンサンブル平均値

3. 速度場2方程式モデル

渦粘性近似に基づく k - ϵ モデルにより非圧縮性の乱流場を求める場合の基礎方程式は、渦粘性係数 ν_t を用いて、次式で与えられる^{(2)~(4)}。

$$\bar{U}_{i,i} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$D\bar{U}_i / D\tau = -\bar{P}_{,i} / \rho + (\nu \bar{U}_{i,j} - \overline{u_i u_j})_{,j} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$Dk / D\tau = \{ (\nu + \nu_t / \sigma_k) k_{,j} \}_{,j} + P_k - \epsilon \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$D\epsilon / D\tau = \{ (\nu + \nu_t / \sigma_\epsilon) \epsilon_{,j} \}_{,j} + C_{\epsilon 1} (\epsilon / k) P_k - C_{\epsilon 2} f_\epsilon \epsilon^2 / k \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t (\bar{U}_{i,j} + \bar{U}_{j,i}) - (2/3) \delta_{ij} k \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで P_k は、乱流エネルギー k の生成率を表しており、 $P_k = -\overline{u_i u_j} \bar{U}_{i,j}$ である。また、 $D/D\tau$ は実質微分を表す。式(3)~(5)中の渦粘性係数 ν_t で用いる乱れの空間スケールについては、最近の研究⁽³⁾⁽⁹⁾ から、壁近傍と壁から離れた場所のそれぞれで、現象を支配する適切なスケールを採用する必要があることが指摘されている。既報⁽²⁾ では、長野らのモデル (NT モデル)⁽³⁾ を改良して、以下のような渦粘性係数 ν_t のモデルを提案した。

$$\nu_t = C_\mu \left\{ \frac{k^2}{\epsilon} + 5\sqrt{k} \left(\frac{\nu^3}{\epsilon} \right)^{1/4} f_d \right\} \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{y^*}{14} \right) \right\}^2 \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで f_d は、壁から離れた場所において、式(6)が標準 k - ϵ モデルの $\nu_t = C_\mu k^2 / \epsilon$ と一致するように導入された関数で、 $f_d = \exp \{ -(R_t / 200)^2 \}$ である。また、式(3)~(6)中のモデル関数 f_ϵ およびモデル定数 $C_\mu, C_{\epsilon 1}, C_{\epsilon 2}, \sigma_k, \sigma_\epsilon$ については、既報⁽²⁾ で報告したものをを用いる。本研究で用いたモデル関数およびモデル定数を、表1にまとめて示す。本速度場2方程式モデル⁽²⁾ は、NT モデル⁽³⁾ をはく離・再付着乱流にも適用し得るように改良したもので、モデル関数中の速度スケールとして、摩擦速度 u_τ の代わりにコルモゴロフの速度スケール u_ϵ を採用している点に特徴がある⁽²⁾⁽⁴⁾。こ

表 1 速度場のモデル関数およびモデル定数

C_μ	$C_{\epsilon 1}$	$C_{\epsilon 2}$	σ_k	σ_ϵ	f_ϵ
0.09	1.5	1.9	1.4	1.4	$\{1 - \exp(-y^*/3.1)\}^2 [1 - 0.3 \exp\{- (R_t/6.5)^2\}]$ ($y^* = u_\tau y/\nu$, $R_t = k^2/\nu\epsilon$)

のモデルは、正しい壁面漸近挙動を再現するばかりでなく、従来の k - ϵ モデルでは予測が困難であった逆圧力こう配乱流境界層や、はく離・再付着を伴う乱流場の代表であるバックステップ乱流についても、高い予測精度を有することが確認されている⁽²⁾⁽⁴⁾。

4. 改良温度場2方程式モデル

4・1 基礎方程式 温度場2方程式モデルの基礎方程式は、熱の渦拡散係数 α_t を用いて、次式で与えられる⁽⁵⁾⁽⁶⁾。

$$D\bar{T}/D\tau = (\alpha\bar{T}_j - \overline{u_j T})_{,j} \dots\dots\dots (7)$$

$$D\bar{t}^2/D\tau = \{(\alpha + \alpha_t/\sigma_h)\bar{t}^2_{,j}\}_{,j} + P_t - 2\epsilon_t \dots\dots\dots (8)$$

$$D\epsilon_t/D\tau = \{(\alpha + \alpha_t/\sigma_\phi)\epsilon_{t,j}\}_{,j} + C_{P1}f_{P1}(\epsilon_t/\bar{t}^2)(P_t/2) + C_{P2}f_{P2}(\epsilon_t/k)P_k - C_{D1}f_{D1}\epsilon_t^2/\bar{t}^2 - C_{D2}f_{D2}\epsilon\epsilon_t/k \dots\dots\dots (9)$$

$$-\overline{u_j T} = \alpha_t \bar{T}_{,j} \dots\dots\dots (10)$$

ここで P_t は温度乱れ(分散) $\bar{t}^2$ の生成率を表しており、 $P_t = -2\overline{u_j T}_{,j}$ である。熱の渦拡散係数 α_t の具体的な表現および式(8)～(10)中のモデル関数 f_{P1} , f_{P2} , f_{D1} , f_{D2} やモデル定数 C_{P1} , C_{P2} , C_{D1} , C_{D2} , σ_h , σ_ϕ については後述する。以上の基礎方程式を連立させて解くことにより、乱流熱伝達を計算することができる。

4・2 熱の渦拡散係数のモデル化 熱の渦拡散係数 α_t は、速度場の場合⁽³⁾⁽⁹⁾と同様に、壁近傍と壁から離れた場所のそれぞれで、現象を支配する適切な特性スケールでモデル化する必要がある。さらに温度場モデルの場合には、速度場タイムスケール τ_u と温度場タイムスケール τ_t の関係を α_t の中で適切に反映させることが、モデルを構成するうえで特に重要である⁽⁵⁾⁽⁶⁾。

まず、 τ_u と τ_t の関係を α_t の中でどのように反映させるかについて述べる。温度場2方程式モデルにおける熱の渦拡散係数 α_t は、一般に以下のように表現することができる。

$$\alpha_t \propto k\tau_m = \sqrt{k}(\sqrt{k}\tau_m) \dots\dots\dots (11)$$

ここで τ_m は、乱流熱伝達を支配する混合タイムスケールで、 τ_u と τ_t の関数である。式(11)は、速度スケールとして $\sqrt{k}$ を、また長さスケールとして $(\sqrt{k}\tau_m)$ を採用して α_t を表現したものと解釈できる。過去の研

究^{(5)(6)(10)～(12)}で提案された τ_m については、以下のよう
に一般化した形で表すことができる⁽⁶⁾。

$$\tau_m = (\tau_u^l \tau_t^m) \quad (l+m=1) \dots\dots\dots (12)$$

なお、乱流熱流束モデルにおいても、同様の形が検討されている⁽¹³⁾。最近の研究では、式(12)における (l, m) の組合せとして、NTTモデル⁽⁶⁾で採用されている $(-1, 2)$ よりも、むしろ $(1/2, 1/2)$ ⁽⁵⁾⁽¹¹⁾⁽¹²⁾ や $(0, 1)$ ⁽¹⁰⁾⁽¹³⁾ を用いたほうが、より実験に近い結果を得ることができるとの報告が多い。一方、Zeman-Lumley⁽¹⁴⁾は、乱流熱流束モデルによる熱駆動複合対流伝熱の研究において、以下のような混合タイムスケールを導入した。

$$\tau_m \propto (1/\tau_u + C_m/\tau_t)^{-1} = \tau_u \{R/(C_m + R)\} \dots\dots\dots (13)$$

ここで、 C_m は定数である。このタイムスケールは、 τ_u と τ_t のうちで短いほうに重きを置いたもので、タイムスケール比 $R = \tau_t/\tau_u$ が大きい場合には τ_m は τ_u に支配され、逆に R が小さい場合には τ_t に支配されることを意味する。すなわち、温度場2方程式モデルにおいては、後者の場合は式(12)で (l, m) に $(0, 1)$ を採用するのと等価となる。また、壁乱流の熱伝達現象における代表的な値 $R=0.5$ の近辺では、 τ_m として τ_u と τ_t の中間的な値が得られることから、式(12)において (l, m) に $(1/2, 1/2)$ を採用したのと同様の性質を有しているといえる。そこで本研究では、式(13)で表されるタイムスケールが、はく離・再付着を伴う複雑な乱流場における熱伝達の予測に最も適当であると考え、 α_t をモデル化する際のタイムスケールとしてこれを採用した。なお、このタイムスケールは、最近の乱流熱流束モデル⁽¹⁵⁾にも適用され、成果を収めている。

ところで、渦粘性係数 ν_t と同様に、熱の渦拡散係数 α_t のモデル化においても、壁面の効果を適切に反映させることが重要である⁽⁵⁾⁽⁶⁾。式(11)を基本とし、NTTモデル⁽⁶⁾における α_t の表現を一般化すると、壁のごく近傍を除いて、 α_t は以下のように書くことができる。

$$\alpha_t \propto k\tau_m \left\{1 - \exp\left(-\frac{y}{A}\right)\right\} \left\{1 - \exp\left(-\frac{y}{B}\right)\right\} \dots\dots\dots (14)$$

ここで、 y は壁からの距離を表し、 A, B は定数である。本研究においても、NTTモデルと同様に、式(14)

の形を用いて α_t のモデル化を行った。ただし、式(14)中に現れる距離 y については、速度場における ν_t の場合と同様に、壁面漸近挙動の再現とはく離・再付着乱流への適用の両面を考慮して⁽²⁾⁽⁴⁾、NTTモデルで用いられている y^+ の代わりに、コルモゴロフの速度スケール u_ϵ で表される y^* を採用した。また、式(14)中の定数 A, B に関しては、Cebeci ら⁽¹⁶⁾ の議論を参考にして、 A については速度場と同じ値を用いることとし、 B については $B=(A/\sqrt{Pr})$ とした。

一方、壁面のごく近傍では、速度場と同様に温度場についても、新たな乱れの生成はほとんどなく、壁から離れた領域より拡散してきたものが散逸することで釣合いが保たれている⁽³⁾⁽¹⁷⁾。このため、壁面近傍で現象を支配するスケールとしては、散逸過程を支配する高波数域のものを採用することが適当である⁽³⁾⁽¹⁵⁾。高波数域における温度場と速度場のタイムスケールの比が $\sqrt{R/Pr}$ であること⁽¹⁵⁾ を考慮すると、壁面のごく近傍における熱の渦拡散係数 α_t は、以下のように表現できると考えられる。

$$\alpha_t \propto \nu_t \sqrt{R/Pr} \quad \dots\dots\dots (15)$$

式(15)で表される α_t には、 R の影響に関して、NTTモデルと同一の形が反映されている。このことから、式(15)に基づいてモデル化された α_t は、NTTモデルと同様に、壁温変動の有無にかかわらず正しい壁面漸近挙動⁽⁶⁾ を再現することができる。

以上の議論を基にして、本研究では、以下のような形で表される熱の渦拡散係数 α_t を提案する。

$$\begin{aligned} \alpha_t = C_\lambda \left\{ \frac{k^2}{\epsilon} \left(\frac{2R}{C_m + R} \right) + 3\sqrt{k} \left(\frac{\nu^3}{\epsilon} \right)^{1/4} \frac{\sqrt{2R}}{Pr} f_d \right\} \\ \times \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{y^*}{14} \right) \right\} \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{\sqrt{Pr} y^*}{14} \right) \right\} \\ \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

ここで定数 C_m については、NTTモデルと同様の $C_\lambda = 0.1$ を採用しかつ典型的な値⁽⁶⁾ $R=0.5$ を代入した場合に $Pr_t=0.9$ が得られるように、 $C_m=0.5$ とした。こ

のモデルは、壁から離れた場所では、式(13)に基づき τ_u と τ_t のうちで短いほうに重きを置いたタイムスケールが採用される。一方、壁面近傍では $\alpha_t \propto \nu_t \sqrt{R/Pr}$ となり、先にも述べたように、壁温変動の有無にかかわらず α_t の正しい壁面漸近挙動⁽⁶⁾ を再現することができる。

4.3 モデル関数およびモデル定数 本研究で提案する温度場2方程式モデルのモデル関数およびモデル定数については、以下のように決定した。

まずモデル定数の C_λ については、NTTモデル⁽⁶⁾ と同様の $C_\lambda=0.1$ を採用した。また、 C_{D1} および C_{D2} についても、NTTモデルの定数決定の際の議論に従い、 $C_{D1}=2.0$ 、 $C_{D2}=0.9$ とした。 σ_h および σ_ϕ については、最近提案されている温度場モデル⁽⁵⁾⁻⁽⁷⁾ で1のオーダーの値が多く採用されていることを考慮し、 $\sigma_h \simeq \sigma_\phi \simeq \sigma_\epsilon$ を目安に、本研究では $\sigma_h = \sigma_\phi = 1.6$ を採用した。一方、 C_{P1} と C_{P2} については、以下のような定応力・定熱流束層の関係式を基にして決定した⁽⁶⁾⁽⁷⁾。

$$C_{D1} - C_{P1} = 2R \{ C_{P2} - C_{D2} + (x^2/Pr_t) / (\sigma_\phi \sqrt{C_\mu}) \} \quad \dots\dots\dots (17)$$

式(17)と $C_\mu=0.09$ および代表的な値である $R \simeq 0.5$ 、 $Pr_t \simeq 0.9$ 、 $x \simeq 0.41$ を考慮し数値最適化を行った結果、本研究では $C_{P1}=1.9$ 、 $C_{P2}=0.6$ を採用した。

次に、モデル関数 f_{D1} および f_{D2} については、各項の壁面漸近挙動を考慮して、NTTモデルと同様の関数形を採用した。また f_{P2} についても、速度場モデル⁽²⁾⁽⁴⁾ との対応を考慮し、NTTモデルと同様に $f_{P2}=1$ とした。

ところで、今回構成したモデルにおいてNTTモデルと同様に $f_{P1}=1$ を採用すると、速度場と温度場の非相似性が強い場において、計算が不安定になる場合が見られた。この原因としては、式(9)の右辺第2項と第4項の間で極端な不釣合いが発生していることが考えられる。一方、Nagano-Kim⁽⁵⁾ によって提案され

表 2 温度場のモデル関数およびモデル定数

Model	C_λ	C_{P1}	C_{P2}	C_{D1}	C_{D2}	σ_h	σ_ϕ	f_{P1}	f_{P2}
Present model	0.1	1.9	0.6	2.0	0.9	1.6	1.6	$\{1 - \exp(-y^*)\}^2$	1.0
NTT model	0.1	1.7	0.64	2.0	0.9	1.0	1.0	1.0	1.0

f_{D1}	f_{D2}
$\{1 - \exp(-y^*)\}^2$	$(1/C_{D2})(C_{\epsilon 2} f_2 - 1) \{1 - \exp(-y^*/5.7)\}^2$
$\{1 - \exp(-y^+/5.8)\}^2$	$(1/C_{D2})(C_{\epsilon 2} f_2 - 1) \{1 - \exp(-y^+/6)\}^2$

$\zeta \zeta \zeta, \quad f_2 = 1 - 0.3 \exp\left\{- (R_t/6.5)^2\right\}, \quad y^+ = u_\tau y/\nu, \quad y^* = u_\epsilon y/\nu, \quad R_t = k^2/\nu \epsilon$

たモデルのように、付加項を加えて壁面上で $\varepsilon_t = 0$ とするものは、一般に $f_{P1} = f_{D1} = 1$ を採用しているが⁽⁵⁾⁽¹¹⁾⁽¹²⁾、この場合には先のような計算上の不安定性は発生しない⁽⁵⁾⁽¹¹⁾。これらの事実といくつかの数値実験の結果から、 $f_{P1} \approx f_{D1}$ とすることにより上記の不安定性を回避できることがわかり、これに基づいて本研究では $f_{P1} = f_{D1}$ とした。なお、このように f_{P1} の修正を行っても、基本的な乱流境界層の熱伝達において、本モデルが NTT モデルとほぼ同等の結果を示すことが確認されている(後述)。

f_{P1} , f_{D1} および f_{D2} 中に現れる壁からの無次元距離については、式(16)の α_t と同様に、はく離・再付着乱流への適用を考慮して y^+ の代わりに y^* を用いた。また、モデル関数中の定数については、先の C_{P1} や C_{P2} と同様に数値最適化を行うことにより決定した。以上のようにして決定したモデル関数およびモデル定数を、NTT モデルのもの⁽⁶⁾ と併せて、表2にまとめて示す。

なお、最初にも述べたが、本研究の主たる目的ははく離や再付着を伴う乱流熱伝達にも適用し得る温度場2方程式モデルを提案することにある。それゆえ、温度場モデルを構成する際の Pr 数依存性については、従来の議論⁽¹⁶⁾ を参考にしうえて、信頼性の高いものを必要最小限考慮するにとどめている。また、後述する適用例についても、すべて空気流 ($Pr = 0.71$) の乱流熱伝達を選び、ここでは Pr 数依存性については敢えて議論しない。 Pr 数が1より非常に大きい場合や逆に小さい場合に、この種のモデルで Pr 数依存性を正確に表現するためには、 α_t 以外のモデル関数やモデル定数についても Pr 数の関数にすることが必要であるとの指摘がある⁽¹¹⁾⁽¹⁸⁾ が、この点については、本モデルにおける今後の検討課題であり、現在研究が進められているところである。

5. 基本的な壁乱流への適用

5・1 数値解法および計算条件 本研究で提案したモデルを、まず境界層流れの乱流熱伝達解析に適用し、基本的な乱流熱伝達場に対する本モデルの予測精度を確認した。計算の対象としては、Gibson ら⁽¹⁹⁾ が実験を行った速度場と温度場が同時に発達する境界層流れと、Antonia ら⁽²⁰⁾ が行った途中からの急加熱を伴う境界層流れを選んだ。このうち特に後者のような温度場は、乱流プラントル数 Pr_t 一定の仮定のもとでは予測が非常に困難な場であり、また温度場2方程式モデルのモデル関数やモデル定数の妥当性を検討するうえでも重要な場として位置づけられる⁽⁵⁾⁽⁶⁾。

計算手法については、服部ら⁽²¹⁾ と同一のものを用いた。また、計算格子については、壁から垂直な方向に201点の不等間隔格子を用いており、格子依存性のない解が得られることはすでに確認されている⁽³⁾⁽²¹⁾。対象とする場の加熱条件は、Gibson ら⁽¹⁹⁾ の場合には壁温一定加熱であり、一方、Antonia ら⁽²⁰⁾ の場合には、途中までは断熱(主流と同一温度)で、ある場所(加熱開始点)から熱流束一定で加熱されている。今回の計算では、平板の先端(計算開始位置)に一樣流(一定温度)の状態を設定し、そこから下流方向に境界層を発達さ

図1 普遍速度分布

図2 普遍温度分布

図3 平均温度分布の発達過程

図4 乱流熱流束の発達過程

せることにより解を得た。また、境界条件の設定方法については、Youssef ら⁽⁷⁾に従った。なお、壁温変動については、いずれの場合も $\bar{t}^2=0$ とした。

5.2 計算結果 Gibson ら⁽¹⁹⁾の実験に合せて行った計算により得られた乱流境界層内の平均速度分布を、実験値および NT モデル⁽³⁾の結果と比較して図1に示す。また、今回提案した温度場2方程式モデルにより得られた平均温度分布を、実験値および NTT モデル⁽⁶⁾の結果と併せて図2に示す。なお、図中に示したデータは、すべて平板の先端から 0.971 m の位置のものである。図1より、本速度場モデル⁽²⁾⁽⁴⁾が、十分満足し得る精度で境界層内の速度分布を予測していることがわかる。温度場についても、今回提案した温度場2方程式モデルが、NTT モデルと同等の良好な解を与えていることが、図2からわかる。

次に、Antonia ら⁽²⁰⁾の実験に合せて行った計算により得られた、平均温度分布と乱流熱流束 $\sqrt{v}t_z$ の流れ方向の発達の様子を、図3と図4にそれぞれ示す。ここで、図中に示した長さ x は、加熱開始点からの距離を表している。図3からわかるように、 Pr_t 一定による予測は、実験に比べてかなり低い値を示すのに対して、本モデルは、実験における温度分布の流れ方向の発達過程を高い精度で予測している。また、図4より、 $\sqrt{v}t_z$ の流れ方向の発達過程についても、十分な予測精度を有していることがわかる。

6. バックステップ流れへの適用

6.1 数値解法および計算条件

以上のように基

本的な乱流熱伝達場における計算精度を確認したうえで、本論文の主目的であるはく離・再付着を伴う乱流熱伝達場に提案したモデルを適用して計算を行い、その予測精度について検討した。流れ場としては、典型的なはく離・再付着流れとして従来よりよく研究されているバックステップ乱流を選んだ。

速度場の計算における離散化手法や境界条件については、基本的に既報⁽²⁾⁽⁴⁾と同一であるが、圧力を求める手続きとして、本研究では久野・里深・徳永⁽²²⁾によって提案された手法を用いた。なお、この手法をバックステップ乱流に適用して得られた結果が、既報⁽²⁾⁽⁴⁾で用いた手法により得られたものと比較して、ほとんど差異がないことはすでに確認されている⁽⁴⁾。

計算条件については、Vogel ら⁽⁸⁾の実験条件に合せてステップの拡大比を $ER=1.25$ とし、レイノルズ数については $Re_H=28\,000$ とした。また、ステップ上流での境界層厚さの影響を検討するために、流入部 ($x=-3.8H$ の位置)における境界層厚さを、実験⁽⁸⁾に合せて $\delta_0/H=0.15, 0.7, 1.1$ の3とおりに変化させて計算を行った。流入位置での速度分布は、混合距離理論を用いて境界層厚さが実験と一致するように決定し、 k および ε については2層モデルに基づいて設定した⁽¹⁾。計算は一般曲線座標系上で行い、計算領域については $(-3.8H \leq x \leq 50H)$ とし、格子点数は 287×125 とした。なお、壁からの第1格子点については、壁座標で $y^+ \approx 0.5$ になるように設定した。この程度の格子解像度を用いれば、ほとんど格子依存性のない結果が得られることが、既報で確認されている⁽²⁾⁽⁴⁾。また、今回のバックステップ乱流の熱伝達計算については、作動流体が空気 ($Pr=0.71$) であることから、速度場の粘性低層と温度場の伝導低層の厚さは同程度と考えられる。このことから、温度場の計算についても格子解像度は十分であるといえる。温度場に関する基礎方程式については、速度場⁽²⁾⁽⁴⁾と同様に、差分法を用いて離散化を行った。離散化の手法としては、式(7)の対流項については風上三次精度差分、式(8)と式(9)の対流項については風上一次精度差分、それ以外の項については二次精度の中心差分を用いた。なお、本研究においては、最終的に得られた計算結果から数値粘性について定量的な評価を行い、全体の収支に対して影響を及ぼしていないことを確認している。

温度場の境界条件は以下のとおりである。まず、壁面の加熱条件については、実験⁽⁸⁾に合せて、ステップ位置 ($x=0$) から下流のステップ側壁面 ($y=0$) において等熱流束 (q_w 一定) 加熱とし、他の部分の壁面についてはすべて断熱壁 ($q_w=0$) とした。温度乱れについ

図5 速度場の流線図 ($Re_H=28\,000$, $\delta_0/H=1.1$) 図6 平均温度分布 ($Re_H=28\,000$, $\delta_0/H=1.1$)

てはすべての壁面上で $\overline{t^2}=0$ とし、 ϵ_t については $\epsilon_t = \alpha(\partial\sqrt{\overline{t^2}}/\partial n)^2$ とした⁽⁷⁾。流入境界では、流体の温度を一樣 ($\overline{T}_0$) とし、 $\overline{t^2}$ と ϵ_t については 10^{-12} 程度の実験のかく乱に相当する十分小さい値を設定した。流出境界では、流れ方向の拡散が無視できることから、すべての変数 ($\overline{T}$, $\overline{t^2}$, ϵ_t) について2階微分を零 ($\partial^2/\partial x^2=0$) とした。

6.2 計算結果および考察 計算によって得られた流れ場の流線図を、図5に示す。図5は、 $Re_H=28\,000$, $\delta_0/H=1.1$ の場合のものであり、このときの再付着距離は、実験値 $X_R/H \approx 6.67$ ⁽⁸⁾ に対して、本計算では $X_R/H=6.69 \pm 0.04$ であった。このことから、本速度場モデル⁽²⁾⁽⁴⁾ が、バックステップ乱流の予測に関して十分な精度を有していることを、改めて確認することができる。

図6に、本モデルを適用して得られた $Re_H=28\,000$, $\delta_0/H=1.1$ の場合の平均温度分布を、実験結果⁽⁸⁾ とともに示す。また、図6には比較のために、同一の速度場を用いて $Pr_t=0.9$ (一定) として得られた結果も併せて示した。図6から、再循環領域を含む広い範囲で、高精度の予測値が本モデルにより得られていることがわかる。一方、 Pr_t を一定として得られた結果も、本モデルによる結果や実験結果と全体的によく合っているように見える。しかしながら、壁面近傍 ($y/H \leq 0.2$) に注

図7 熱伝達率の分布 ($Re_H=28\,000$)

目すると、 Pr_t を一定として得られた温度分布のほうが、本モデルの結果よりも低い温度を示しており、本モデルの結果のほうが実験結果に近い。この壁面のごく近傍での温度分布の違いが、熱伝達計算において最も重要な熱伝達率の分布に決定的な影響を及ぼす。それを示したのが、図7である。図7は、加熱壁面上のスタントン数 St の分布を示したものであるが、本モデルの結果と実験値⁽⁸⁾ が非常によく対応しているのに対し、 Pr_t 一定の計算結果は St 数が最大値をとる再付着点付近で実験値よりも30%程度高めの予測値を与えている。これらのことから、はく離・再付着を伴う複雑な乱流熱伝達解析における壁面近傍の計算精度の重要性、および本2方程式モデルの高い有用性を確認することができる。

Vogel ら⁽⁹⁾ は、 St 数が最大となる位置は再付着点より約 $(2/3)H (\approx 0.1X_R)$ 上流にあると報告しているが、図7を見ると、本計算結果はそれを忠実に再現している。また、図7より、本モデルによって得られた St 数の分布が、最大値の付近のみにとどまらず、全領域にわたって実験結果とよく対応していることがわかる。さらに、本モデルによれば、ステップ上流での境界層厚さ δ_0 が下流の熱伝達率の分布に及ぼす影響についても、ほぼ実験結果どおりに再現できることが、図7から見てとれる。Launder⁽¹¹⁾ が指摘しているように、このような高い予測精度を得るには、ステップ直後から発達するせん断層において生成された乱れが壁面上まで拡散してくる過程を、壁面近傍に至るまで高い精

度で予測できる速度場モデルの存在が不可欠である。それゆえ、速度場の解析において、本モデルのような低 Re 数形モデルを用いることは、高精度の乱流熱伝達解析を行ううえで極めて重要である。

以上の考察からわかるように、今回取り上げたバックステップ乱流をも含め、速度場と温度場の非相似性が強い壁乱流における熱伝達を高精度で予測するためには、 Pr_t 一定の仮定を取り除き、なおかつ、本2方程式モデルのように温度場のタイムスケールが適切に考慮された低 Re 数形モデルを用いて解析を行うことが必要である。

7. 結 論

はく離や再付着を伴う乱流熱伝達解析にも適用できるように、NTTモデル⁽⁶⁾のモデル関数に改良を施した温度場2方程式モデルを提案した。提案した改良モデルでは、モデル関数の中で摩擦速度 u_τ の代わりにコルモゴロフの速度スケール u_e を用いているため、はく離・再付着流れに適用しても u_τ を用いた場合のような不都合が発生しない。また、 u_e が壁面近傍で定数に漸近することから、NTTモデル⁽⁶⁾と同様の議論に基づき、壁温変動の有無にかかわらず乱流諸量の正しい壁面漸近挙動を再現することができる。本研究ではさらに、乱流熱伝達を支配するタイムスケールについても改めて検討を加えた。その結果、速度場と温度場のタイムスケールのうちで短いほうに重きを置いたものを採用するのが適当と考え、調和平均的な考え方に基づくタイムスケール⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾を、熱の渦拡散係数における特性タイムスケールとして採用した。

これらの改良が施された新しい温度場2方程式モデルを種々の壁乱流における熱伝達解析に適用した結果、基本的な場である速度・温度同時発達境界層流れ⁽¹⁹⁾において従来モデルと同等の精度を有しながら、なおかつ、乱流プラントル数一定の仮定では予測精度が不十分であった急加熱を伴う境界層流れ⁽²⁰⁾についても、温度分布や乱流熱流束の発達過程を高い精度で予測できることを示した。また、はく離・再付着を伴う場の代表であるバックステップ流における乱流熱伝達

に適用し、Vogelら⁽⁸⁾の実験と比較した結果、平均温度分布や熱伝達率について非常に高い予測精度を有していることを確認した。さらに、本モデルのような低 Re 数形モデルを用いて計算を行えば、バックステップ流れにおける、ステップ上流での境界層厚さが下流の熱伝達率分布に及ぼす影響についても、実験結果どおりに再現できることを示した。

文 献

- (1) Launder, B. E., *Trans. ASME, J. Heat Transf.*, **110** (1988), 1112.
- (2) 安倍・長野・近藤, 機論, **58-554**, B(1992), 3003.
- (3) Nagano, Y. and Tagawa, M., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **112**(1990), 33.
- (4) Abe, K., Kondoh, T. and Nagano, Y., *Int. J. Heat Mass Transf.*, **37**(1994), 139.
- (5) Nagano, Y. and Kim, C., *Trans. ASME, J. Heat Transf.*, **110**(1988), 583.
- (6) Nagano, Y., Tagawa, M. and Tsuji, T. (Lloyd, J. R. and Kurosaki, Y., eds.), *Proc. ASME/JSME Thermal Eng. Joint Conf.*, **3**(1991), 233.
- (7) Youssef, M. S., Nagano, Y. and Tagawa, M., *Int. J. Heat Mass Transf.*, **35**(1992), 3095.
- (8) Vogel, J. C. and Eaton, J. K., *Trans. ASME, J. Heat Transf.*, **107**(1985), 922.
- (9) 明・笠木, 機論, **54-507**, B(1988), 3003.
- (10) 鈴木・松本・長野・田川, 機論, **58-552**, B(1992), 2565.
- (11) 佐藤・長野, 第6回数値流体力学シンポジウム講義集, (1992), 217.
- (12) Sommer, T. P., So, R. M. C. and Zhang, H. S., *AIAA J.*, **31**(1993), 27.
- (13) Elghobashi, S. E. and Launder, B. E., *Phys. Fluids*, **26** (1983), 2415.
- (14) Zeman, O. and Lumley, J. L., *J. Atmos. Sci.*, **33**(1976), 1974.
- (15) Shikazono, N. and Kasagi, N., *Proc. 9th Symp. Turbulent Shear Flows*, Kyoto, **2**(1993), 18・3・1・18・3・6.
- (16) Cebeci, T., *Trans. ASME, J. Heat Transf.*, **95**(1973), 227.
- (17) Kasagi, N., Tomita, Y. and Kuroda, A., *Trans. ASME, J. Heat Transf.*, **114**(1992), 598.
- (18) 殷・長野・田川, 機論, **58-551**, B(1992), 2254.
- (19) Gibson, M. M., Verriopoulos, C. A. and Nagano, Y. (Bradbury, L. J. S., ほか4名編), *Turbulent Shear Flows*, **3**(1982), 80, Springer.
- (20) Antonia, R. A., ほか2名, *J. Fluid Mech.*, **80**(1977), 153.
- (21) 服部・長野, 機論, **59-560**, B(1993), 1043.
- (22) 久野・里深・徳永, 機論, **58-552**, B(1992), 2442.