直角屈折管内を伝ばする衝撃波の数値解析* (断面縮小および角丸みの影響)

鹿毛 一之^{*1}, 石松 克也^{*1}
川越 茂敏^{*2}, 三宅 寿生^{*3}

Numerical Study of Shock Waves Propagating in a Rectangular Elbow (Effects of Area Reduction and Rounded Corner)

Kazuyuki KAGE, Katsuya ISHIMATSU,
Shigetoshi KAWAGOE and Hisao MIYAKE

In this paper, the shock wave propagating in a rectangular elbow and the transient flow induced by the shock were investigated numerically in order to clarify how the transmitted shock wave past the elbow is stabilized to uniformity by the effects of area reduction and the rounded corner. Computations were carried out by solving the two-dimensional compressible Navier-Stokes equations by using the total variation diminishing (TVD) scheme. Calculations were performed for three kinds of area reduction ratios and the elbow whose outside corner is rounded, and the flow fields were numerically visualized by the contour lines of pressure, vorticity, velocity vectors, sonic lines, pressure distributions and wave diagrams. The numerical results showed that the distance at which the nonuniformity of the transmitted shock continued became shorter with increasing area reduction ratio and the attenuation of the transmitted shock was considerably weak.

Key Words: Transmitted Shock Wave, Rectangular Elbow, Area Reduction, Navier-Stokes Equation, Compressible Flow, TVD Method

1. ま え が き

屈折管は管路要素として多くの管路系で用いられ, そのような管路要素内を伝ばする衝撃波は, 回折, 反射, さらに, 誘起された流れ場に発生する渦や境界層との干渉を引き起こし, 複雑な流れ場を形成する。管路要素部を通過する衝撃波の挙動を明らかにすることは, 衝撃波現象の基礎的研究としても, また, 衝撃波や爆風波の工学的応用面からも非常に重要であり, いろいろな角度から, 実験的研究^{(1)~(3)(5)}や数値解析による研究⁽⁴⁾⁽⁶⁾⁽⁷⁾がなされているが, これまでになされた屈折管についての数値解析は, 非粘性流の計算で, しかも管屈折部近傍のかなり狭い範囲での流れ場に限り, 通過衝撃波の安定性や減衰の程度などを議論するのに十分ではない。著者らは前報⁽⁸⁾で, 衝撃波が直角屈折部を通過する際の流れ場を, 管高さの十数倍の長い領域について数値解析し, 屈折部を通過する衝撃波面の非一様性が, 非常に長い伝ば距離まで持続し, 長い距離にわたって安定状態に達しないことを示し

た。

本論文では, 一様な衝撃波面に漸近する過程が, 屈折部の外側壁で発生するマッハ反射の三重点の挙動によって強く影響されるという前報⁽⁸⁾の結果を基に, 屈折部外側壁の角に丸みがある場合と屈折部下流側の断面積が縮小している場合について, 通過衝撃波が安定状態に漸近する過程と減衰の程度および衝撃波によって誘起される流れ場の詳細について解析した結果を報告する。数値解析は, 管高さの十数倍の長い領域について, 二次元圧縮性ナビエ・ストークスの方程式で表した流れの基礎式を, TVDスキームによって行い, 計算結果を等圧線図, 等渦度線図, 音速線図, 速度ベクトル図, 壁面および管軸上における波動線図, 壁面および管軸上の圧力分布図で表すことによって, 流れ場の多角的な数値的可視化を行った。

2. 計算法と計算条件

一般座標系で表示した二次元圧縮性ナビエ・ストークス方程式を TVD スキームによって数値解析した。解析に供した流れ場の初期状態の概要を図 1 に示す。作動気体は空気, 初期状態における入射衝撃波は垂直平面形状とし, 入射衝撃波による誘起流れは一様気流とする。計算は, 屈折部上流側の管高さ H に対する

* 原稿受付 平成 5 年 11 月 11 日。

^{*1} 正員, 大分大学工学部 (〒870-11 大分市旦野原 700)。

^{*2} 正員, 久留米工業高等専門学校 (〒830 久留米市小森野町 1232)。

^{*3} 正員, 三菱重工業(株) (〒850-91 長崎市飽の浦町 1-1)。

図1 流れ場の概要

屈折部外側壁の角丸みの半径 r の比が $r/H=1$ の場合、屈折部下流側の断面積縮小比が $h/H=1/2$ と $h/H=1/3$ の場合について、初期入射衝撃波による誘起流れのレイノルズ数 Re が 5×10^5 、入射衝撃波マッハ数 M_s が 1.7, 2.0 (対応する気流マッハ数は 0.77, 0.96) の場合について行った。格子点数は 301×101 で、壁面近傍で格子間隔が密になるようにした。境界条件は、管壁を断熱壁とし、内側壁 B1 と外側壁 B4 で滑りなしの条件、上流境界 B2 で流入条件、下流境界 B3 で流出条件を用いて計算した。

3. 結果と考察

方向変化 90° の屈折管内を伝ばする衝撃波および誘起流れが、時間経過とともに変化する様子を、 $Re=5 \times 10^5$ について図2～5に示す。図2と図3は $M_s=2.0$ について、図4と図5は $M_s=2.0$ と $M_s=1.7$ についてのものである。図2は角丸みと断面縮小の影響を、 $r/H=1.0$ 、 $h/H=1/2$ 、 $h/H=1/3$ のそれぞれの場合における屈折部近傍の流れ場の詳細について、等圧線図、等渦度線図、音速線図で示したものである。図2～5には参照のため、 $h/H=1$ で角丸みがない場合の一例も示している。図2～5の t_1 , t_2 は時間の経過を表し、数字が大きいほど初期状態からの経過時間が長いことを示す。流れ場の比較で、屈折部内側壁からほぼ同じ距離の位置に通過衝撃波が達した状態に同じ数字を付している。角丸みの影響は衝撃波の反射形態にきわめて顕著に表れる。角丸みがない場合には、入射衝撃波が外側壁に衝突した瞬間に上流に向かう反射衝撃波が形成され、通過衝撃波面上の反射点は最初、外側壁で正

常反射した後単純マッハ反射に移行するが、角丸みがある場合には、入射衝撃波面が外側壁上を進行するにつれ、連続的に圧縮波が反射され、時間経過とともに圧縮波領域の上流端に集積しながらはっきりした反射衝撃波を形成していき、通過衝撃波の外側壁上の反射点ですぐにマッハ反射を起こし、その後二重反射に移行する。二重反射は最初前方の反射点で正常反射、後方の反射点でマッハ反射の形態をとるが、すぐに前方の反射点もマッハ反射に移行し二重マッハ反射の形態になる。後ろのマッハ足はその後前のマッハ足に追いつき通過衝撃波面上で合体する。 t_3 時点での三重点は角丸みのあるほうがわずかながら内側壁寄りに移動している。内側壁の角を回折する衝撃波、角から形成される渦、角周りの膨張波によってできる超音速領域(音速線で囲まれる領域)は、 t_3 時点までまったく同じで、その後も角丸みの影響はきわめて小さい。 $h/H=1/2$ に断面が縮小すると、衝撃波は $h/H=1$ の場合より早く外側壁に衝突して外側壁での反射が早く起こり、正常反射からマッハ反射への移行も早く、通過衝撃波面上の三重点は、 $h/H=1$ の場合に比べて内外壁間の距離が短いために内側壁に早く到達し、 t_4 ではすでに外側壁に向かって移動している。内側壁の角周り流れも、上流方向に向かう反射衝撃波の影響を早く受けて変化する。断面縮小比がさらに増加して $h/H=1/3$ になると、外側壁での反射がさらに早く起こり、マッハ反射への移行も早く、通過衝撃波面上の三重点は内側壁に早く到達し、 t_4 では内外壁間を往復した三重点が再度内側壁に向かって移動している。内側壁の角周り流れも、反射衝撃波のためさらに早く変化する。このように、外側壁でのマッハ反射によって発生した三重点が内外壁間を往復するのに要する時間割合が、通過衝撃波面の安定性に大きく影響する。

図3は図2と同じ流れ場を圧力分布図と波動線図で表したものである。圧力分布図では、経過時間 $t_1 \sim t_4$ は図2の $t_1 \sim t_4$ と対応し、管軸に沿った x 方向の圧力分布とともに、衝撃波面強さの非一様性の程度をはっきりさせるため、外側壁、管軸、内側壁上の圧力分布を示している。 $r/H=1$ の屈折管では $x/H=1.0$ が外側壁の屈折開始点、 $x/H=2.57$ が内側壁の角、 $h/H=1/2$ と $h/H=1/3$ の屈折管では $x/H=2.0$ が外側壁屈折部の角、 $x/H=3.0$ が内側壁の角に対応する。図の p/p_2 は入射衝撃波による誘起流れの圧力 p_2 で無次元化した圧力比で、 $p/p_2=1$ が入射衝撃波の強さに対応し、 $\angle$ 印は全面反射の衝撃波強さを示す。波動線図は、壁面に沿った等圧線の時間変化を、縦軸に H/U_2 (U_2 は入射衝撃波による誘起流れの速度) によって無次元化した

 図 2 角丸みおよび断面縮小の影響(屈折部近傍の詳細, $M_s=2.0$, $Re=5 \times 10^5$)

図 3 角丸みおよび断面縮小の影響(屈折部近傍の詳細, $M_s=2.0$, $Re=5 \times 10^5$)

図 4 角丸みおよび断面縮小の影響 (広範囲の流れ場, $Re=5 \times 10^5$)

時間 t をとって示したもので、圧力変化が急激な衝撃波面の動きが黒い太線で表され、傾きが水平に近いほど移動速度が大きいことを示している。丸みのある屈折管において、外側壁を丸みの半ばまで進行した t_1 での外側壁上の衝撃波面の強さは全面反射の強さよりかなり小さく、丸みのほぼ終点 t_2 で全面反射の強さに達し、その後伝ばとともに弱くなっていく。衝撃波面の強さが大きいほど波面の伝ば速度が大きく、弱いほど伝ば速度が小さいので、衝撃波面が丸みの区間で加速されその後減速されていく様子と、二重反射における後ろ足が前の衝撃波面に追いつき合併して伝ばする様子が、衝撃波面の動きを示す波動線図によってはっきり示されている。衝撃波が丸みのある壁面上を進行する際連続的に発生する圧縮波は、次第にその上流側前面に集積して衝撃波面を形成し、 t_1 から t_2 まで外側壁上の衝撃波面は強さを増して、だんだん速度を増しながら上流方向に伝ばしていく。内側壁の角を回折し、角からの有心膨張波によって弱められた内側壁上の衝撃波面は、 t_1 から t_2 まで強さをまったく変えずに一定速度で伝ばしていく。断面を $h/H=1/2$ に縮小した屈折管では、ほぼ H の幅にわたって同時に反射する衝撃波面で、上流方向に伝ばする外側壁上の衝撃波面は、内側壁角からの膨張波の影響が届き始める t_3 まで全面反射の強さのまま一定速度で伝ばし、それ以後強さを弱めながら減速していく。一方、外側壁上を下流方向に伝ばする衝撃波面は、急速に入射衝撃波の強さ以下にまで弱まって減速した後、ほぼ一定の強さ、速度を保ちながら伝ばしていく。内側壁の角を回折した内側壁上の衝撃波面は、外側壁でのマッハ反射による三重点がまだ内側壁に到達していない t_3 までは、回折で弱められた一定の強さ、速度を保って伝ばするが、三重点が内側壁に達した瞬間(t_3 のわずかな前の時点)に衝撃波面が強められて外側壁上での衝撃波面より強くなり加速される。断面の縮小比が大きい $h/H=1/3$ の屈折管では、上流方向に伝ばする外側壁上の衝撃波面の弱められて減速し始める時点が少し遅くなり、下流方向に伝ばする外側壁上の衝撃波面は入射衝撃波の強さ以下に早く弱められるが、内側壁から戻ってきた三重点が到達する瞬間(ほぼ t_3 の時点)に強められ、再度内側壁上の衝撃波面より強くなって、内外壁上の衝撃波面強さの関係が再度逆転して伝ば速度は大きくなる。内側壁上の回折した衝撃波面は、三重点の早い到達によって加速された後、強さが少しずつ弱まり減速しながら伝ばする。

図4は屈折部を通過した衝撃波が、屈折部からかなりの距離まで伝ばした時点における流れ場の様子を、

図2と同じ表示法によって示したもので、断面縮小比 $h/H=1/2$ の屈折管については、 $M_s=2.0$ のほかに $M_s=1.7$ の場合も示している。図4中の速度ベクトル図では、それぞれの断面における線の長さが流速の大きさを表している。丸みのある $r/H=1$ の屈折管では、丸みのない $h/H=1$ の場合と同様に、内側壁の角を起点に形成されるはく離領域のノズル効果によって主流が超音速に加速され、局所的に形成される二次衝撃波が境界層と複雑に干渉して新たなはく離領域を発生させX形状に類似した衝撃波を形成し、 t_3 の時点でも通過衝撃波が引っ張る後続の衝撃波はかなりはっきりした形で観測され、それだけ通過衝撃波面上の三重点は強さを残しており、波面の形状も垂直平面からかなりのずれが見られる。通過衝撃波後方の流れは超音速と亜音速領域が混在する流れになるが、これは入射衝撃波による誘起流れのマッハ数が0.96であり、わずかな加速で超音速流れが生じるためである。断面縮小比 $h/H=1/2$ の屈折管では、 $M_s=2.0$ の t_3 の時点で通過衝撃波に後続する衝撃波はまだかなりはっきりしているが、 t_3 では後続衝撃波は非常に弱められている。入射衝撃波は屈折部下流側の断面縮小によって強くなるため、通過衝撃波によって誘起される流れは、はく離領域と境界層を除いて超音速になり、内側壁角からののはく離領域はかなり長い距離にわたって下流側に伸びている。 $M_s=1.7$ の場合も、 t_3 において、通過衝撃波に後続する衝撃波は、 $M_s=2.0$ と同様非常に弱くなっている。 M_s が小さいため、通過衝撃波によって誘起される流れは亜音速で、はく離領域のノズル効果で加速された部分のみが超音速になっている。断面縮小比がさらに増加した $h/H=1/3$ では、通過衝撃波に後続する衝撃波は、 t_3 ですでにきわめて弱く、 t_3 ではほとんど認められないほど弱められている。断面縮小の増加でさらに強められた通過衝撃波によって誘起された流れは、はく離領域と境界層以外完全に超音速になる。

図5は図4と同じ流れ場を圧力分布図と波動線図で表したもので、 $r/H=1$ の丸みの場合、通過衝撃波が屈折部から H の5倍程度の距離伝ばした t_3 での通過衝撃波面の非一様性はきわめて大きく、 t_3 の H の9倍程度の伝ば距離の範囲では、通過衝撃波面上を三重点が往復する回数が2回と少なく、三重点の強さがまだ十分残っているため、衝撃波面も丸みがない場合とほとんど同様にかかなりの非一様性を残している。断面縮小比 $h/H=1/2$ の屈折管では、 $M_s=2.0$ の t_3 での通過衝撃波にはまだかなりの非一様性が見られるが、 t_3 では非常に小さくなり、 H の10倍以上の距離伝ばした t_{10} では、 $M_s=2.0$ と $M_s=1.7$ のいずれの場合にも

衝撃波面はほとんど一様で、安定したとみなしてよい。 H の 10 倍以上の伝ば距離では、通過衝撃波面上を三重点が往復する回数が 5~6 回で三重点の強さがほとんど消滅するからである。屈折部で損失がないと仮定して求めた通過衝撃波の強さの理論値と比較して、 $h/H=1/2$ の屈折管における通過衝撃波の減衰の程度は $M_s=2.0, 1.7$ とともに約 3% である。 $h/H=1/3$ の屈折管では、通過衝撃波面上を三重点が往復する回数が増加し、 t_0 ではほとんど一様な衝撃波面で、通過衝撃波は H の 8~9 倍の伝ば距離で安定すると考えてよく、その減衰割合は 3% 程度である。いずれの屈折管についても、外側壁上で谷山形状の圧力分布が内側壁角から H の 3~4 倍の距離にわたって見られることから、外側壁寄りの局所的領域に擬似衝撃波構造の流れができていると考えられる。

4. 結 論

(1) 屈折部の外側壁に角丸みがある屈折管では、衝撃波が丸みの壁面上を伝ばする際に二重マッハ反射を起こすなど、丸みがない屈折管と比較して反射形態に大きな差異が見られるが、丸みを通過後の三重点の動きなどにはほとんど差異がなく、したがって通過衝撃波の安定性もあまり変わらず、管高さの十倍程度の伝ば距離では一様な衝撃波面にならない。

(2) 断面縮小の屈折管では、通過衝撃波面上の三重点が内外壁間を 5~6 回往復するとほとんど一様な衝撃波面に安定し、断面縮小比 $1/2$ の屈折管で管高さの 10 倍程度、断面縮小比 $1/3$ の屈折管で管高さの 8~9 倍程度の伝ば距離で一様な衝撃波面になる。

(3) 断面縮小の屈折管において、屈折部を通過する衝撃波の減衰割合は 3% 程度で、あまり大きな減衰は生じない。

(4) いろいろな角度からの数値的可視化で、衝撃波による誘起流れの中の渦、はく離、二次衝撃波などの詳細な様子がかなり鮮明に観測できる。

文 献

- (1) Takayama, K., Honda, M. and Onodera, O., *Rep. IHSM Tohoku Univ.*, **35** (1976), 83.
- (2) Honda, M., Takayama, K., Onodera, O. and Kohama, Y., *Proc. 10th Int. Shock Tube Symp.*, (1975), 320.
- (3) 坂本・東野・田中, 平成 3 年度衝撃波シンポジウム講演論文集, (1992), 343.
- (4) 櫻村・ほか 3 名, 機論, **52-479, B** (1986), 2575.
- (5) 坂本・東野, 機論, No. 920-68 (1992), 155.
- (6) 渡辺・高山, 第 5 回数値流体力学シンポジウム講演論文集, (1991), 37.
- (7) 渡辺・高山, 平成 3 年度衝撃波シンポジウム講演論文集, (1992), 333.
- (8) 鹿毛・ほか 3 名, 機論, **59-562, B** (1993), 1980.