垂直正方形ダクト内気泡流の三次元詳細解析*

富山 明 男^{*1}, 宋 明 良^{*2}
吉川 秀 雄^{*3}, 坂口 忠 司^{*1}Three-Dimensional Detailed Numerical Simulation of Bubbly Flow
in Vertical Square DuctAkio TOMIYAMA, Akira SOU,
Hideo YOSHIKAWA and Tadashi SAKAGUCHI

A three-dimensional detailed numerical simulation for flows with bubbles was conducted in the present study. The simulation was based on the local instantaneous field equations of the gas liquid two-phase flow and on the interface tracking method of the volume of fluid method. The velocity and pressure fields were calculated using the modified SOLA method. The validity of the numerical method was confirmed by the comparison between measured and calculated terminal velocities and shapes of a single bubble in an infinite stagnant liquid for a wide range of the Morton number and the Eötvös number. Then, laminar bubbly flow in a vertical square duct was analyzed by making use of a periodic boundary condition. As a result, two typical void distributions, the wall peak and core peak, were obtained by varying the Eötvös number. This result agreed well with existing experimental data.

Key Words: Multiphase Flow, Computational Fluid Dynamics, Multidimensional Flow, Bubble Shape, Terminal Rising Velocity, Bubbly Flow, Void Distribution

1. 緒 言

従来、気液二相流の数値解析には、二流体モデル等の平均化された基礎方程式⁽¹⁾に気液間および各相と流路壁間の相互作用を表す構成方程式を組合せる手法が用いられてきた。本手法は複雑な配管内⁽²⁾や多次元空間内の過渡気液二相流現象⁽³⁾を比較的短時間で解析できる能力を有するため、原子炉の安全性解析等の種々の工業上の問題に適用されている。しかしながら、現在までに提案されている構成方程式の大部分は実験相関式であるため、実験で得られる以上の物理的な情報を本手法から抽出するのは困難である。一方、近年の計算機速度・容量の飛躍的發展により、瞬時局所的な気液二相流の基礎方程式⁽¹⁾に基づく、より詳細な数値解析の実現性が高まってきた。実験相関式を必要としない瞬時局所的な基礎方程式に基づく数値解析が実現できれば、気液二相流のモデル化に役立つ知見を数値実験的に提供できる可能性がある。

このため著者ら^{(4)~(8)}は、瞬時局所的基礎方程式に

基づく数値解法の一つである Volume of Fluid (VOF) 法⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾を用いて、気泡を含む流れの詳細解析の実現性を、単一気泡や単一大気泡、直列二気泡の干渉等の解析を通して検討してきた。その結果、気泡の運動に及ぼす種々の因子のうち、(1)気泡径、(2)密度、粘性係数、表面張力等の気液各相の物性値、(3)重力加速度、(4)管壁の存在、(5)気泡が自己生成する渦と気泡との干渉、(6)気泡外部の渦(液相の速度こう配)との干渉、(7)他の気泡との液相を介しての間接的な干渉に関して、良好に予測できることを確認した。気相体積率が小さく、気泡の合体や分裂がない層流条件下の垂直管内気泡流は、以上の因子に支配されると考えられる。したがって、高速大容量の計算機環境さえ整えば、多数の気泡を含む気泡流の詳細解析が十分実現できるという見通しが得られたといえる。

そこで本報では、まず、現実的な管内気泡流の詳細解析を実施するために VOF 法を三次元解析用に拡張した。次に、静止液中単一気泡の形状と終端速度に関する実験結果と計算結果の比較検討により拡張した手法の妥当性を検討した。さらに、垂直く形ダクト内層流気泡流の解析を行い、瞬時局所的な基礎方程式系に基づく気液二相気泡流の詳細解析の実現性を検討した。

* 原稿受付 平成6年1月20日。

^{*1} 正員, 神戸大学工学部 (〒657 神戸市灘区六甲台町1-1)。^{*2} 学生員, 神戸大学大学院。^{*3} 正員, (株)構造計画研究所 (〒164 東京都中野区本町4-38 13)。

2. 基礎方程式および数値解法

非圧縮性気液二相流の各相に対して瞬時局所的に成立する以下の三次元 (x, y, z) 座標系における質量および運動量の保存式を基礎方程式に用いる。

$$\operatorname{div} \mathbf{V}_k = 0 \quad \cdots \cdots (1)$$

$$\rho \frac{D\mathbf{V}_k}{Dt} = -\operatorname{grad} p + \rho \mathbf{g} + \mu_k \operatorname{div} \operatorname{grad} \mathbf{V}_k \quad \cdots \cdots (2)$$

ここで、 $\mathbf{V}=(u, v, w)$ は速度ベクトル、 t は時刻、 p は圧力、 $\mathbf{g}$ は単位質量当たりの体積力、 μ は粘性係数、 D/Dt は実質微分を、添字の k は気相 (G) または液相 (L) を表す。VOF 法と同様に計算セルにおける液相体積率 F により密度 ρ を次式で定義する。

$$\rho = F\rho_L + (1-F)\rho_G \quad \cdots \cdots (3)$$

したがって、 $F=0$ あるいは $F=1$ の場合には、式 (2) は気相単相流あるいは液相単相流に対するナビエ・ストークスの式と同じになる。一方、 F の値が $0 < F < 1$ のセルには気液界面が存在する。界面セルの周囲のセルの F の値から、まず界面セル内の界面位置と界面の曲率 κ (二つの主曲率 κ_1, κ_2 の和) を求める。微分幾何学の基本的公式⁽¹¹⁾ より κ は次式で与えられる。

$$\kappa = \kappa_1 + \kappa_2 = \frac{R(1+Q^2) - 2PQS + T(1+P^2)}{(1+P^2+Q^2)^{3/2}} \quad \cdots \cdots (4)$$

上式において、仮に界面が x - y 平面にほぼ平行で計算セルの底面から界面までの高さが $z=h(x, y)$ と表される場合、 P, Q, R, S, T は次式で与えられる。

$$P = \frac{\partial h}{\partial x}, Q = \frac{\partial h}{\partial y}, R = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2}, S = \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y}, T = \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \quad \cdots \cdots (5)$$

式 (5) を中心差分により離散化し、式 (4) に代入すれば曲率の計算式が得られる。界面が y - z 平面、あるいは z - x 平面に近い場合も式 (4)、(5) と同様な公式から曲率を計算できる。得られた κ より表面張力 σ による圧力 p_s を、

$$p_s = \kappa \sigma \quad \cdots \cdots (6)$$

により求める。 p_s は界面に垂直で、かつ曲率中心の方向に加わる。そこで、図 1 に示すように曲率中心を向いている界面の面積ベクトルを $\mathbf{S}$ とすると、界面セルにおける表面張力による単位体積当たりの力 $\mathbf{f}_s$ は次式で与えられる。

$$\mathbf{f}_s = \frac{p_s \mathbf{S}}{\Delta x \Delta y \Delta z} \quad \cdots \cdots (7)$$

ここで、 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ はおのおの x, y, z 方向のセル幅

図 1 界面セルの模式図

を表す。界面セルにおいては、式 (7) を式 (2) の右辺に加えることにより、表面張力が圧力場と速度場に及ぼす影響を考慮する。

一方、液相体積率 F は、以下の液相の体積保存則を満たす。

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \operatorname{div} (F\mathbf{V}_L) = 0 \quad \cdots \cdots (8)$$

上式を三次元化したドナーアクセプター法⁽⁹⁾ で解き、界面位置の時間変化を求める。

なお、式 (1)、(2) の計算には既報⁽¹²⁾ に提示した改良 SOLA 法を使用した。改良 SOLA 法は、SOLA (Solution Algorithm) 法⁽¹⁰⁾ における速度場と圧力場の同時反復解法に圧力の境界条件を適切に組み込むことにより、計算速度を数倍に向上させた解法である。

3. 静止液中単一気泡の解析

本章では、作成した計算プログラムの妥当性を検証するために、無限静止液中単一気泡の終端速度と形状に関する既存の実験結果⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾ と計算結果を比較する。図 2 に Bhaga-Weber⁽¹³⁾ による無限静止液中単一気泡の形状と終端速度に関する相関図を示す。本図は、Grace⁽¹⁴⁾ が提示した単一気泡の形状と終端速度の相関図を改良し、気泡形状をより細かく分類したものである。ただし、終端速度に関しては Grace の相関図と同じである。図 2 中の無次元数 Eu, M, Re はおのおの以下の諸式で定義されるエトベス数、モルトン数、気泡レイノルズ数を意味する。

$$Eu = \frac{g(\rho_L - \rho_G)d^2}{\sigma} \quad \cdots \cdots (9)$$

$$M = \frac{g\mu_L^2(\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2 \sigma^3} \quad \cdots \cdots (10)$$

$$Re = \frac{\rho_L V_t d}{\mu_L} \quad \cdots \cdots (11)$$

ここで、 g は重力加速度、 d は気泡の体積等価直径、 σ

図2 Bhaga ら⁽¹³⁾ による気泡形状と終端速度の相関図
(黒丸：終端速度の比較条件，白丸：形状の比較条件)

図3 計算領域と初期気泡形状

は表面張力， V_t は終端速度を表す。 Eo は浮力と表面張力の比を， M は各相を構成する物性値の影響を表す。図2より，気泡の無次元終端速度 Re と形状が Eo と M により一意に定まることがわかる。

図3に計算の初期条件を示す。初期気泡形状は球形とし，気泡直径 d 当たりに10～14セルを与えた。特に，気泡の変形が大きい場合に，気泡当たりのセル数を多くした。 x, y, z 方向の計算領域の長さは，おのおの $4d, 4d, 4.5d$ とした。したがって，気泡直径当たりに14セルを与えた場合の総セル数は， $(56+2)(56$

図4 Graceの無次元終端速度と計算結果の比較

$+2)(63+2)=218\,660$ である。ここで， $+2$ は境界条件指定用に計算領域の外側に設けた仮想セルの寄与を表す。上部境界から一様速度 V_{in} で液相を下方に流入させた。 V_{in} を気泡の終端速度 V_t に一致させることにより，計算領域の中心部から気泡が移動しないようにした。側面境界と下部境界は，連続流出条件とした。本境界条件により，無限静止液中の単一気泡の挙動を速度 V_t で上昇する座標系から観察した場合の解析が実現できる。終端速度の計算値は計算領域内の気泡先端部の z 方向の移動速度に V_{in} を加えて求めた。また，気泡形状が時間的に変化しなくなった際の形状を，気泡形状計算結果とした。

図2中に黒丸で示した流動条件において，気泡の無次元終端速度 Re の計算値と Grace の相関図の値を比較した。結果を図4に示す。本結果より， $1.41 \leq Eo \leq 641$ ， $-6.9 \leq \log M \leq 2.9$ の広範囲の流動条件において終端速度を精度よく予測できることが確認できた。

気泡形状の実験結果と計算結果を図5に示す。図2中に白丸で示してあるように，比較した流動条件は層流条件下の種々の気泡形状に対応している。図5(a)，(d)～(g)の写真は Bhaga らの文献(13)から引用したものである。一方，図5(b)，(c)の写真は空気とグリセリン水溶液を用いて著者らが実験した結果である。本図より Eo と M による気泡形状の変化を良好に予測できていることがわかる。ただし，図5(d)，(g)のように気泡が極端に扁平化する条件では，計算結果と実験結果の相異がやや大きい。これは，計算機のメモリーと演算速度の制約から十分なセル数を使用できなかったことが原因と考えられる。

以上，無限静止液中単一気泡の形状と終端速度に及ぼす Eo と M の影響を，本計算手法により良好に予

 (a) $EO=8.67, M=7.11$

 (b) $EO=4.38, M=2.98 \times 10^{-3}$

 (c) $EO=10.94, M=2.98 \times 10^{-3}$

 (d) $EO=32.2, M=8.20 \times 10^{-4}$

 (e) $EO=243, M=266$

 (f) $EO=116, M=1.31$

 (g) $EO=115, M=4.63 \times 10^{-3}$

 図 5 気泡形状の実験結果⁽¹³⁾(左)と計算結果(右)の比較
 [(b), (c)を除き文献(13)より引用]

図 6 初期条件と境界条件

測できることが確認できた。

4. ダクト内気泡流の解析

4-1 計算体系および計算条件 図 6 に計算体系および気泡の初期配置を三面図の形式で示す。ダクト壁面には滑りなし境界条件を、上下境界には周期的境界条件を用いた(圧力に関しては、圧力こう配が上下境界で一致するように設定した)。したがって、上部から流出した気泡や液体は下部から再進入する。流路断面は一辺の長さが $4d$ の正方形とした。また、流れ方向の距離は $5d$ とした。 x, y, z 方向をおおの 48, 48, 60 の等間隔セルに分割し、境界条件用仮想セルを含めて計 157 500 セルを使用した。気泡の初期形状は球形とし、気泡直径あたりに 12 セルを与えた。計算領域内の気泡数は 5 個とし領域内の体積平均ボイド率を 3.3% とした。

局所全体積流束分布の初期値には層流の分布を用いた。ここで、局所全体積流束 $\mathbf{J}$ は次式で定義される量である。

$$\mathbf{J} = F\mathbf{V}_L + (1-F)\mathbf{V}_G = (J_x, J_y, J_z) \quad \cdots \cdots (12)$$

上式において J_x, J_y の初期値は零とした。 J_z は z 方向の層流条件における運動量保存式、

$$0 = -\frac{dp}{dz} - \rho g + \mu_L \left(\frac{\partial^2 J_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 J_z}{\partial y^2} \right) \quad \cdots \cdots (13)$$

を利用して与えた。なお、圧力は流路断面内で一定と仮定し、 dp/dz を z のみの関数と考えている。式(13)は以下のポアソン方程式の境界値問題を構成してい

る。

$$\frac{\partial^2 J_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 J_z}{\partial y^2} = G \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$J_z = 0 \text{ at } x=0, x=L, y=0, \text{ and } y=L \quad \dots\dots\dots (15)$$

ただし、 L は正方形ダクトの一辺の長さ、ソース項 G は

$$G = \frac{1}{\mu_L} \left(\frac{dp}{dz} + \rho g \right) \quad \dots\dots\dots (16)$$

である。ここで、流路断面内で圧力が一定と仮定しているの、密度 ρ を断面平均値、

$$\rho = \rho(z) = \frac{1}{L^2} \int_{L^2} \{ \rho_c [1 - F(x, y, z)] + \rho_L F(x, y, z) \} dx dy \quad \dots\dots\dots (17)$$

と考えれば、式(16)の G は流路断面内で一定と仮定できる。式(14)は線形偏微分方程式であり、かつ境界条件式(15)が同次形なので、ソース項 G が定数倍になった場合の解 $J_z(x, y)$ はその分布形状を保ったまま定数倍になる。そこで、まず $G = -1$ として式(14)、(15)の数値解を求め、その数値解を定数倍して所定の流量になるように調節した。仮に β 倍して、全体積流束分布を設定した場合、式(16)から圧力こう配は次式で与えられる。

$$\frac{dp}{dz} = -(\mu_L \beta + \rho g) \quad \dots\dots\dots (18)$$

上式の右辺第1項は摩擦圧力降下を、第2項は重力による圧力降下を表す。一般に、二相流の摩擦圧力降下は単相流とは異なることが知られている⁽¹⁾。したがって、式(18)から決まる圧力こう配は、初期に設定した全体積流量を定常的に駆動する圧力こう配とは完全には一致せず、定常的流動を実現できない。そこで、二相流摩擦増倍係数 Φ^2 を用いて、式(18)を以下のように修正する。

$$\frac{dp}{dz} = -(\mu_L \beta \Phi^2 + \rho g) \quad \dots\dots\dots (19)$$

二相流摩擦増倍係数をあらかじめ正確に推定することは困難である。そこで、まず Φ^2 を1として式(19)から初期圧力分布を設定し、流れ場の時間発展を計算する。その結果、断面平均全体積流束が初期の断面平均

全体積流束よりも時間的に減少(増加)する場合には、 Φ^2 を増加(減少)させて再び式(19)から初期圧力分布を計算し初期状態から過渡計算を再試するという試行錯誤的方法を用いた。なお、断面平均全体積流束が時間的に変化し、初期値の $\pm 3\%$ を超えた場合は、計算を中止した。

次に、数値計算上のパラメータを整理しておく。これまでの研究^{(4)~(8)}で示してきたように、気泡の挙動は二つの無次元数 Eu と M によって大きく変化する。また、 Eu と M 以外の垂直管内層流気泡流の支配因子としては、流路形状、体積平均気相体積率、断面平均体積流束が挙げられる。このうち、計算の都合上、流路形状と体積平均ボイド率は固定しているので、残された因子は平均体積流束である。そこで、数値計算上のパラメータとして、 Eu 、 M 、およびダクト中心軸上の局所全体積流束 J_{zmax} の無次元値、

$$J_{zmax}^* = \frac{J_{zmax}}{V_t} \quad \dots\dots\dots (20)$$

の初期値を用いることにした。

計算にはワークステーション DEC 3000 AXP model 400 (ピーク性能 = 133 MFLOPS, LINPACK 倍精度 (100 × 100) = 26.4) を用いた。また、計算結果の描画処理には画像処理ソフト AVS (Application Visualization System) を用いた。

4.2 計算結果および考察 まず、 $Eu = 5$, $\log M = -3$, $J_{zmax}^* = 0.5$ の条件で計算を行った。図2からわかるように、 $Eu = 5$, $\log M = -3$ における無限静止液中単一気泡の形状は球あるいはだ円体である。常温常圧の水・空気系垂直管内気泡流において気泡が球形やだ円形となるのは、等価直径 2~3 mm 程度の小さな体積の気泡に対応する。このような小気泡は管壁付近を流動しやすく、いわゆるくら形ボイド分布を形成することが知られている⁽¹⁵⁾。また、液相流速が大きいくほど、管壁付近を小気泡が流動しやすいことも知られている⁽¹⁶⁾。

図7、8に気泡の形状と配置の時間変化に関する計算結果を示す。図7は流れ場を上部から見た図、図8

図7 ダクト上部から見た気泡の形状と配置の時間変化 ($Eu = 5$, $\log M = -3$, $J_{zmax}^* = 0.5$)

図 8 斜め上部から見た気泡の形状と配置の時間変化 ($Eu=5$, $\log M=-3$, $J_{z\max}^*=0.5$)

は斜め上部から見た図である。図 7, 8 の t^* は無次元時間,

$$t^* = \frac{V_{it}}{d} \dots \dots \dots (21)$$

である。また、計算に使用した時間刻み幅 Δt^* は約 10^{-4} であり、約 100 000 サイクルの時間更新を行っている。図 7 より、時間の経過に伴い気泡が管壁のほうに移動し、くら形ボイド分布が形成されていることがわかる。また、上部から見た気泡形状が四角形に近い形となっている。この形状は、3 章で行った無限静止液中単一気泡の解析では生じなかった形であり、ダク

図 9 全体積流束が気泡配置に及ぼす影響 ($Eu=5$, $\log M=-3$, $t^*=10$)

トの側壁の影響により生じたものと考えられる。一方、図 8 より気泡が管壁付近に移動するにつれ、管壁付近の急峻な液相速度こう配の影響を受けて、傾いた長軸

をもつ回転だ円体に変形していく傾向が見られる。図7において、時間の経過とともに気泡の投影面積が減少しているのは、この変形が原因である。

図9(a)～(c)に、全体積流速 $J_{z\max}^*$ が気泡分布に及ぼす影響を調べた結果を示す。 Eu と M は図7と同じである。また、図9(a), (b), (c)ともに $t^*=10$

図 10 ダクト上部から見た気泡の形状と配置の時間変化 ($Eu=20$, $\log M=-3$, $J_{z\max}^*=0.5$)

図 11 斜め上部から見た気泡の形状と配置の時間変化 ($Eu=20$, $\log M=-3$, $J_{z\max}^*=0.5$)

図 12 全体積流束が気泡配置に及ぼす影響
($Eo=20$, $\log M=-3$, $t^*=4.0$)

における気泡配置を表している。本図より、 J_{zmax}^* が大きいほど気泡が管壁方向に移動する傾向が強いことがわかる。この傾向は既存の実験結果⁽¹⁶⁾と一致している。

次に、 $Eo=20$, $\log M=-3$, $J_{zmax}^*=0.5$ の計算結果を図 10, 11 に示す。 Eo 以外は図 7, 8 と同じである。 $Eo=20$, $\log M=-3$ における無限静止液中単一気泡の形状は円状～ディスク状である。常温常圧の水・空気系垂直管内気泡流において、ディスク形状となる気泡は直径 4～5 mm 以上の大きな体積の気泡に対応する。この場合、管中心部付近を気泡が流動するコア形ボイド分布となることが知られている⁽¹⁵⁾。図 10 より、時間の経過に伴い気泡がダクト中心付近に移動し、コア形ボイド分布が形成されていることがわかる。また、図 11 より気泡が液相速度こう配の影響を受けて翼形に変形していく過程が見られる。この変形過程は、一様速度こう配中の単一気泡の形状変化に関する仮屋崎⁽¹⁷⁾の実験結果と一致している。図 12 に、全体積流束 J_{zmax}^* が気泡分布に及ぼす影響を示す。図 9 に示した $Eo=5$ の場合より顕著ではないが、管中心部に気泡が移動する傾向が、 J_{zmax}^* が大きいほど強いことがわかる。なお、 $J_{zmax}^*=1.0$ の場合の気泡の投影面積が小さいのは、液相速度こう配による気泡の変形が大きいためである。

以上、瞬時局所的な基礎方程式系に基づく三次元詳細解析により、垂直管内気泡流における二つの典型的ボイド分布が予測できることを実証できた。

5. 結 言

本研究では、瞬時局所的な基礎方程式系に基づく気泡流の三次元詳細解析を目的として、VOF 法と改良 SOLA 法に基づく三次元気液二相流解析プログラムを作成し、無限静止液中単一気泡と垂直く形ダクト内

層流気泡流の解析を行った。その結果、以下の結論を得た。

(1) 本手法により、層流条件下の広範囲のエトベス数 Eo とモルトン数 M において、無限静止液中の単一気泡の終端速度と形状を良好に予測できることを確認した。

(2) 周期境界条件、および重力と壁面摩擦による二相流の圧力降下を考慮した圧力分布の初期条件を利用することにより、垂直ダクト内気泡流の解析を実現させた。

(3) 気泡流解析により、気泡径が小さく表面張力が大きな $Eo=5$ の条件ではくら形ボイド分布が、気泡径が大きく表面張力が小さな $Eo=20$ の条件ではコア形ボイド分布が得られることを示した。また、流量が大きいほど各分布の特徴が顕著に現れるという計算結果が得られた。これらの結果は既存の実験結果と一致している。

以上、本研究により瞬時局所的基礎方程式系に基づく気液二相気泡流の詳細解析が実現できることを実証できた。なお、計算に協力された(株)構造計画研究所の豊岡篤氏、Ljubljana 大学の I. Zun 教授、Josef Stefan Institute の V. Alkalaj 氏に感謝する。

文 献

- (1) Delhay, J. M., Giot, M. and Riethmuller, M. L., *Thermo-Hydraulics of Two-Phase Systems for Industrial Design and Nuclear Engineering*, (1981), 159, McGraw-Hill.
- (2) 日本原子力学会編, 原子炉における熱流動数値解析の現状, (1986), 197.
- (3) 富山・ほか 3 名, 機論, **59**-566, B(1993), 3003.
- (4) 富山・ほか 3 名, 機論, **57**-539, B(1991), 1.
- (5) Tomiyama A., ほか 3 名, *JSME Int. J.*, **36**-1(1993), 51.
- (6) Tomiyama A., ほか 3 名, *NED*, **121**(1993), 69.
- (7) 富山・宋・坂口, 機論, **60**-575, B (1994), 2439.
- (8) 富山・ほか 3 名, 機講論, No. 914-2(1991-3), 86.
- (9) Hirt C. W. and Nichols B. D., *J. Comput. Phys.*, **39**(1981), 201.
- (10) Nichols, B. D., Hirt, C. W. and Hotchkiss, R. S., *LA-8355*(1980).
- (11) 安達, 微分幾何学概説, (1976), 75, 培風館.
- (12) 富山・平野, 機論, **58**-551, B(1992), 131.
- (13) Bhaga, D. and Weber, M. E., *J. Fluid Mech.*, **105**(1981), 61.
- (14) Grace, J. R., *Trans. Inst. Chem. Eng.*, **51**(1973), 116.
- (15) 世古口・佐藤・本田, 機論, **40**-333(1974), 1395.
- (16) Liu, T. J., *Proc. Inst. Conf. Multiphase Flows '91-Tsukuba*, **1**(1991), 453.
- (17) 仮屋崎, 二相流シンポジウム講演論文集, (1985), 49.