先端シールすきまを有するタービン段落流れの数値解析*

鹿 野 芳 雄^{*1}Numerical Analysis of the Flow Field through a Turbine Stage
with Tip Seal Clearance

Yoshio SHIKANO

A numerical technique for the computation of three-dimensional compressible turbulent flows through a turbine stage which has a shrouded bucket with tip seal clearance, is presented. In the present analysis, a two-equation model of turbulence is introduced to estimate the turbulence effect. To calculate nozzle and bucket flow regions simultaneously, a steady interaction is assumed on the interface. To compute the flow through the tip seal clearance, a computational mesh system is generated in that flow region. A finite volume method is used to obtain the spatially discretized governing equations, while the damping surface technique is employed for the time integration. In order to verify the effectiveness of the present method, a computation for the flow through a turbine stage is carried out. The present method yields circulating flows between tip seal fins, and a mixing flow phenomenon in the downstream region of the shroud, and the computational result shows good qualitative agreement with the experimental data.

Key Words: Numerical Analysis, Cascade, Three-Dimensional Flow, Compressible Flow, Turbulent Flow, Turbomachinery

1. 結 言

圧縮性流体を扱うターボ機械では、翼端すきまや先端シール部を通る漏れ流れが発生する。これらの漏れ流れはターボ機械の性能に影響を及ぼすため、事前に評価し設計に反映させる必要があるが、近年、数値解析で流動状況を把握する試みが報告されてきている。

例えば、翼端すきまを有する翼間流れの計算例としては、代数応力方程式乱流モデルや2方程式乱流モデルを用いた Hah⁽¹⁾ や薄層近似 Navier-Stokes 方程式と領域分割法により計算を行う渡辺ら⁽²⁾ の報告、また、最近では、低レイノルズ数形2方程式乱流モデルを用いた計算を行い、計算結果を実験値と詳細に比較した Kunz ら⁽³⁾ の報告や、有限体積法と領域分割法に基づいて710 000点という膨大な計算を行った Heider らの代数モデルによる乱流解析の報告⁽⁴⁾ がある。さらに、有限体積法と領域分割法に基づき、静翼と翼端すきまを有する動翼の二つの翼間流れを定常干渉流れとして同時に計算する著者の2方程式乱流モデルによる段落流れ解析に関する報告⁽⁵⁾ などもある。このように、翼端すきまを扱う解析手法についての報告は

あるものの、動翼シュラウド部とシールフィンで構成される先端シール部の漏れ流れを考慮した翼間流れ解析についての報告は、まだないようである。

本論文では、動翼部に先端シール部を有するタービン段落内の乱流解析手法を提案する。解析手法には有限体積法と damping surface technique⁽⁶⁾ を用い、静翼部と動翼部の流れは定常干渉流れを仮定することで接続⁽⁷⁾ する。また、先端シール部の流れを扱うために、領域分割法により動翼翼間部と先端シール部におおの計算格子を発生させ、両者を接続することで動翼部の計算を行う。なお、乱流の影響は2方程式乱流モデル⁽⁸⁾ により考慮する。

2. 支配方程式と境界条件

図1に解析領域の子午面図を示す。図1に示すような動翼部に先端シール部を有するタービン段落流れの支配方程式は、回転軸を y 軸として、静翼部では静止座標系の値、動翼部、および先端シール部では角速度 Ω で回転する相対座標系での値を用いれば、Gauss の発散定理により、次式に示す積分形式で表すことができる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \iiint_V \vec{U} \cdot dV$$

* 原稿受付 平成6年1月28日。

*¹ 正員、(株)日立製作所機械研究所(〒317 日立市幸町3 1 1)。

$$= - \iint_S (n_x \cdot \vec{F} + n_y \cdot \vec{G} + n_z \cdot \vec{H}) dS \\ + \int \iiint_V \vec{I} \cdot dV \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 t は時間、 S と V は微小要素の表面と体積を意味し、 n_x, n_y, n_z は表面 S に立てた法線ベクトルの方向余弦である。また、式(1)の各ベクトルは次式で表される。

$$\vec{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \\ \rho q \\ \rho \varepsilon \end{bmatrix}$$

$$\vec{F} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho uu + \sigma_{xx} \\ \rho uv - \tau_{yx} \\ \rho wu - \tau_{zx} \\ u(\rho E + \sigma_{xx}) - v\tau_{yx} - w\tau_{zx} + Q_x \\ \rho qu + A_x \\ \rho \varepsilon u + B_x \end{bmatrix}$$

$$\vec{G} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv - \tau_{xy} \\ \rho vv + \sigma_{yy} \\ \rho vw - \tau_{zy} \\ v(\rho E + \sigma_{yy}) - u\tau_{xy} - w\tau_{zy} + Q_y \\ \rho qv + A_y \\ \rho \varepsilon v + B_y \end{bmatrix}$$

$$\vec{H} = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho uw - \tau_{xz} \\ \rho vw - \tau_{yz} \\ \rho ww + \sigma_{zz} \\ w(\rho E + \sigma_{zz}) - u\tau_{xz} - v\tau_{yz} + Q_z \\ \rho qw + A_z \\ \rho \varepsilon w + B_z \end{bmatrix}$$

$$\vec{I}^T = [0, \rho f_x, 0, \rho f_z, \rho(uf_x + wf_z), I_q, I_\varepsilon]$$

..... (2)

式(2)において、 ρ は密度、 u, v, w はおのの x, y, z 方向の速度成分、 E は全エネルギーである。また、 q と ε は乱流エネルギーと乱流エネルギー散逸率、 σ, τ は法線応力項とせん断応力項、 Q は熱流束項、 A および B は乱流エネルギーと乱流エネルギー散逸率に関する流束項を意味する。ベクトル $\vec{I}$ はソース項を表し、 f は遠心力とコリオリの力の和、 I_q, I_ε は乱流エネ

図 1 解析領域の子午面形状

ルギーの生成項などによって記述されるソース項⁽⁶⁾である。一方、下添字 x, y, z は、おのの x, y, z 方向に関することを意味している。なお、以上に示した支配方程式のほかに、補足関係式として、完全気体の状態方程式を用いる。また、分子粘性の計算には、Sutherland の式⁽⁹⁾を採用している。

次に、本解析で用いている各種の境界条件について以下に述べる。

(1) 段落流入境界 ここでは流体の全圧、全温、および流入角を半径方向の分布として与え、これらは周方向に均一であると仮定する。その他の未知量に関しては、運動エネルギーと乱流エネルギー、および乱流エネルギー散逸率の値を解析領域内部から外挿することで計算する。

(2) 段落流出境界 流出部の根元静圧のみを与え、半径方向の静圧分布は、周方向に平均化された半径方向の運動量方程式を解くことにより計算し、その値は周方向に均一とする。また、密度、速度成分、乱流エネルギー、および乱流エネルギー散逸率の値を解析領域内部から外挿することで求める。

(3) 周期境界 対応する面での物理量とその法線方向の微分値が等しいとして境界条件を設定する。なお、本解析の先端シール部では、翼面に相当する部分も周期境界となり、主流部の周期境界条件と同様の条件が適用される。

(4) 固体壁境界 各速度成分は零、温度は壁の法線方向に変化しないとする。圧力に関しては、翼面では、壁の法線方向に変化しないという条件を与えるが、側壁については遠心力とコリオリの力および側壁の周方向曲率半径を考慮して計算する。なお、固体壁がシールフィンやケーシングなどのように回転座標系に対して相対運動をする場合には、周方向速度成分が $-r\Omega$ となるように境界条件を設定する。ここで r は壁面の半径位置である。一方、乱流エネルギーと乱流エネルギー散逸率に関しては、wall function method⁽⁸⁾を導入し、境界条件を設定する。

(5) 接続境界⁽⁷⁾ 定常干渉流れを仮定して静翼解析領域と動翼解析領域を接続するために、各解析領域の半径方向の要素分割位置を一致させ、各解析領域の境界条件設定は、各半径位置ごとに互いの情報を交換することで行う。初めに、静翼解析領域の流出境条件であるが、ここでは、動翼流入部の周方向平均静圧を境界条件として与え、それらは周方向に均一であると仮定する。次に、動翼流入境界条件であるが、これについては、静翼流出部で周方向に平均化した絶対全圧、全圧、および流入角を計算し、それらは周方向に均一であるとして動翼流入部の境界条件とする。この操作を定常解が得られるまで、各時間ステップごとに行う。乱流パラメータについても同様の平均化操作を行い、互いの値を境界条件にすることで解析領域を接続する。これにより、定常干渉流れを仮定した段落流れ解析を行うことができる。

3. 離散化解析手法

式(1)の空間の離散化には前述したように有限体積法を用いる。その際、計算要素としては任意形状の六面体要素を用いるが、各種の微分項については、解析領域全体を直方体領域に写像する body-fit 形曲線座標系を導入し、その写像空間で差分法を適用して微分値を計算した後、それを物理空間での値に変換⁽⁶⁾することで行っている。しかし、先端シール部では、シールフィン直線を表現する必要があり、解析領域全体を写像することはできない。そのため、先端シール部では、局所曲線座標系を用いて微分項の計算を行う。なお、平均流れの支配方程式の離散化例として x 方向の運動量方程式の離散化を次式に示す。

$$\begin{aligned} \text{RHS} = & - \sum_{i=1}^6 \{ (n_x \tilde{u} + n_y \tilde{v} + n_z \tilde{w})(\tilde{\rho} \tilde{u}) \\ & + n_x \tilde{\sigma}_{xx} - n_y \tilde{\tau}_{xy} - n_z \tilde{\tau}_{xz} \}_i \Delta S_i \\ & + (\rho f_x)_K \Delta V_K \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

ここで、RHS は式(1)の右辺を意味し、 ΔS_i は面 S_i の面積、 ΔV_K は要素 K の体積である。また、 $\sim$ のついた値は、隣り合う要素の値との平均値を意味する。なお、計算の安定化は、後述する時間積分法で人工粘性を導入することで行っている。一方、乱流パラメータの輸送方程式については、対流項に対して風上差分法⁽¹⁰⁾に基づいた離散化を行い、計算の安定化を図っている。

次に、時間積分法について述べる。本論文では、平均流れの支配方程式に対しては、陽的に人工粘性項を付加することで計算を安定に進める damping surface technique を用いる。いま、時間刻み幅を δt 、時間ス

テップ数を m 、式(1)の右辺項を RHS とすれば、時刻 $m \cdot \delta t$ から $(m+1) \cdot \delta t$ への時間積分は、次式で表すことができる。

$$\begin{aligned} \vec{U}_K^{m+1} = & \frac{\delta t}{\Delta V_K} (\text{RHS}) + \frac{\sum_{i=1}^6 \vec{U}_{Ki}^m}{6} \\ & - \alpha \frac{\sum_{i=1}^6 \vec{U}_{Ki}^m - 6 \vec{U}_K^m}{6} \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

式(4)の右辺第3項は、時間ステップ J 回ごと(通常、 $J=20 \sim 30$)に新たに計算される値である。 α は人工粘性の導入割合を決めるパラメータで、一般には $0.95 \sim 1.0$ の値が採用されている。なお、本論文では、解の安定性を保ちつつ精度向上を図るために、 α の値を流れ場の状態によって局所的に変化するように設定する。いま、流れ場全体の基準となる α を α_{base} 、流入部の全密度を ρ_0 として、局所的な密度こう配を考慮したパラメータ α_c を次式により計算する。

$$\alpha_c = \alpha_{\text{base}} \left(1 - \left| \sum_{i=1}^6 \rho_{Ki} - 6 \rho_K \right| / 6 \rho_0 \right) \dots\dots\dots (5)$$

ただし、式(5)で計算された α_c の値は、時間ステップ J 回ごとに変化するため、計算の収束性を悪化させる危険性がある。したがって、本論文では次式に示すように数居値 α_{max} 、 α_{min} を用いることで、実際の計算に用いる式(4)の α を次式によって算出する。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{\text{min}} \leq \alpha_c \leq \alpha_{\text{max}} \text{ のとき: } & \alpha = \alpha_c \\ \alpha_c > \alpha_{\text{max}} \text{ のとき: } & \alpha = \alpha_{\text{base}} \\ \alpha_c < \alpha_{\text{min}} \text{ のとき: } & \alpha = \alpha_{\text{min}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 α_{max} は α_{base} より小さい値である。なお、本論文では、 α_{min} を 0.95 、 α_{max} を 0.98 、 α_{base} を 0.997 として計算を行っている。

一方、乱流パラメータの輸送方程式については前述したように、空間の離散化時にドナーセル法による計算の安定化を図っており、ここでは、通常の前進差分法に基づいた時間積分法を採用している。

4. 計算結果とその検討

計算対象としたタービン段落は、図1に示した子午面形状を有する段落であり、作動流体は空気である。解析領域のモデル化に際しては、外ケーシング半径と

表 1 計算の主要パラメータ

	Nozzle	Bucket
Inlet total pressure (kPa)	140.2	
Inlet total temperature (K)	337.0	
Outlet root pressure (kPa)	106.9	
Passage height H_p (mm)	48.0	60.5
Blade height (mm)	48.0	50.0
Seal clearance height (mm)		1.5
Rotational speed (rpm)		4003.0
Number of elements	70x23x23	70x23x23
Elements in seal region		69x23x10

図2 翼負圧面近傍の速度ベクトル

動翼翼長を実験の寸法に合せ、シュラウドやシールフィンを厚みなしとした。したがって、シュラウド厚みなしとしたことにより、シュラウド厚みに相当する寸法だけ、シールフィンが長くなっている。なお、本計算の主要パラメータを表1に示す。表1において、流入部の全圧、全温は、境界層などの影響を考慮せず、半径方向に一樣に与えている。なお、流入角は入射角 0° で流路に沿った流れとなるように設定した。また、流路高さは、各翼の翼根元から外側ケーシングまでの高さである。さらに、要素数で $70 \times 23 \times 23$ などであるのは、流れ方向、周方向、および半径方向の要素数を意味する。なお、シール部では、シールフィン先端とシュラウド間のすきま部の半径方向要素数を3としている。以下に、計算結果を示す。

初めに、段落流れ全体の様子を示すために、翼負圧面側の速度ベクトルを円筒座標系に変換して図2に示す。したがって、図2の速度ベクトルは軸流速度成分と半径方向速度成分で構成されている。初めに静翼部の流れであるが、ここでは半径方向に一樣な流入条件と静翼の轉向角が比較的小さいために、二次流れ渦の発生は弱く、ほぼ流路に沿って流れている。二次流れ渦の影響が現れているのは、先端部の翼後縁近傍のみであり、そこではやや下向きの流れが発生している。これに対して動翼部の流れは、前置静翼側壁上に発達した境界層の影響と比較的大きい轉向角のために、翼間流れに強い二次流れ渦が発生し、翼出口近傍の流れは大きな半径方向速度成分を有する流れとなる。さらに、先端シール部を考慮したことにより、実機の内部流れのように、動翼流入部の先端近傍の流れはシール部へ一部流れ込み、また、シール部内では、フィンの

図3 シュラウド直後の速度ベクトルと等速度線分布

存在により大きな循環流が発生するなど、静翼内の流れに比べると複雑な流れとなっていることがわかる。

図3には、動翼部のシュラウド直後の流れ方向断面内における速度ベクトルと等速度線分布(10 m/sごと)を示す。なお、視点は速度ベクトル図では断面内の流れを流量平均したときの流れの方向、等速度線図では軸方向である。速度ベクトル図に示されるように、この位置では、図2で述べた強い二次流れの影響が現れ、主流部に一對の二次流れ渦が発生している様子が明確に捕らえられている。さらにシール部からの漏れ流れと激しく干渉している様子も捕らえられている。これを等速度線分布で見ると、この干渉部では等速度線が密集し、強いせん断層を形成していることがわかる。

以上、速度ベクトルや等速度線分布で内部流れの流動状態を示したが、次に、静翼と動翼の流出部におけるピトー管計測から得られた実験値との比較を示す。なお、比較するデータは、実験値、計算値ともに周方

向に1ピッチ分平均化した値の半径方向分布である。

初めに、静翼流出部の比較結果を示す。図4には、静翼流出部における軸流速度 $(V_{axial})_N$ の半径分布を示す。縦軸は流路高さで無次元化した翼高さ位置を意味する。また、図4中の実線は動翼の先端シール部を考慮した計算結果、破線は先端シール部の流れを考慮せず、静翼翼間と動翼翼間のみを計算した結果である。図4に示す軸流速度分布は、約70%高さ以上の翼先端近傍を除けばシール部の有無にかかわらず実験値と定量的によい一致を示している。なお、約70%高さ以上で実験値の軸流速度が増加する原因としては、次に示す流出角の分布から推定して、ピトー管を周方向に移動するための挿入孔の影響が考えられる。一方、計算値ではシール部の有無、すなわち、動翼部での漏れ流れの有無によって、翼先端部近傍の軸流速度の値はやや異なり、シール部を考慮した場合の軸流速度のほうが大きくなる。その他の半径位置においては両者の値はほぼ等しく、漏れ流れの有無の影響がほとんどない結果が得られている。

図5には、静翼流出部の流出角 α_N の分布を示す。ここでも、約80%高さ以上の翼先端部では、実験値と計算値に大きな違いが現れるが、この原因は前述したピトー管の挿入孔の影響によるものと考えられる。一方、翼根元部近傍では実験値と計算値に最大1.5°程度の差が現れるものの、先端部ほど大きな差異は認められず、翼根元部に近づくにつれて流出角が大きくなるなど、定性的には一致している。なお、計算値では、二次流れの発生による流出角のアンダターニングやオーバーターニングなども捕らえられている。また、シール部の有無によって翼先端部近傍の流出角もやや異なり、シール部を考慮しない場合には、流出角がやや周方向を向く傾向となる。

図4 静翼流出部の軸流速度分布

次に、静翼流出部の相対流出角 β ，すなわち、動翼に対する流入角分布を図6に示す。半径方向全域にわたり、実験値と計算値には約5°程度の差があるが、定性的な傾向に関しては一致している。また、計算値では翼根元部や翼先端部近傍で相対流出角が小さくなり軸方向を向くようになるが、これは、静翼ケーシング上に発達した境界層の影響である。通常の一つの翼間流れとして動翼の流れを計算する場合には、このような流入角の半径方向分布を境界条件として与える必要があるが、本論文の段落流れ解析では、計算結果として動翼への流入条件が定まる。また、静翼流出部の境界条件も計算結果から自動的に決定される。このことが、段落流れ解析を行う大きな利点である。

以上、静翼流出部における実験値と計算値の比較について述べたが、次に、動翼流出部における比較結果を以下に示す。

図7は、動翼流出部における軸流速度 $(V_{axial})_B$ の半径方向分布を示す図である。なお、シール部を考慮

図5 静翼流出部の流出角分布

図6 静翼流出部の相対流出角分布

しない場合の破線の最大翼高さ位置(約83%高さ)が動翼先端位置に相当する。また、シール部を考慮しない場合の先端側側壁の境界条件としては、シュラウド部に相当するケーシングは固体壁として扱うが、その他のケーシング部分は、空間部となっているので滑り壁として扱い、粘性によるせん断応力は考慮しない。シール部を考慮した場合には、半径方向全域にわたり実験値との定性的な一致は良好であり、翼の先端近傍と根元近傍を除けば、実験値と計算値は定量的にも良好な一致を示す。一方、シール部を考慮しない場合には、高さ方向中央部近傍での実験値との一致は良好であるが、シール部のある場合に比べて翼先端部で急激に減速する、あるいは翼根元部で減速の始まる位置が翼根元側にシフトするなどの違いが現れる。これらの違いは、いずれも実験値から離れる傾向となり、詳細にタービン段落の流れを検討するためには、シール部を考慮して計算する必要があることを示唆している。また、シール部を考慮した計算結果では、シール部を

考慮しない結果に比べてやや軸流速度が低下する傾向を示すが、この差異は、シール部の流れの有無による主流部流量の違いに起因するものと考えられる。

図8には、動翼流出部の絶対流れの流出角である旋回角 γ の分布を示す。シール部を考慮した計算結果では、翼高さ中央部近傍における旋回角分布は実験値と比べて約5°程度大きくなり、定量的な一致は十分ではないが、翼先端部近傍の漏れ流れ領域における旋回角の増大など定性的に実験値の半径方向分布をよく表現している。一方、シール部を考慮しない計算結果は、翼高さ中央部近傍における旋回角分布がシール部を考慮した場合に比べて実験値に近づく傾向を示すようになるが、70%翼高さ以上の翼先端部においては、定量的にも定性的にも実験値から離れる傾向となる。この差異は、シール部の有無による流量の違いや漏れ流れとの干渉の有無によるものである。

次に、動翼流出部の絶対速度(V_a)_{abs}の分布を図9に示す。ここでも図7に示した軸流速度分布と同様、先端近傍と根元部近傍を除けば、計算値と実験値の定量的な一致は良好である。しかしながら、計算値では約70%翼高さ位置から翼先端部にかけて大きな減速が現れる。シール部を考慮した計算値は、その後ケーシング部にかけて速度は増大し、再び実験値に近づいていく。このような約80%翼高さ位置における計算値の速度減少は、シール部を考慮した場合にはシュラウド、シール部を考慮しない場合には固体壁として扱ったケーシング部分の影響である。シール部を考慮しない場合でもシュラウドに相当する部分の固体壁面による境界層の影響がピトー管計測位置まで残っている。また、シール部を考慮した場合もその影響は残るが、シール部を考慮しない場合に比べると、減速割合は小さくなる。しかし、シール部を考慮した場合でも、実験

図7 動翼流出部の軸流速度分布

図8 動翼流出部の旋回角分布

図9 動翼流出部の絶対速度分布

図 10 動翼流出部の相対速度分布

図 11 動翼流出部の相対流出角分布

値に比べると速度減少割合が大きくなり、漏れ流れとの混合が促進されていない結果を得た。これは、前述したようにシュラウド厚みなしとして計算した本結果は、シュラウド後縁端厚みのある場合と混合現象がやや異なるためと考えられる。

図 10 には、動翼流出部の相対速度 $(V_a)_{rel}$ の分布を示す。シール部を考慮した場合、やや実験値に比べて低流速になるが、翼先端部近傍の挙動などはよく捕らえられている。また、図 9 に示した絶対速度分布で実験値と一致が不十分であった約 80% 翼高さ位置近傍でも、実験値との一致は比較的良好である。これは、後述する相対流出角の影響である。一方、シール部を考慮しない結果では定量的に実験値に近づくものの、翼先端部近傍である約 70% 高さ位置以上ではシール部の計算領域がないために、実験値のような流速低下は現れていない。

最後に、動翼流出部の相対流出角 α_B の分布を図 11 に示す。翼の先端部と根元部の近傍を除けば、シール部の有無にかかわらず計算値と実験値は定量的により一致を示している。しかし、翼先端部と翼根元部の近傍では、定性的には実験値と一致するものの定量的な一致は不十分である。特に、図 9 に示した絶対速度分布で実験値との一致が不十分であった約 80% 翼高さ位置近傍における実験値との違いは大きく、この影響が絶対速度分布の不一致の原因となっている。約 80% 翼高さ位置近傍における相対流出角分布の実験値との違いは、前述したようにシュラウド厚みなしとしたことによる主流と漏れ流れの混合現象の違いに起因するものと考えられる。

以上、本解析手法による計算結果を示してきたが、速度ベクトルなどで示したシール部の漏れ流れと主流部の混合流動現象や、ピトー管計測による実験値との比較の結果、定性的にはシール部の漏れ流れの影響を良好に表現しているものと考えられる。

5. 結 言

動翼部の先端シールを通る漏れ流れを考慮したタービン段落流れ解析手法を提案した。本解析手法により試験タービンを対象とした計算を実施し、実験値との比較などを行った結果、以下の結論を得た。

- (1) 先端シール部の循環流や漏れ流れと主流の干渉などの流動現象を捕らえることができた。
- (2) 実験値との定量的な一致は必ずしも十分でない部分もあるが、定性的には先端シール部を通る漏れ流れの影響を捕らえることができた。

最後に、本研究において、貴重な実験データを提供していただいた当所の安ヶ平紀雄主任研究員に対し、深く感謝の意を表する。

文 献

- (1) Hah, C., *Trans. ASME, J. Eng. Gas Turbines Power*, (1986), 15.
- (2) 渡辺・ほか 3 名, 機論, **56**-527, B(1990), 1985.
- (3) Kunz, R. F., Lakshminarayana, B. and Basson, A. H., *ASME Paper*, 92-GT-299(1992).
- (4) Heider, R., ほか 5 名, *ASME Paper*, 93-GT-111(1993).
- (5) 鹿野, 機論, **59**-563, B(1993), 2202.
- (6) 鹿野・池川・中野, 機論, **51**-462, B(1985), 461.
- (7) 鹿野・ほか 3 名, 機論, **53**-496, B(1987), 3622.
- (8) Launder, B. E. and Spalding, D. B., *Comput. Method Appl. Mech. Eng.*, **3**(1974), 269.
- (9) 例えば, 生井・井上, 粘性流体の力学, (1978), 5, 理工学社.
- (10) 例えば, Roache, P. J. (高橋・ほか 6 名訳), コンピュータによる流体力学, (1978), 上 107, 構造計画研究所.