流路におかれた角柱列を過ぎる定常流の中での微粒子の横移動*

長谷川 英治^{*1}, 角 田 哲 夫^{*2}

Lateral Migration of Small Particles in Steady Flow Past an Array of Square Cylinders Set Up in a Channel

Eiji HASEGAWA and Tetsuo TSUNODA

The motion of small particles is numerically investigated in a steady viscous flow past an infinite array of square cylinders set up along the centerline of a two-dimensional channel. The force acting on the particle is given according to the Stokes drag law. The majority of particles distributed uniformly in a cross section of the channel are forced to move in the lateral direction from the centerline to the wall of the channel and are finally gathered to just near the wall. This phenomenon, the lateral migration, is caused by the centrifugal force on a curved streamline. The lateral migration is intensified as the interval of successive cylinders increases, and the Reynolds number increases nearly proportionally to the interval. This result suggests the possibility that many small particles floating randomly in a fluid flow are gathered on to a plane.

Key Words: Fluid Mechanics, Multiphase Flow, Particle Trajectory, Stokes Drag Law, Lateral Migration, Array of Cylinders, Channel Flow, Numerical Analysis

1. は じ め に

流れの中に浮遊するたくさんの微粒子を、ある定められた軌道を通るように工夫することができれば、粒子の捕護、ほこりの除去、気流や水流の清浄化など日常的作業に大変役立つことはいうまでもない。ところが、流体中に浮遊する微粒子を意のままに動かすことは大変むずかしいことも経験的によく知られたことである。これまで、集じん装置として開発されてきたものは、粒子の帯電性を利用した電場によるものと、ヘパフィルタに代表される網目上の細孔層のろ過によるものが主流であり、工業的にいろいろな所で有効に用いられている。しかし、例えば、前者では個々の粒子の帯電量の違いや、天候などの状況の差に集じん装置の性能が左右されやすい欠点をもち、また、後者ではたくさんの粒子を含む気流の清浄化法としては優れているが、多孔状の層の流体の通過のために、流動抵抗が大きい欠点をもつ。最近非常に利用度が高まってきているクリーンルームなどでは、対象となっている気

流の清浄度は 1 m^3 中にゴミが数百個などと、かなり浮遊粒子の数が少なく、それを網目状のろ過層で毎回こす操作を行うのは決して効率のよい方法とはいえない。やはり、流れの中に数個しか浮遊粒子がないような状態の気流の清浄化に適した。これまでとは構造の違う機構の集じん法を考えるべきである。

ここでは、気流の中に勝手に浮遊する微粒子を流れの性質を利用して、ほとんど同じ軌道に沿って運動させることを考える。もしこれが可能であれば、気流の全量をろ過するのではなく、そのうちの微粒子の通過するほんの一部のみをろ過するか、その部分の気流を破棄するかによれば、相当高効率の気流清浄化装置の実現が可能となる。

ところで、これまでに、流れの中に浮遊する粒子の軌道を調べた研究は非常にたくさんあるが、どの粒子も同じ軌道を通過する場合を探すというような考えに沿った研究は知るかぎりではない。ただ、先細ノズル状の流路内の流れを利用し、いろいろなサイズの粒子がある同じ点を通過するように粒子をコントロールするという考えの研究⁽¹⁾があり、これはここでとり上げようとしている研究の一つの先駆的なものである。しかし、ここでは、粒子のサイズにほとんどよらず、同じような軌道を描いて粒子が気流の中を流れ去ってい

* 原稿受付 平成6年3月16日。

^{*1} 正員、慶応義塾大学理工学部 (〒223 横浜市港北区日吉3-14-1)。

^{*2} 慶応義塾大学大学院。

けるものか否かを、流路の形状に工夫をこらし調べようとしている点が研究をさらに一歩進めることになろう。具体的には一定幅の流路の中心線上に並んだ角柱列を過ぎる流れの中で、小さな粒子はどんな軌道に沿って流れ去っていくかを一つの数値実験を行い調べてみる。

2. 流れのモデルと粒子の式

これまでに、著者らは流路中での粒子についていろいろな流路を選び、おもに、解析的手法を用い研究を行ってきた。すなわち、一定幅の周期的うねりをもつ二次元的流路中での粒子の軌道を決定する問題⁽²⁾、周期的うねりをもつ壁と平面壁とよりなる二次元的流路中での粒子の軌道を決定する問題⁽³⁾を解析的に扱った。その結果、粒子は慣性作用により、うねりをもつ壁から離れる向きに力を受け、前者では流路の中心線上へと、後者では平面壁近くへと下流に流れていくうちに、主流を横切って移動していくことが示された。しかし、うねった壁面が連続関数で与えられ、そのうえ、うねりの大きさも解析手法の適用の容易さのため小さいとして調べられたために、その移動速度は工業上の見地からは量的に小さなものであった。一方、著者らは数値解と実験とにより、千鳥配列の規則的に平面上に並べられた角柱列を過ぎる流れの中での粒子の運動⁽⁴⁾を調べ、粒子はなるべく各角柱列からはなれた所を、しかも、いろいろなサイズの粒子がほとんど同じ軌道に沿って流れ去る結果を得た。この際の粒子の主流を横切る移動は実際の立場より見てもはっきりと認知できる大きさのものであった。以上の経験のもとに、ここでは、なるべく鋭い角をもつ角柱を流路中に並べ、主流を横切る粒子の移動の大きさを数値実験によって、工業の見地から利用できる程度の量となるか否かについて研究をしてみる。なお、真つすぐな流路中での側壁近くにてできるせん断流中で粒子の回転に関係した主流を横切る粒子の運動現象^{(5)~(9)}がいくつか研究されている。主流を横切るという点では似た現象というかもしれないが、ここで問題としている流れは、横ばい運動の起きる流れに比べて、ずっとレイノルズ数が大きく、以下に述べるように、まったく別の現象であることを付け加えておく。

いま、長い一定幅 $2h$ の二次元的流路があり、その中心線上に一定間隔 l で幅 $2b$ 、長さ $2a$ の長方形断面をもつ角柱がその軸を流れに直交させて、図1のように並んでいるとする。その流路中を密度 ρ 、動粘度 ν の非圧縮性流体が定常的に流量 $2Q$ で流れているものとする。この流れの中に半径 a_p 、密度 ρ_p の球形の小

さな粒子が孤立的に存在し、流れの作用下で運動しているものとする。粒子の混入数は非常に少ないし、粒子の大きさは小さいものであると考えているから、粒子間の相互作用はないものとし、粒子が流体の流れに影響を及ぼすこともないとする。そして、流れは気体の流れを想定しているので流れの粒子への力学的作用はストークス抵抗で十分表現できるものとする。

いま、流路の中心線に沿って x 軸をとり、 y 軸をある角柱の中心を通って x 軸に垂直にとり、各座標軸方向の流体の速度成分を u, v 、圧力を p とし、粒子の座標と速度成分を x_p, y_p と u_p, v_p とすれば、流体については、NS 方程式と連続の式とより、粒子については運動の方程式より、

$$R\left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$R\left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y}\right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$NR \frac{du_p}{dt} = u - u_p \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$NR \frac{dv_p}{dt} = v - v_p \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{dx_p}{dt} = u_p, \quad \frac{dy_p}{dt} = v_p \quad \dots\dots\dots (6)$$

が基礎方程式となる。ここで、流体と粒子の速度は流路の平均流速 Q/h で、圧力は平均流速による動圧 $\rho(Q/h)^2$ で、 x, y は流路の幅 h で、時間 t は流路幅 h を平均流速で移動するに要するに時間 h^2/Q で、おのおの無次元化し、上式中および以下においては無次元化された量で表示してある。さらに、 R はレイノルズ数 Q/ν であり、 N は粒子の大きさにかかわる無次元量 $2\rho_p a_p^2/9\rho h^2$ である。以下では N をサイズ数と呼ぶ。なお、通常ストークス数 S と呼ばれているのは積 RN のことであることを注意しておく。

上記の基礎方程式系への境界条件と初期条件とは次のようにした。流体の境界条件は、流路壁上と角柱表面上での粘着性より

$$\text{流路壁と角柱表面上: } u=v=0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

となり、流れは x 軸に対し上下対称となっているから、 x 軸上での対称性より

$$y=0: \quad \frac{\partial u}{\partial y}=0, v=0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

となり、さらに、流れは周期 l で周期性を有することより

$$u(0, y)=u(l, y), v(0, y)=v(l, y) \quad \dots\dots\dots (9)$$

となる。一方、粒子については非定常運動的に考えているから、初期条件を与えることにし $x=0$ 上で粒子は流体と同じ速度で運動するものとし

$$x=0: u_p=u, v_p=v \dots\dots\dots(10)$$

とする。よって、ここでは、式(1)～(6)を式(7)～(10)の条件の下に数値的手法により解き粒子の運動を調べる。なお、この問題を支配するおもなパラメータは $R, N, l/h, a/h, b/h$ の五つであり、流路の幾何学的パラメータが多いのが特徴の一つである。もちろん、粒子の軌道については初期位置の無次元化された座標 y_0/h がパラメータとして加えられねばならない。

3. 数 値 計 算

この問題は矩形格子を用いれば、容易に計算が行いえる系であるから、数値計算上の特別な配慮はほとんど行われていない。ただ、図1に示されているように、角柱には直角に壁が曲がる角がいくつかあるため、そこでの計算は多少面倒である。特に粒子は角柱の上流側の角にごく近い所を通過して角柱列よりはなれた方向に流れ去るので、角柱の角付近では局所的に細かい格子を用い(通常 y 方向には $1/32$ の格子で計算したがこの部分には $1/64$ の格子を用いた。)計算を実行した。具体的には、2章の基礎式を流れ関数 ψ と渦度 ω を用いて書き換え、二次の中央差分を用いて離散化し、流れの場がまず計算された。次に、 $x=0$ の流路断面上で流体と粒子が同じ速度であったものとし、粒子の運動方程式をルンゲ・クッタ法にて刻みを代表時間の $1/100$ で時間的に積分し、粒子の軌道を求めた。 $x=0$ の流路断面上に初期位置をとったのは、粒子を流体とともに積極的に流して捕獲するという目的からして、図9からわかるように角柱直後に初期位置を設定することはありえず、それ以外では第1周期めを見れば x の初期位置をどこにとっても、20周期にもなるとどの粒子も壁のほうに寄ってしまうので、 x の初期位置によらないと考えられる。よって $x=0$ の断面上に初期位置を考えても一般性を失しなわないからである。なお、

図1 系の概略と座標系

この数値実験での難点は、まず流れを求め、そのうえで粒子の軌道を求めるということになっているため、計算が流れと粒子について二重構造になっていること、さらに、いろいろな場所にあった粒子についておのおの軌道を決定せねばならぬことのため、非常に計算に手間を要することである。

4. 横 移 動 量

ここでは、流路の中心軸に沿って並んだ角柱列を過ぎる定常流の中での粒子の運動を考えている。したがって流れは角柱の間隔 l を周期とする定常流である。しかし、そこを流れていく粒子は一般的には、非周期的な非定常運動をする。そのため2章の基礎式(10)に示しておいたように、ある勝手な角柱の中心線上の流路断面で流体と粒子が同じ速度をもっていたものと仮定し、その後の粒子の運動を調べることにした。

今、 $x=0$ の線上に等間隔に18個の粒子があったものとして、それらの軌道を描いた例が図2である。図2(a)は1周期め、図2(b)は5周期め、図2(c)は10周期め、図2(d)は20周期めに対する時間的変化の様子である。このように、角柱列を過ぎていくうちに、粒子群は流路の側壁のほうへと押しやられ、十数本の角柱を通過後にはほとんど平らな壁面近くに軌道

(a) 1周期め

(b) 5周期め

(c) 10周期め

(d) 20周期め

図2 粒子の軌道
($l/h=5, R=100, N=0.001, a/h=b/h=0.375$)

は集中してしまうことになった。

次に、粒子が流路断面 $x=0$ 上の初期位置 $y=y_0$ より流され始め、1 周期めまで下流に流される間に流路の中心より側壁のほうへと横移動する距離を δy とすると、横移動量 $\delta y/h$ と初期位置 y_0/h との関係は図 3 に示されるようになる。図 3 (a) は角柱断面が正方形の場合、図 3 (b) は長方形の場合である。横移動量 $\delta y/h$ は初期位置に強く依存し、角柱上面より離れるにつれて横移動量は急速に増大し、最大値に達した後、流路の側壁に近づくにつれて減少する。このように、横移動量を最大とするような初期位置がある。しかし、粒子は流れとともに下流へと流されていく際に、いろいろな y 座標をもつ場所を通過していくわけであるから、横移動量 δy を 5 周期分のものとして表示し、ある意味で平均的表現を用いる必要がある。したがって、いく周期にもわたる横移動現象にとっては初期位置の影響はそれほど重要ではないとここでは見ている。そこで、今、比較的横移動量が大きくなる寸法 $a/h = b/h = 0.375$ の正方形角柱の場合に、ある一つの平均の意味で角柱の上面と流路側壁との間の中央の位置 $y/h = 0.6875$ に初期位置を選び、5 周期間の横移動量 $\delta y/h$ をレイノルズ数 R の関数として示せば図 4 のようになる。図 4 では角柱間隔 l/h がパラメータとしてとられている。これより、各角柱間隔に対し、横移動が

(a) 正方形角柱の場合

(b) 長方形角柱の場合 ($a/h=0.375$)

図 3 横移動量と初期位置の関係 ($l/h=3, R=40, N=0.001$)

最大値をとるレイノルズ数が存在し、角柱間隔が大きくなればなるほど横移動が顕著に起き、そのうえ、大きな横移動量をとるレイノルズ数区間が急速に広がっていくことが知られる。例えば、角柱間隔を流路幅の 2.5 倍 ($l/h=5$) と選べば、レイノルズ数が 80~170 くらいの区間で横移動量 $\delta y/h$ は 0.15 ほどとなり、この例では角柱上面と流路の側壁との無次元間隔が 0.625 であるから、だいたい 20 周期も流されれば粒子は流路の側壁にたどりつくことになっている。事実、図 2 (d) に示されているように、勝手な初期位置にあった多くの粒子は確かに 20 周期めには壁の近くに集まってきた。

図 5 に、サイズ数 N をパラメータにとって横移動量とレイノルズ数の関係が示されている。図 5 より、各サイズ数に対し、横移動量が最大値をとるレイノルズ数が存在する。その横移動量を最大とするレイノルズ数はサイズ数にほとんどよらず、この例ではだいたい $R=130$ ほどとなっている。そのうえ、その最大値をとるレイノルズ数の前後のかかなり広い区間にわたって、横移動量はレイノルズ数にごく弱い依存性をもつのみで、この例では、レイノルズ数が 50~160 ほどの区間で、各サイズ数に対して横移動量はほとんど一定となっている。したがって、このようなレイノルズ数

図 4 横移動量とレイノルズ数の関係への角柱間隔の影響 ($N=0.001, a/h=b/h=0.375, y_0=0.6875$)

図 5 横移動量とレイノルズ数の関係へのサイズ数の影響 ($l/h=5, a/h=b/h=0.375, y_0=0.6875$)

(a) 正方形角柱の大きさの影響

(b) 長方形角柱の幅 b の影響 ($a/h=0.375$)図6 横移動量と角柱寸法との関係
($l/h=3, R=40, N=0.001, \phi_0/Q=0.2$)

の範囲に流路の流量が指定されていれば、粒子の重さや寸法が数倍程度異なっても、各粒子ごとに最大の横移動量に近い状態で側壁のほうへと集まってくることになる。

図6に、角柱の寸法と横移動量との関係が、図6(a)には正方形の場合が、図6(b)には長方形の場合で、幅 b を変数にとって、示されている。正方形の場合にはその大きさに対して横移動量が最大値をとり、この例では図6(a)より角柱の大きさが流路幅の30~50%ほどの場合に横移動量が大きくなることを示している。また、図6(b)より長方形の場合ではその幅が流路幅の半分近くの場合に横移動量が大きくなることを示している。しかし、この横移動量が角柱の寸法と形に対して最大となる条件については、この問題では柱の形状、寸法、配置を示すパラメータが多すぎるため、この程度にとどめる。実際には、正方形形状でその大きさは流路幅の40%前後にとっておくのが横移動を大きくする点と、製作上の簡単さの点とから適していると見られよう。なお、図6では、粒子の初期位置を b/h によらず壁と角柱間で相対的に同じ位置に設定して寸法の効果を比較するために、流れの関数 ϕ の値 ϕ_0 を用いその位置を流量比 ϕ_0/Q で与えてある。ここで ϕ_0 は有次元量で零から Q までの値を取りうる。

5. 横移動の機構

粒子の運動を支配する方程式は(4)~(6)である。したがって、粒子個々の軌道の座標 x_p, y_p は時間 t の関数となって、粒子の運動については、先に指摘したように、非定常問題である。しかし、流体の流れは空間的に周期性をもつのみで、定常的であるから、場の中に重さと寸法が同じたくさんの粒子が存在し、各場所ごとに粒子の速度を調べたものとすれば、粒子の速度成分 u_p, v_p は場所 x, y の関数として表示され、時間には陽に依存しない。事実、そのことを念頭において、著者らは曲がった流路内の定常流にある粒子の速度を場所のみの関数として、時間によらない形で解析的に求めた⁽²⁾⁽³⁾。したがって、式(4)~(6)は流体と粒子の速度をベクトル形で $\mathbf{v}$ と $\mathbf{v}_p$ と表示して、

$$NR\mathbf{v}_p \cdot \text{grad } \mathbf{v}_p = \mathbf{v} - \mathbf{v}_p \quad \text{.....(11)}$$

と書き換えられる。今、この式をある粒子の軌道に沿って s 軸をとり、その軸に沿った粒子の速度を q とし、 s 軸の接線と法線ベクトルを $\mathbf{t}$ と $\mathbf{n}$ とし、さらに、 s 軸の曲率を κ とすれば、式(11)の左辺の $\mathbf{v}_p \cdot \text{grad } \mathbf{v}_p$ は

$$\mathbf{v}_p \cdot \text{grad } \mathbf{v}_p = q \frac{\partial q}{\partial s} \mathbf{t} + q^2 \kappa \mathbf{n} \quad \text{.....(12)}$$

と書き換えられる。ところで、ストークス数 NR の値は密度が水の数倍程度で大きさが数十 μm 以下の粒子の場合は、1より十分小さくなる。したがって、式(11)の左辺の項は小さいものとみなされ、 $\mathbf{v}_p$ が $\mathbf{v}$ にほぼ等しいとし、式(11)の左辺を $\mathbf{v}_p$ の代わりに $\mathbf{v}$ で評価し直せば、粒子の速度は

$$\mathbf{v}_p = \mathbf{v} + NR\mathbf{v} \cdot \text{grad } \mathbf{v} \quad \text{.....(13)}$$

となる。したがって、式(12)で s 軸は流れの流線に沿ってとられた座標で、 $\mathbf{t}, \mathbf{n}, \kappa$ を流線の接線と法線ベクトルおよび曲率であるとみなし、 q を流線に沿う流速であると解釈すれば、粒子の速度は

$$\mathbf{v}_p = \mathbf{v} + NR \left(q \frac{\partial q}{\partial s} \mathbf{t} + q^2 \kappa \mathbf{n} \right) \quad \text{.....(14)}$$

のように流体の速度をもとに求められる。このとき、式(14)の右辺第2項の小括弧の中の第1項は流線に沿った方向の速度成分を、第2項は流線に直交した方向の遠心力に基づく速度成分を示している。このようにみれば、ストークス数 NR が小さい場合には、だいたい粒子は流線に沿って運動することになり、空間的に周期的軌道を描くことになる。しかし、小さいとはいえず $NRq^2\kappa\mathbf{n}$ によって、粒子の軌道は流線と少しずつずれを生ずる。このずれが横移動なのである。したがって、横移動現象は遠心力による慣性作用でおきるもの

(a) 流線から求めた横移動量

(b) 粒子の運動方程式から求めた横移動量

図 7 横移動量

 ($l/h=5$, $N=0.001$, $a/h=b/h=0.375$)

図 8 粒子の軌道と流線との比較

 ($l/h=5$, $R=100$, $N=0.001$, $a/h=b/h=0.375$)

である。

今、各流線の微小部分 ds を粒子が通過する間の横移動は式(14)より、 $NRq^2xdt = NRqxds$ となるから、これを各流線ごとにおのおの一周分積分すれば、横移動量が求められる。5章での横移動量の定義と違って1周期分として δy_f と表せば、例えば、図7(a)のようになる。図7(b)には比較のために、式(4)～(6)から求めた1周期分の対応する横移動量が示されている。流線をもとに計算された図7(a)は同じ1本の流線について単にずれを求めたのみで、各場所での軌道のずれを無視して δy_f を得たことを考慮すれば、両者の結果はよく一致しているといつてよい。このように、細かい粒子については流れの様子からの情報から、粒子の運動の情報が得られる。特に、横移動量は流線の曲がりによる遠心力をたし合せることによ

 (a) $R=1$

 (b) $R=60$

 (c) $R=120$

 (d) $R=200$

 図 9 流線 ($l/h=5$, $a/h=b/h=0.375$)

 (a) x 座標

 (b) y 座標

 図 10 流線の最大の曲がり込みの位置
 ($l/h=5$, $a/h=b/h=0.375$)

って求めることができる。

図8には式(4)～(6)から求めた粒子の軌道と流線とが比較されている。流線に沿って遠心力を受けながら流線から粒子の軌道がずれていく様子がよくわかる。特に、角柱のすぐ上流側で粒子が流線から大きくずれて、上の壁のほうへと押しやられている。

6. 流れの性質

5章に述べたように、粒子の運動を知るには、流れの性質を調べることが大切である。まず、流線の例を図9に示す。遠心力に基づいて横移動を生ずるのであるから、図9(a)のように、角柱の前後の流線の形がほとんど同じ場合には、ある角柱の後方での軌道の流線からのずれが次の角柱の前方での逆のずれで打ち消

(a) $x=0.1875$ での流速の x 成分

(b) $x=-0.1875$ での流速の x 成分

(c) 流速の y 成分

図11 角柱の上面付近の流速分布
($l/h=0$, $a/h=b/h=0.375$, $x/h=0.1875$)

されて結局横移動は生じない。よって、角柱の前後の流線の非対称性が横移動を生むには大切である。しかし、非対称性は十分あっても、角柱と角柱との間への流線のまわり込みが、図9(d)のように少ないと、遠心力の効果が小さく横移動が小さくなる。このような理由から、図5に示したように、レイノルズ数が80～170ほどの区間で横移動が大きくなったのである。

上記の流線の様子を今少し定量的に見るため、各流線が最も流路の中心軸方向へと曲がり込んでいる位置の座標(x_m/l , y_m/h)を示してみると、図10のようになる。図10(b)より、流線の角柱前後の非対称性がレイノルズ数1ではまったくない。しかし、数十となれば十分な非対称性を生じ、その強さはレイノルズ数には強く依存していない。図10(b)より、流線の曲がり込みはレイノルズ数の増加とともに徐々に減少していき、160を超えるとやや減少が大きくなる。特に、角柱の上面近くの y_0/h が0.4～0.5付近ではレイノルズ数によって、曲がり込み y_m/h は変化を受けないが、レイノルズ数が160を超えるとその減少が明確となってくる。この曲がり込みの変化のため、図5で横移動量が $R=160$ 以上で小さくなったと見られる。

図11は角柱の中心近くでの流速成分を示したもの

図12 最大横移動量を生む場合の間隔とレイノルズ数
($N=0.001$, $a/h=b/h=0.375$, $y_0/h=0.6875$)

図13 最大横移動量を生む場合の渦の長さ
($a/h=b/h=0.375$)

図 14 最大横移動条件下の圧力損失
($a/h = b/h = 0.375$)

である。流速の x 成分は角柱の中心軸の前後でほとんど変わらない。しかし、その y 成分は中心軸の前後で向きが変わり、その大きさは中心軸より上流側のほうが大きい。この差によって、図 8 に示されているように粒子は角柱の所での流路壁のほうへと押しやられていたのである。

7. 最大横移動の条件

横移動量は初期位置 y_0 、角柱の長さ a と幅 b などに依存し、それらの特定の値に対して最大値をとることは 4 章で述べた。それらのうち、初期位置は粒子の軌道がいろいろな場所を通るためそれほど重要でなく、また、角柱の大きさと形も、大体断面が正方形の角柱で大きさが流路幅の 40% ほどのものを選んでおけばよいことは 4 章で指摘した。しかし、横移動量が最大となる角柱間隔 l/h とレイノルズ数 R との関係は、横移動量への間隔の影響は図 4 のように大変大きいために、大切である。そこで図 4 のような資料より、横移動量が最大となるレイノルズ数と間隔との関係を求め表示すれば、図 12 となる。このように、横移動を激しくするにはレイノルズ数の増加とともに間隔をほぼ比例的に大きくしていけばよいこととなっている。なお、その場合の角柱の後流側にできる渦の長さ x_s は、図 13 のように間隔 l とともに少しずつ比例的に増加していく。さらに、その場合の流路の圧力損失 Δp を $\rho(Q/h)^2$ で無次元化し表示すれば図 14 のようにな

り、この値は多孔質による汙過の抵抗などに比べればなにより等しいものであるから、ほとんど圧力損失なしで粒子を一平面上にあつまられる可能性を与えることになる。

8. む す び

一定幅の真つすぐな流路の中心線上に一定間隔で並べられた角柱を過ぎる流れの中での微粒子の運動を粒子がストークス抵抗則に従うものとして、まず、流れを差分法により解析し、その解を利用して粒子の軌道を数値的に求めた。その結果、粒子は流路の中心より流路の側壁のほうへと必ず主流を横切って移動することが見いだされた。その横移動量はレイノルズ数に対して最大値を取り、それは角柱間隔の増大とともに比例的に大きくなることが示された。この横移動現象は流線の曲がりによる遠心力に基づくものであることが明らかにされた。このことより、流れの流線の性質を十分調べれば粒子の横移動量の大小が知られることになり、流線の角柱前後での非対称性、角柱と角柱との間への流線の曲がり込み量などが定量的に求められ、それによって、横移動の様子が説明された。最後に横移動が最も大きくなるような条件が角柱間隔とレイノルズ数との関係として示された。

文 献

- (1) Mora, J. F. D. L. and Riesco-Chueca, P., *J. Fluid Mech.*, **195** (1988), 1.
- (2) Hasegawa, E. and Saikai, M., *JSME Int. J. Ser., II*, **33-2** (1990), 241.
- (3) Hasegawa, E. and Otoshi, T., *Proc. 11th Australas. Fluid Mech. Conf.*, 2C-3 (1992-12), 183.
- (4) 長谷川・寺田, 機論, **52-476**, B (1986), 1593.
- (5) 松信, 日本物理学会誌, **27-2** (1972), 107.
- (6) Ho, B. P. and Leal, L. G., *J. Fluid Mech.*, **65-2** (1974), 365.
- (7) Vasseur, P. and Cox, R. G., *J. Fluid Mech.*, **78-2** (1976), 385.
- (8) Schonberg, J. A., Drew, D. A. and Belfort, G., *J. Fluid Mech.*, **167** (1986), 415.
- (9) Schonberg, J. A. and Hinch, E. J., *J. Fluid Mech.*, **203** (1989), 517.