平行平板間乱流クエット流れの乱れ構造*

中 林 功 一^{*1}, 鬼 頭 修 己^{*2}
足 立 昌 俊^{*3}, 池 谷 徹^{*4}

Turbulence Structure in Plane Turbulent Couette Flow

Koichi NAKABAYASHI, Osami KITO, H,
Masatoshi ADACHI and Tohru IKEYA

Turbulence structure in a fully developed turbulent plane Couette flow is studied experimentally at $Re_b=2 \times 10^4$. Turbulence structure in the wall region is similar to that in the two-dimensional channel flow. In the core region, however, turbulence structure is very different from that in the channel flow case because of uniform shear existing there. Since energy is produced only on the streamwise turbulence quantity u according to the term $-\overline{uv}dU/dy$, the anisotropy of turbulence is greater than that of channel flow. Distributions of velocity-fluctuating components are Gaussian, and triple velocity correlation is almost zero. Viscous diffusion and turbulence diffusion are negligibly small. Consequently, the production and dissipation of turbulence energy are balanced throughout the core region. Energy transport among u , v and w is due to the pressure-strain term. Sinusoidal change of mean velocity distribution has been measured in the spanwise direction, so that large-scale motions having spanwise expansion of eddies are assumed to exist.

Key Words: Shear Flow, Turbulent Flow, Turbulence, Velocity Distribution, Plane Couette Flow, Turbulence Structure

1. 結 言

平行平板間乱流クエット流れは、最も単純で均質な乱れ構造をもつせん断乱流であるので、古くから理論的な研究がなされてきたが、実験的研究が比較的少ない。その理由は主流の方向の圧力こう配が零で、かつ二次元で完全発達したクエット流れを実現させることが実験的に困難であるからである。そのためチャンネル流に比べて実験結果の蓄積が少ない。特に乱流特性に関する実験的研究としては Robertson-Johnson⁽¹⁾, El Telbany-Reynolds⁽²⁾, 中林ら⁽³⁾が見られる程度である。この流れの特徴は、乱流コア部が均質であるが、そこでは一定のせん断変形が生じるため乱流エネルギーの生成が主流方向の乱れ成分 u に対してのみ生じることである。そのためチャンネル流と比較して非等方性が非常に強い乱流構造になっている。Robertson-Johnson⁽¹⁾ は、平行平板間クエット流れのような均質せん断乱流の場合には乱流コア領域では乱

流拡散も移流も存在しないであろうから、乱流の生成と散逸が釣り合っているのではないかと推測している。しかし、これについての報告がごく最近まで皆無であった。

さきに著者ら⁽³⁾ は、El Telbany-Reynolds⁽²⁾ の実験結果がまだ乱流が十分発達していないところでのデータであることを指摘した。一方、Schneider⁽⁴⁾ は混合距離モデルを発展させた乱流拡散モデルを提案し、これによる乱流エネルギー分布が El Telbany ら⁽²⁾ のデータと一致することを示した。Gibson⁽⁵⁾ は Schneider のモデルを用いて計算すれば乱流クエット流れの場合に乱流コア領域で生成される乱流エネルギーの 1/2 がコア領域から壁に向かって逆こう配拡散する必要があると、逆こう配拡散の可能性を指摘した。しかし、これは El Telbany らの実験結果に基づいた議論であるので、上述のように彼らの実験が未発達乱流のところで行われたことを考えると、これは異なった結論になる可能性がある。したがって、この点を解決するためには乱れ特性値の正確な測定結果がぜひとも必要である。

乱流クエット流れは乱流モデルの構築の観点からは理想的な流れ場であるが、信頼できる実験データが非常に少ない。ごく最近、Andersson ら⁽⁶⁾ は直接計算と乱流モデルによる計算の比較を行っているが、レイノ

* 原稿受付 平成6年3月2日。

^{*1} 正員、名古屋工業大学工学部 (〒466 名古屋市昭和区御器所町)。^{*2} 正員、名古屋工業大学工学部。^{*3} 正員、トヨタ自動車(株) (〒471 豊田市トヨタ町1)。^{*4} 三菱重工業(株) (〒100 東京都千代田区丸の内2-5-1)。

ルズ数が低く、十分な一致が得られていない。また Lee ら⁽⁷⁾ の直接計算では流れ方向に大規模な渦状の構造が現れているが、これに対する実験的な報告は見当たらない。そこで本論文では完全発達クエット乱流を高精度に実現させ、乱流モデルに必要な乱流特性値を提供するとともに、その乱れ構造をチャンネル流との比較において明らかにするものである。

おもな記号

C_f : 摩擦係数 $= \tau_w / (1/2 \rho U_b^2)$

h : (チャンネル高さ) $\times 1/2$

f : 周波数

Re_b : レイノルズ数 $= (2h \cdot U_b) / \nu$

U : x 方向(主流方向)時間平均速度

U_b : 移動壁の速度

U_c : $y=h$ における x 方向平均速度

(u, v, w) : (x, y, z) 方向変動速度成分

(u', v', w') : (x, y, z) 方向変動速度の実効値

u_* : 摩擦速度 $= \sqrt{\tau_w / \rho}$ または $\sqrt{-u'v'}$

y : 静止壁からの距離

2. 実験装置および方法

図1に実験装置を示す。今回の実験では送風機より供給された空気を、流路入口で図1のようなステップ形の速度分布になるように噴出させ、完全発達のクエット流れが実現できるように工夫した。このステップ形の速度分布の速度比が約1.4である。また、圧力こう配がほぼ零になるように、そして流出口の端の影響が測定部に及ばないように工夫した。実験装置は、流路幅 $B=880$ mm, 流路入口から測定位置までの距離 $x=4125$ mm, 流路高さ $2h=47$ mm で、アクリル

図1 実験装置

製の静止壁と表面がポリウレタン製の移動ベトおよびジュラルミン製の側壁から構成されている。測定位置は $x/2h=88$ で、前回とほぼ同じ位置であるが、後述のように平均速度分布の流路中央に対する対称性は改善され、乱流統計量の対称性も満たされている。平均速度分布および乱れ量の測定には $\phi 1.5$ mm のピトー管およびI形およびX形プローブの定温度形熱線流速計を用いた。熱線からの信号はアナログテープレコーダに記録し、それをサンプリング周波数 200~4000 Hz でデジタルテープに集録後、大形計算機で演算処理した。測定はすべて流れのレイノルズ数 $Re_b = 2hU_b/\nu = 2 \times 10^4$ の場合について行った。

3. 実験結果と考察

3.1 平均速度分布 図2に無次元の主流平均速度 U/U_b の分布を示す。今回の実験結果は、El Telbany ら⁽²⁾ の結果とほぼ一致し、前回⁽³⁾ のものよりは対称性が改善されている。熱線プローブの形による測定誤差は小さいが、すきま中央 $y/2h=0.5$ での U/U_b の値が0.5よりも2~3%高い値になっている。これは後述の大規模構造が流れ中に存在し、スパン方向に平均速度の変化が生じているためである。

図3に壁法則についてI形およびX形熱線による測定結果を示す。対数則の領域ではカルマン定数 κ が0.4に近い値であるが、定数 C が $C=6.0 \sim 6.4$ となっている。この値が Lee ら⁽⁷⁾ および Zhang-So⁽⁸⁾ の計算結果よりも大きく、チャンネル流の Kim ら⁽⁹⁾ の計算値に近い。後(3.4節)で示すように、流れはスパン方向に均一でないため、速度分布も z で変化する。ここで示した速度分布は $z=0$ で測定したものであるが、図2

図2 平均速度分布

からわかるように $y/2h=0.5$ において $U/U_b=0.51 \sim 0.515$ となっており、二次元クエット流れでの値 $U/U_b=0.5$ より 2~3% 高い。これにより C の値も従来の値よりいくぶん高くなっていると考えられる。

図4は速度欠損則を示す。乱流コア領域においては均質乱流であるので、速度こう配が壁からの距離 y に独立した形となり、次式で与えられる。

$$\frac{dU}{dy} \cdot \frac{h}{u_*} = \phi\left(\frac{u_* h}{\nu}, \frac{U_b}{u_*}\right)$$

上式において $U_b/u_* = (C_f/2)^{-1/2}$ 、 C_f は $(u_* h)/\nu$ の関数であるので、結局、関数 ϕ が U_b/u_* のみの関数になる。よって次式のように書ける。

$$\frac{dU}{dy} \cdot \frac{h}{u_*} = \phi\left(\frac{U_b}{u_*}\right)$$

上式を $y=h$ から y まで積分すれば、

$$\begin{aligned} \frac{U_c - U}{u_*} &= \int_{y/h}^1 \phi\left(\frac{U_b}{u_*}\right) d\left(\frac{y}{h}\right) \\ &= \phi\left(\frac{U_b}{u_*}\right) \left(1 - \frac{y}{h}\right) = R_f \left(1 - \frac{y}{h}\right) \end{aligned} \quad (1)$$

図3 壁法則

図4 速度欠損則

ただし、 $R_f \equiv \phi(U_b/u_*)$ 。

レイノルズ応力 τ_t を渦動粘度 ν_t を用いて表現した式は

$$\tau_t = -\rho \overline{u'v'} = \rho \nu_t \frac{dU}{dy}$$

であるから、これより次式が得られる。

$$\frac{\nu_t}{2hu_*} = \frac{1}{2} \frac{u_* h}{dU/dy} \quad (2)$$

一方、混合距離理論を適用し、混合距離 $l = \kappa y$ と置けば

$$\frac{\nu_t}{2hu_*} = \frac{\kappa y}{2h} \quad (3)$$

X 形熱線を用いて測定したレイノルズ応力 $\tau_t = \rho u_*^2$ および平均速度分布 U より式(2)を用いて計算した $\nu_t/(2hu_*)$ の分布を示すと図5のようである。クエット流れの場合、実験結果が壁近傍では式(3)にかなり大きな $y/2h$ の値(0.25)まで一致する。流路中央部の乱流コア領域では、式(1)と式(2)より

$$\frac{\nu_t}{2hu_*} = \frac{1}{2R_f}$$

が得られる。この値は、 y には依存せず一定であるが、 Re_b の増大に対し減少する(R_f の値は増大する)。このように R_f の値が Re_b に関し定数とならないので速度欠損則式(1)が普遍則でなくなる。これはチャネル流では速度欠損則が普遍則であるのと比較して著しい相違点である。そこでチャネル流の $\nu_t/(2hu_*)$ の値と比較してみよう。壁近くでは両者が一致しているが、流路中央部の ν_t が一定となる領域はチャネル流では非常に狭い y の値の範囲($0.3 \leq y/2h$) になっている。クエット流れはせん断応力が流路幅にわたって一定であるので流れの局所速度スケールは u_* で一定

図5 渦動粘度

である。しかし、チャンネル流では局所の乱れ速度スケール $u_{*L} = \sqrt{\tau/\rho}$ は、壁からの距離 y によって変化するので、クエット流れと比較するためには u_* のかわりに u_{*L} を用いる必要がある。今、 u_{*L} を用いて ν_t をスケールリングすれば次式となる。

$$\frac{\nu_t}{2hu_{*L}} = \frac{\nu_t}{2hu_*} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-y/h}} \quad \dots\dots\dots (4)$$

図5中の破線は上式を用いて計算したチャンネル流の値を示すが、乱流コア部で一定でなく、流路中央に向かって増大する。ただし、チャンネル流での Re は $Re \equiv 2h \times 2U_c/\nu$ 、 U_c は中央流速である。 $R_f = (u_*/h)^{-1} / (dU/dy)^{-1}$ から明らかのように、 R_f は平均流の時間スケールに対する乱れの時間スケールの割合を示すものであるから、壁領域における乱流構造は、チャンネル流によく似た構造であることがわかる。しかし、乱流コア部では著しく相違していると予測できる。次に乱れ特性におけるクエット流れとチャンネル流との相違点について考察しよう。

3・2 乱れ特性 図6に乱れ強さ u'/u_* , v'/u_* , w'/u_* の分布を y^+ に対して示す。 u'/u_* の分布は El Telbany ら⁽²⁾ の実験結果および Lee ら⁽⁷⁾ の DNS の結果と一致している。 v'/u_* と w'/u_* の測定結果は上記の両者の結果よりも大きい。傾向が一致している。壁から離れるにつれて乱れ強さは、チャンネル流ではゆるやかに減少してゆくのにに対し、クエット流れでは一定値にそれぞれ漸近してゆく。クエット流れでは、乱流コア部における乱れの実効値の比は $u':v':w' = 1.56:1:1.19$ と非等方性がかかなり強い。一方、チャンネル流では、例えば Kim ら⁽⁹⁾ の DNS 結果によると $u':v':w' = 1.25:1:1$ なので、クエット流れでは y^-

z 方向の非等方性のほかに x 方向の非等方の程度もチャンネル流より大きい。これは流路中央での乱流エネルギーの生成がチャンネル流では零であるのに対し、レイノルズ垂直応力成分に対する輸送方程式から明らかのように、クエット流れではエネルギー生成が u' に対してのみ行われるからである。

図7に乱れエネルギー k/u_*^2 の分布を $y/2h$ に対して示す。本実験結果が El Telbany らの結果よりもかなり大きいのは Re_b の相違によるものである。壁近傍のピーク値を除けば、Lee らの結果に近い分布をしているが、著者らの結果も同様である。しかし、その傾向が逆である。このように非対称分布を示す原因は、Lee らと同様に、著者らの実験においても後述のような縦渦状の大規模な構造が生じ、それがスパン方向に分布しているためである。

図8に相関係数 $\overline{uw}/(u'w')$ と $-\overline{uv}/(u'v')$ 分布を示す。流れが完全に均質であれば $\overline{uw}/(u'w')$ は流路中央部で零になるはずである。しかし、実測値が零になっていないのは上述の縦渦のためである。 $-\overline{uv}/(u'v')$ の値はクエット流れでは流路中央部でほぼ一定となる。この $-\overline{uv}/(u'v') = 0.38$ は El Telbany らの結果よりもかなり小さい値である。これは、彼らの実験が十分発達した流れで行われていないため、 $u'v'$ が低いことによる⁽³⁾と考えられる。他方、チャンネル流では Kim らの計算結果が示すように流路中央に向かって急激に減少する。

図9にスキューネス係数とフラットネス係数の分布を示す。 u については I 形と X 形のそれぞれに対する測定結果を記入してあるが、それらがほぼ一致してい

図6 実効値

図7 乱流エネルギー

図 8 相関係数

図 9 スキューネス係数とフラットネス係数

図 9 中, Kim ら⁽⁹⁾ の結果と比較して壁近くの傾向が一致しているが, 流路中央部では大きな相違がある。 v についても同様である。 w については図示していないが, 乱流コア領域でスキューネス係数が零, フラットネス係数が 3.0 となり, チャネル流の場合に近い分布となる。 このように壁近くではクエット流れとチャネル流のスキューネスおよびフラットネス係数がほぼ等しく, それ以外の大部分の領域ではクエット流れのほうがガウス分布にきわめて近い乱流変動の構造になっている。均質乱流の場合, 散逸スケール $\lambda_u, \lambda_v, \lambda_w$ は $1/\lambda_u^2 = \overline{(\partial u / \partial t)^2} / (2U^2 \overline{u'^2})$, $1/\lambda_v^2 = \overline{(\partial v / \partial t)^2} / (2U^2 \overline{v'^2})$, $1/\lambda_w^2 = \overline{(\partial w / \partial t)^2} / (2U^2 \overline{w'^2})$ で与えられる。図 10 にはこれらの式から得た実験結果を示す。等方性乱流では $\lambda_u / \lambda_v = \lambda_u / \lambda_w = \sqrt{2}$ であるが, 乱流コア領域においてはクエット流れはすでに述べたようにチャネル流よりも, 非等方性が強いので $\lambda_u / \lambda_v \sim 1.8$, $\lambda_u / \lambda_w \sim 2.0$ となっている。静止壁近くは λ_u / λ_w が 3.0 以上の値を示す。

3.3 乱流エネルギー収支の考察 緒言において述べたように, Gibson が指摘したような乱流エネルギー

図 10 散逸スケール

ギーの逆こう配拡散の可能性があるのであろうか。この点を考察するため, 乱流エネルギー収支について考察しよう。

乱流エネルギー収支の式は,

$$\underbrace{-\overline{uv} \frac{dU}{dy}}_P - \underbrace{\frac{d}{dy} \frac{\overline{v(u^2 + v^2 + w^2)}}{2}}_{D_t} - \underbrace{\frac{d}{dy} \frac{\overline{pv}}{\rho}}_{Oth} + \underbrace{\nu \frac{d^2 k}{dy^2}}_{D_v} - \underbrace{\epsilon}_{\epsilon} = 0 \quad (5)$$

で与えられるので, 上式の各項をそれぞれ実験結果より求めよう。その結果を図 11 に示す。式 (5) の下欄に示すように P は生成項, D_t は乱流拡散項, D_v は粘性拡散項, ϵ は散逸項である。これらの項のうち P と D_v は実験結果から求まる。しかし, D_t と ϵ については仮定を用いて計算しなければならない。Cutler-Johnston⁽¹⁰⁾ が用いた $w^2 \cong (u^2 + v^2)/2$ の仮定を用いて D_t を次式のように計算する。

$$D_t = -\frac{3}{4} \frac{d}{dy} (\overline{u^2 v} + \overline{v^3})$$

上式中の三重相関 $\overline{u^2 v} / u_*^3$ および $\overline{v^3} / u_*^3$ を図 12 に示す。 $\overline{u^2 v} / u_*^3$ の分布は壁の近くでは大きな変化を示すが, 流路

中央部ではほぼ零である。また、 $\overline{v^3}/u_*^3$ の分布は流路全域でほぼ零である。

散逸項 ε は等方性乱流の場合に与えられる次式の関係 $\varepsilon = 30\nu\overline{u^2}/\lambda_z^2$ から計算した。圧力速度相関項は測定できないので式(5)の釣り合いから求め、この値を Other terms (Oth) として図 11 に示している。図 11 より乱流コア領域では $D_t=0$, $D_v=0$, $P \equiv \varepsilon$ が成立している。すなわち、乱流エネルギーの生成が散逸に等しく局所平衡状態を保ち、粘性拡散も乱流拡散も恐らく圧力速度相関の拡散項 Oth も零となるのであろう。こ

図 11 エネルギー収支

図 12 $\overline{u^2 v}/u_*^3$, $\overline{v^3}/u_*^3$

のことはすでに Robertson-Johnston⁽¹⁾ により指摘されていたが、これについて実験的にも数値的にもこれまで検証されていなかった。ごく最近、Anderson ほか⁽⁶⁾ は直接計算から上記の予測を報告しているようであるが、詳細は不明である。上述のように乱流拡散の効果がきわめて小さく、 u , v , w 間の乱流エネルギーのやりとりは圧力-ひずみの相互作用によって行われるのである。

3.4 大規模構造について 図 13 に u のパワースペクトル分布を曲線の下面積が 1 になるように縦軸に $fE(f)/\overline{u^2}$, 横軸に $2fh/U_c$ をとって示す。クエット流れとチャンネル流の場合とを比較するため、同じ実験装置を用いてチャンネル流としての実験を行った。その場合にはベルトを静止させた状態で送風機により送風し完全発達のパオズイユ形乱流として実験した。図 13 より明らかなように壁近くの $y/2h=0.03$ ではスペクトルの分布曲線にはチャンネル流とクエット流れとの間にほとんど差が見られない。しかし、流路中央 $y/2h=0.5$ ではスペクトルの分布曲線が $y/2h=0.03$ と同様の分布を示しているのに対し、クエット流れの場合には高周波域におけるピークのほかに低周波域にもピークが現れ、周波数の広い領域にわたって変動エネルギーが分布している。この現象と関連して $y/2h=0.5$ における平均速度のスパン方向分布は、図 14 に示すようにスパン方向に周期的な変化を示す。チャンネル流の実験ではこのような変化が現れなかったため、クエット流れのコア領域では Lee ら⁽⁷⁾ の DNS 結果に示されたような大規模な不安定振動を伴った流れ構造が存在することが明らかである。このような流れ構造が生じる理由は現段階では不明であり、現在これに関する研究を継続している。図 13 までに示した結果はいずれも $z=0$ の断面のものであるが、図 14 よりこの断面では

図 13 スペクトル分布

図 14 平均速度のスパン方向変化

スパン方向にわたる平均的な流れになっていると考えられる。

4. 結 言

流路入口部の速度分布を適切に調整し、測定区間において十分に発達した乱流クエット流れを実現し、乱れ構造を実験的に考察した。その結果、壁領域における乱れ構造は二次元チャンネル流に近い構造であるが、乱流コア部ではチャンネル流とは著しい相違のあることがわかった。乱流コア部におけるクエット流れの特色はおおむね次のようである。

平均速度 U のこう配が乱流コア部に存在するため乱流エネルギーの生成が u に対してのみ生じる。そのためチャンネル流よりも非等方性が強く、 $u':v':w'=1.56:1:1.19$ となる。しかし、変動の分布がガウス分布に近く速度三重相関はほぼ零で、粘性拡散、乱流拡散などの拡散効果が無視できる。したがって乱流エネルギーと散逸が平衡を保っている。 u, v, w 間のエネルギーのやりとりは圧力-ひずみの相互作用によって

行われる。スパン方向には周期性をもった平均速度の変化が見られ、大規模な渦状の流れ構造が生じている。

本研究は文部省科学研究補助金一般研究 B(平成 3~5 年度)の一部として実施された。ここに記して謝意を表する。

文 献

- (1) Robertson, J. M. and Johnson, H. F., *ASCE J. Eng. Mech. Div.*, **96** (1970), 1171.
- (2) El Telbany, M. M. M. and Reynolds, A. J., *J. Fluid Mech.*, **100** (1980), 1.
- (3) 中林・ほか 4 名, *機論*, **54**-499, B (1988), 547.
- (4) Schneider, W., *Z. Flugwiss. Weltraumforsch.*, **13** (1989), 315.
- (5) Gibson, M. M., Analysis of Turbulent Couette Flow with a Reynolds Strees Model, *Imperial College of Sci. Tech. Mech. Eng.*, FS/88/54 (1988).
- (6) Andersson, H. I., ほか 2 名, *Eng. Turbulence Model. Exp.*, **2** (1993), 293.
- (7) Lee, M. J. and Kim, J., *Proc. 8th Symp. Turbulent Shear Flows*, (1991), 5-3-1.
- (8) Zhang, H. S., ほか 2 名, Plane Couette Flow Calculations Using Near-Wall Two-Equation Turbulent Models, Private Comunication, (1992).
- (9) Kim, J., ほか 2 名, *J. Fluid Mech.*, **177** (1987), 133.
- (10) Cutler, A. D. and Johnston, J. P., *J. Fluid Mech.*, **200** (1989), 367.
- (11) Hussain, A. K. M. F. and Reynolds, W. C., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **97** (1975), 568.
- (12) El Telbany, M. M. M. and Reynolds, A. J., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **104** (1982), 367.