熱対流のパターン認識による解分岐制御に関する研究*

飯田 誠一^{*1}, 小河原 加久治^{*1}, 古沢 智^{*2}A Study on Bifurcation Control Using Pattern Recognition
of Thermal Convection

Sei-ichi IIDA, Kakuji OGAWARA and Satoshi FURUSAWA

The Bénard thermal convection field is known to have multiple solutions for a certain Rayleigh number condition. This means several convection flow patterns can be stably sustained without external control force. This study demonstrates that bimodal switching control is possible by means of estimating flow states. A neural network was used to recognize the transition state of the convection flow pattern. In order to change the flow pattern, an unstable feature of Bénard convection was utilized. That is, the chaotic nature of wobbling around multiple solutions contributes to fast switching between stable modes. Numerical simulations were carried out to show the ability of the current controlling method.

Key Words: Computational Fluid Dynamics, Unsteady Flow, Chaos, Neural Network, Thermal Convection, Incompressible Flow

1. はじめに

ベナール熱対流はカオスの挙動を示す流れ場として知られるが、レイリー数に依存してセルパターンがどのように推移するかに研究の重点が置かれ、いかにカオスと非カオス間の制御をするかの方法論に関する研究は少ない。熱対流に限らず流れのカオスの状態を自由に作り出すことができれば、物質拡散や熱拡散の制御に大きな効果が期待できる。しかし、対流の能動制御を考える場合、まず障害となるのが、流れの状態を定量的に評価する手法が確立されていないことである。つまり、弾性体の制御などに使われる一般的な制御手法を対流制御に適用しようとしても、何を基準に制御入力を算出すればよいのかが明らかでないからである。これはカオスの流れ場の制御に固有の問題ではなく、定常な多重解の間でのスイッチング制御においても同様である。一方、流れ場の制御入力に対する応答に関しても、一般的制御理論との整合性を考えたステップ入力に対する過渡応答は議論されることさえ少ない。そ

こで、本研究では流れ場の基本的な制御に向けて、まず状態量による ON-OFF 制御が熱対流場において可能であることを示し、流れ場の状態量を定量化することの必要性について述べる。

カオスの制御理論としては OGY 法⁽¹⁾が知られているが、これはカオスの不安定性を複数の安定解の間を頻繁に往復する現象と解釈し、保持したい解に系の状態が近づいたときに適切な制御を行おうとするものである。この手法はレーザーの発振制御で試されているが、流れ場の制御に応用するにはこれまでに述べたような理由で困難が多い。そこで本研究では、ベナール対流モデルの研究で明らかにされているカオス状態に遷移するレイリー数を用いて、意図的に流れを不安定状態に保ち、目的の対流パターンに近づいたときにレイリー数を安定解が存在する状態まで戻すという手法で多重解間での分岐制御を試みる。具体的には、アスペクト比が 1.5 の二次元容器内でレイリー数 1.0×10^5 のもとでは対流セルが一つの流れパターンと二つの流れパターンが安定して存在することに着目し、この二つの状態のモード間双方向スイッチングを行う。この際、レイリー数 2.5×10^5 では解が二つのモード間をカ

* 原稿受付 平成 6 年 4 月 21 日。

^{*1} 正員、北海道大学工学部 (〒060 札幌市北区北 13 条西 8 丁目)。^{*2} 学生員、北海道大学大学院 [現：日産自動車(株)]。

オス的に往復することを利用する。また、セルパターンの状態推定には、パターン認識において実績のあるニューラル・ネットワークを用いる。そして、流れの数値実験を行い制御が可能であることを実証した。

2. 数値実験方法

2.1. 計算対象領域 本研究では、図1に示すような矩形閉容器内の流れを対象としている。座標系は水平方向右向きに x 軸、鉛直方向上向きに y 軸の直交座標を用い、左側壁上の中央に原点をとる。アスペクト比 Γ は ℓ/h で定義し、1.5 とする。境界条件は、速度については全ての壁面上ですべりなし、温度については上壁を低温一定、下壁を高温一定、側壁は断熱とする。基準温度は流体が静止しているときの $y = 0$ における温度とする。

2.2. 二次元熱対流の基礎方程式 熱対流問題では、流体はその駆動力を周囲との温度差によって生じる浮力から得ているため、熱と流れの連成問題を解く必要がある。本研究で扱う流れは二次元であり、流速は非圧縮性を仮定できるほど遅いものとする、流れ場を支配する方程式(無次元)は通常の記号法によって以下のように表される。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + Pr \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad \dots (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + Pr \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + Pr Ra T \quad \dots (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \dots (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad \dots (4)$$

ただし、圧力は静圧からの差を表し、 Pr はプラントル数、 Ra はレイリー数である。無次元化には、代表長さ $L^* = h$ 、代表速度 $U^* = \alpha/h$ 、代表時間 $t^* = h^2/\alpha$ 、代表圧力 $p^* = \rho U^{*2}$ 、代表温度 $T^* = \Delta T$ 、熱拡散係数 α を用いている。

図1 計算領域

2.3. 数値計算スキーム 本研究で用いる計算スキームは、運動方程式には改良 SOLA 法 (SO Lution Algorhythm)⁽²⁾、エネルギー方程式には Euler 法である。分割数は x 方向 30、 y 方向 20 の等間隔正方形格子を使用する。対流項はドナーセル法による風上差分を用いた。

また本研究では、反復収束計算の際の緩和係数と時間刻みをファジィ・マップを用いて制御し、非定常計算の高速化をはかる。緩和係数については、ゆらぎによる適応制御⁽³⁾を用いて緩和係数を制御する。その際の収束判定基準は、

$$\max |\gamma_{i,j}| < 10^{-8} \quad \dots (5)$$

とした。ただし、 $\gamma_{i,j}$ は残差である。これは、ゆるい収束基準では対称なセルパターンを形成できず精度不足に陥るためである。この制御の有効性はすでに筆者らにより確認されている⁽⁴⁾。一方、時間刻みについては、時間刻みのファジィ制御⁽⁵⁾の入力パラメータのうち、クーラン数をクーラン数と拡散数のうちの大きい方の値に替えて制御を行う。これは、熱対流計算の場合拡散項の係数 Pr は水の場合で約 10、空気でも約 0.7 とかなり大きく、拡散数の制約も考慮しなければならないためである。

3. ニューラルネットワークによるセルパターンの識別

本研究では、図2に示すような1つのセルのパターン (mode 1) と2つのセルのパターン (mode 2) との間のパターン制御を試みる。そのためには現時点でのセルパターンがどのようなになっているのかを判断するシステムが必要であり、本研究ではニューラルネットワークを用いる。ここでニューラルネットワークについて簡単に説明しておく。

3.1. 階層型ネットワーク 階層型ネットワークは、いくつかの層からなる階層的なもので、各層は適当な数のユニットで構成されている。図3に本研究で用いる3層ネットワークの概念図を示す。層内のユニット間の結合はなく、層間の結合は入力層から出力層へ向けて一方方向の結合のみとする。入力層を除く各層のユニットは、前の層からの重み付き入力を受けてその総和を計算し、それに適当な関数 f をかけたものを出力する。すなわち、第 k 層の第 i ユニットの入力を I_i^k 、出力を O_i^k 、入力に対するしきい値を θ_i^k とし、第 $k-1$ 層の第 j ユニットの第 k 層の第 i ユニットの重み係数を $W_{j,i}^k$ とすると、

$$I_i^k = \sum_j (W_{j,i}^k O_j^{k-1}) - \theta_i^k \dots\dots\dots (6)$$

$$O_i^k = f(I_i^k) \dots\dots\dots (7)$$

となる。ユニットの出力関数 f としてはよく用いられているシグモイド関数

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \dots\dots\dots (8)$$

をあてる。

このネットワークでは、入力層にパターンを提示するとそれが次々と層を進むごとに変換され、最終的には出力層の出力パターンが変換結果として得られる。ところが、ネットワークの入出力を正しく対応させるためには、ユニット間の重み係数 W およびユニットのしきい値 θ を適切な値に設定しなければならない。このネットワークの学習には、誤差逆伝播アルゴリズム⁽⁶⁾を用いて以下のように各重み係数、しきい値の修正量を求め、 W 、 θ を更新する。 m 層からなるネットワークを用いる場合、

$$(\Delta W_{j,i}^k)^{n+1} = -\varepsilon d_i^k O_j^{k-1} + \alpha (\Delta W_{j,i}^k)^n \dots\dots\dots (9)$$

$$(\Delta \theta_i^k)^{n+1} = -\varepsilon d_i^k + \alpha (\Delta \theta_i^k)^n \dots\dots\dots (10)$$

ここで、

$$d_i^k = \begin{cases} (O_i^k - y_i) & (k = m) \dots\dots\dots (11) \\ \sum_l W_{i,l}^{k+1} d_l^{k+1} & (k \neq m) \dots\dots\dots (12) \end{cases}$$

ε は緩和係数、 α は前回の修正量に対する重み、 n は修正の回数、 m は層数、 y は教師データを表す。

3.2. セルパターンの識別 熱対流セルのパターンを制

図2 多重解間のパターン制御

御するには、既に述べたように対流パターンが現在どのような状態にあるかを識別する必要がある。しかし、今のところパターン識別に対する有効な手法は確立されていない。

ある地点での速度や温度の時系列データから、流れが定常か非定常か、あるいはカオスか”窓”かの判断はできるだろう。しかし、現時点の対流セルがどのような状態でいくつ存在するのかといった大局的なことを判断することは、たとえ数多くの地点のデータを集めたとしても難しい。それは「データの組み合わせによってフローパターンが表されるために、データ数が少なければ誤差が大きくなってしまい、データ数が多ければそれらの組み合わせの数も多くなるため、流れの状態がそれらの中のどれに当たるのかを調べることは事実上不可能になるからである」という理由による。

そこで本研究では、前節で述べた階層型ニューラル・ネットワークを利用してセルパターンを識別する。つまり、対流セルが1つの場合と2つの場合では温度分布が大きく異なることに着目し、解分岐の過程を定量的に表す。図2の等高線は温度分布であるが、mode 2では容器中心付近で高温流体が上昇しているのに対し、mode 1では左壁側が高温となり2つのモードでパターンに明確な差がある。

使用するニューラル・ネットのユニット数は入力層48、出力層1とし、中間層の数については、いろいろと変えてみて、最も学習結果の良かったものを採用する。入力については、流れ場を x 軸方向に8、 y 軸方向に6の計48個の領域に分割してそれぞれの領域中心の温度を求め、それをネットワークの入力とする。出力については0から1までの連続値を用い、対流セルが1つの場合を0、2つの場合を1とし、例えば図4のように中間値をとる。

学習の際の教師データ数は47個、 ε, α については最初の10万回はそれぞれ0.5、0.2とし、その後0.3、0.1に

図3 3層ネットワークの概念図

表 1 中間層の数と誤差の関係

number of unit	maximum error	mean error
50	1.13×10^{-1}	3.62×10^{-2}
24	1.07×10^{-1}	3.13×10^{-2}
12	1.03×10^{-1}	3.05×10^{-2}
6	9.99×10^{-2}	2.96×10^{-2}
2	9.39×10^{-2}	2.88×10^{-2}

図 4 セルパターンとネットワーク出力値との対応

してもう 10 万回の学習を行った結果を表 1 に示す。この結果から中間層の数は 2 とし、さらに 100 万回まで学習させた後での最大誤差は 5.96×10^{-2} 、平均誤差は 2.10×10^{-2} となることが分かった。ここで、誤差とはネットワーク出力と教師データ値の差の 2 乗の総和である。

4. セルパターンの制御方法

熱対流系の振る舞いはカオス的であり、 R_a 数によってその解は異なったものになる。 R_a 数が小さいうちは流れは定常状態に落ち着くが、 R_a 数を大きくしていくと流れは非定常になり、さらに R_a 数を上げるとカオス状態になる。しかし、カオスが発生する R_a 数を超えてもセルパターンが安定化する帯域がある。いわゆる窓と呼ばれているものである。また同じ R_a 数でも、初期条件によって異なる解が現れることも珍しくない(多重解)。

本研究では、このような熱対流のカオス的性質を利用し、mode 1 と mode 2 の間のパターン制御を行う。すなわち、まずさまざまなセルパターンが現れるところまで R_a 数を上げてはじめのパターンを崩し、目的のセルパターンが現れたら R_a 数を元の値に下げ、そのパターンを安定させるという方法である。

この方法は、コントロール・パラメータである R_a 数のみを制御すればよく、制御則が簡略化できる。また R_a 数を下げるタイミングを判断するための指標としてニューラル・ネットワークの出力を使用する。

以下に本研究のセル分岐制御則をまとめる。

- (1) R_a 数を上げてセルパターンを崩す。
- (2) R_a 数を下げた後から流体がその R_a 数に対応した流れになるまでの時間遅れを考え、mode 1 から mode 2 に制御する場合はネットワークの出力が 0.7 を越えたら、また mode 2 から mode 1 に制御する場合には出力が 0.3 を下回ったら、それぞれ R_a 数を下げる。
- (3) ネットワークの誤判断によってセルパターンが変わらなかった場合は 1 に戻る。

5. 制御結果および考察

本研究では流体を 20°C の水と仮定し、 $Pr = 7.0$ とする。このとき、無次元時間 1 は 2.8×10^3 [s]、無次元速度 1 は 7.2×10^{-6} [m/s] に相当する。また、流体層の厚さを $h = 0.02$ [m] とすると、温度差は $\Delta T = 8.9 \times 10^{-6} R_a$ [$^\circ\text{C}$] であり、 $R_a = 10^5$ の場合、 $\Delta T = 0.89$ [$^\circ\text{C}$] となる。

図5 mode 1 から mode 2 へ制御したときの流れ場

図6 mode 2 から mode 1 へ制御したときの流れ場

また, $R_a = 10^5$ で mode 1 と mode 2 の多重解が存在すること, mode 1 の場合 R_a 数を 2.5×10^5 まで, mode 2 の場合は 3.5×10^5 まで上げるとこれらのパターンが崩れることを確認している. よって, 本研究ではこれらの値を用いて分岐制御を行うことにする.

5.1. mode 1 から mode 2 への制御 mode 1 の初期値には, $R_a = 10^5$ の $t = 0.51$ の値を用い, 無次元時間 0.01 で R_a 数を 2.5×10^5 まで上げる. その後はネットワークの出力によって R_a 数を下げるタイミングを図り, 0.7 を超えたところで下げることにする.

このようにして制御された結果得られた流れ場を図 5 に示す. 図中の O はネットワークの出力を表している. 初期値を出発した流れ場は, R_a 数を上げたことにより左上に反転渦が誘起され, 成長していくが, その後一旦は減衰する. そして再び成長を始め, mode 2 のパターンに移る. このままの R_a 数ではこのあと mode 1 に戻ってしまうが, 制御によって R_a 数が下げられており, mode 2 は安定していた.

図 7 mode 1 から mode 2 へ制御したときのネットワーク出力と R_a 数

図 8 mode 2 から mode 1 へ制御したときのネットワーク出力と R_a 数

5.2. mode 2 から mode 1 への制御 初期値には前節で得られた $t = 1.0$ の mode 2 の値を用い, 同様に, 無次元時間 0.01 で R_a 数を 3.5×10^5 まで上げる. その後はネットワークの出力によって R_a 数を下げるタイミングを図り, 0.3 を下回ったところで下げることにする.

この制御で得られた流れ場を図 6 に示す. 初期値を R_a 数を上げることによって加速し, 左下に二次渦を発生させる. この渦はさらに増幅され, 成長する. そして右側の同回転の渦と一つにまとまり, 大きな渦ができる. $R_a = 3 \times 10^5$ ではこの後 4 つのセルに分岐してしまうが, ここで R_a 数を 10^5 に下げることによって隅の渦が消滅し, mode 1 の解が得られる.

5.3. ネットワーク出力と流れ場の対応 図 7 に mode 1 から mode 2 へ制御したときのネットワークの出力と R_a 数の時間推移を示す. 反転渦が成長しかけたあと一旦減衰し, 再び成長して mode 2 に切り替わる流れ場に対して, ネットワークの出力は一度 1 に近づいたあと 0 付近まで戻り, 再び 1 に向かって増加していく. その際, 出力が 0.7 を上回ったところで R_a 数は 10^5 まで下げられており, 出力はその後 1 付近で安定している. このように, 全体的にはネットワークによって流れ場の状態が正しく捕らえているが, 細かくみると出力が振動しており, 振動のピークでの出力値は大きな誤差を含むことになる. 全体的には流れの様子をきちんと捕らえることができるのであるから, このような誤差による制御ミスを起こさないためには, 1 ステップごとの出力を制御入力とせず, 流れの変動スケールよりも十分小さい程度に平均化した値を用いた方がよいといえる.

図 8 に mode 2 から mode 1 へ制御したときのネットワーク出力の時間推移を示す. これをみると, $t = 1.2$ 前後に特に大きな振動がみられるが, この時間帯では一時的にセルが 3 つになるため, ネットワークが状態を判断できなかったものと考えられる. しかし, これを除けばネットワークは良好な値を出力しているといえる.

6. おわりに

熱対流のセルパターンを識別する方法としてニューラル・ネットワークを用いたシステムを提案した.

このシステムを用いて熱対流のセルパターンを制御した結果, 正しい制御結果が得られた. また, その際にネットワークはセルパターンを正しく識別しており, 本手法の有効性が示された.

文 献

- (1) Ott et al., *Phys.Rev.Lett.*, **64**[11](1990), 1196.
(2) 富山・ほか 1 名, 機論, **58**-551, B(1992), 2171.
(3) 小河原・ほか 3 名, 機講論, No.930-49(1993-8),160.
(4) 飯田・ほか 3 名, 機論, **60**-575,B(1994),2404.
(5) 小河原・ほか 3 名, 機論, **58**-556,B(1992),3573.
(6) Rosenblatt, *Psychol.Rev.*, **65**[6](1958), 386.
-