多孔質層内の固-液相変化* (水の密度逆転が矩形領域の融解過程に及ぼす影響)

笹 口 健 吾*¹

Solid/Liquid Phase Change Heat Transfer in Porous Media (Effect of Density Inversion of Water on Melting Process in a Rectangular Region)

Kengo SASAGUCHI

The effect of the density inversion of water on the melting process of ice in porous media confined in a rectangular cavity was numerically examined. The cavity consisted of a hot vertical side wall and three insulated walls. In the calculations, the temperature of the hot wall was changed from 4°C to 16°C, and the Darcy number from 4.01×10^{-5} to 5.01×10^{-6} . The timewise variations of the velocity field, the temperature field, the melting fraction and the mean Nusselt number over the hot wall were compared. Complicated flow patterns appeared for the hot wall temperatures of 8°C and 12°C, and the mean Nusselt number over the hot wall became minimum for the hot wall temperature of 8°C. The change in the Darcy number largely affected the melting process for the hot wall temperature of 16°C; however, the change was very slight in the case of the wall temperature of 8°C.

Key Words: Solid/Liquid Phase Change, Porous Media, Melting, Density Inversion of Water Numerical Analysis

1. ま え が き

多孔質層内の固-液相変化は、含水土壌を相変化材とした蓄冷、地盤の凍結や融解、あるいは地下に埋設されたヒートポンプ用熱交換器チューブ回りの凝固および融解など、広範囲に見られる現象であり、最近活発に研究が行われている。現在まで、通常、熱伝導支配となるため現象が単純な凝固過程^(1,2)はもとより、自然対流が支配的となる融解過程⁽³⁻⁵⁾、あるいはフィン付き伝熱面回りなど複雑な系⁽⁶⁻⁸⁾に関するまで研究がなされており、多孔質層内の固-液相変化現象はかなり解明されてきた。

さて、多孔質層内の水の融解過程に対しては、高温面の温度条件によっては、水の密度逆転が大きく影響することが予想される。これまで、水の密度逆転の影響に関してはいくつかの研究が報告されているが^(9,10)、図1に示した最も基本的な系と考えられる、高温面が側方に位置し他の面が断熱されている系に対して

は系統的な研究がなされていない。そこで、本研究では、著者らが開発した数値モデルを用いて、図1の系に対して、高温面温度及び融解層の流動抵抗を決定するダルシー数を広範に変化させて、数値解析を行い、これらのパラメータが融解層の温度及び速度場、融解速度、相界面形状並びに高温面の平均ヌッセルト数などに及ぼす影響を系統的に明らかにした。

主な記号

a: 温度伝導率
g: 重力加速度
 h_f : 潜熱
h: 熱伝達係数
K: 浸透係数
 L_x : 容器の高さ(図1参照)
 L_y : 容器の幅(図1参照)
p: 圧力
R: 融解割合
t: 時間
 T_i : 初期温度
 T_{PH} : 水の融点(=0°C)
 T_w : 高温面温度

* 原稿受付 平成6年2月10日。

*¹ 正員, 熊本大学工学部 (〒860 熊本市黒髪2-39-1)。

V_{max} : 無次元速度ベクトル $[= \sqrt{u^2 + v^2} \times L_x / a_1]$ の最大値

V_{sc} : 無次元速度ベクトルの大きさの尺度

u : x 方向質量平均速度

v : y 方向質量平均速度

x, y : 座標 (図1参照)

γ : 体積割合

ε : 空隙率

ν : 動粘性係数

ρ : 密度

添字

i : 初期状態

l : 液相

PH : 融点

w : 高温面

x : x 方向

y : y 方向

$$X = \frac{x}{L_x}, \quad Y = \frac{y}{L_y}, \quad U = \frac{L_x}{a_1} u, \quad V = \frac{L_y}{a_1} v$$

$$P = \frac{L_x^2 \rho}{\rho_1 a_1^2}, \quad \tau = \frac{a_1}{L_x^2} t, \quad \theta = \frac{T - T_i}{T_w - T_i}$$

で無次元化すると、基礎式は以下の無次元パラメータの関数となる (主要なもののみ示すが、他は文献(6)を参照されたい)。

$$D_a = \frac{K}{L_x^2}, \quad P_r = \frac{\nu_1}{a_1}, \quad A_s = \frac{L_x}{L_y}$$

$$(S_{te})_M = \frac{c_1(T_w - T_{PH})}{h_f}, \quad \varepsilon, \quad R_{aM} = \frac{g \beta_1 L_y^3 (T_w - T_{PH})}{\nu_1 a_1}$$

高温面の温度 T_w を変化させると、上記のパラメータの内、 P_r 、 R_{aM} 及び $(S_{te})_M$ が変化することになる (水の物性値は $(T_w + T_{PH})/2$ の温度で求めた)。なお、運動方程式中の浮力項に含まれる水の密度は $(T - T_{PH})$ に関して4次の多項式近似した式⁽¹³⁾で算出した。従って、無次元化された浮力項は、密度逆転が無い流体の場合のように、レーレー数と1次の無次元温度差の積だけでなく高次の無次元温度差も含むことになる。また、この高次の無次元温度差に掛かる係数も高温面温度と融点の差の関数となる⁽⁶⁾。以上のことから、密度最大となる温度付近での氷の融解現象をそのみで支配する一般的なレーレー数を定義することは不可能と思われる。従って、ここではレーレー数 R_{aM} は、形式的に通常の密度逆転を有しない流体の場合のレーレー数の定義に同じくし、上記のように、 $(T_w - T_{PH})$ とそれに掛かる体膨張係数 β_1 ($= -0.67896452 \times 10^{-4} \text{K}^{-1}$) で定義した。

なお、 T_w を変化させる場合 D_a は 4.01×10^{-5} (直径 12.4mm のポーラス粒子を用いた場合に相当) に固定した。また、 D_a の変化の影響は $T_w = 8^\circ\text{C}$ 及び 16°C に対して調べた。アスペクト比 A_s は 2.0 (図1の $L_x = 100 \text{ mm}$, $L_y = 50 \text{ mm}$ と仮定) 及び空隙率 ε は 0.491 に固定し、多孔質粒子としてはガラスビーズを考えた。差分法としてはSIMPLER法⁽¹¹⁾、相界面の取扱についてはエンタルピ法⁽¹²⁾を用い、多孔質層内の浸透係数はKozeny-Carmanの式⁽⁴⁾を用いて算出した。

初期条件は：全領域で、 $\theta = U = V = \gamma$ (液相体積割合) $= 0$ であり、境界条件は：全ての壁面で滑りなし、高温面で $\theta = 1$ 、断熱面で温度勾配が零とした。その他の細かい仮定や計算法などについては文献(6)及び(14)を参照願いたい。なお、メッシュ数に関しては、メッシュ数を変化させた予備計算結果及び実験結果との比較に

2. 解析方法

図1のような矩形領域にポーラス粒子が充填されており、その空隙は氷で満たされているとする。最初多孔質全体の温度は氷の融点に保たれており、時間 $t=0$ で高温面の温度 T_w はステップ的に融点より高い温度に変化するものとする。この高温面の温度の影響を調べるため、 T_w を 4°C 、 6°C 、 8°C 、 12°C 及び 16°C と変化させ、また、ダルシー数 D_a を $5.01 \times 10^{-6} \sim 4.01 \times 10^{-5}$ まで変化させて、著者らが以前開発した数値モデル⁽⁶⁾を用いて計算を行った。

基礎式及び解析方法は文献(6)と同様なため詳細は省略するが、系を支配する基礎式を、次の無次元量

図1 物理モデル

より、 $30(x\text{方向}) \times 20(y\text{方向})$ で十分な精度が得られたので、これを採用した。無次元時間の刻みは条件に応じて、 $\Delta\tau = 10^{-7} \sim 2.0 \times 10^{-5}$ まで変化させた。

3. 解析結果と考察

3.1 高温面温度の影響 まず図2は高温面温度 $T_w = 4^\circ\text{C}$ の場合 ($R_0 = -1.451 \times 10^6$, $(S_{i0})_H = 0.050$, $Pr = 12.5$) の融解層内の速度分布と温度分布の時間変化を示す。図2の右側に速度分布を左側に温度分布を示している。図中、 V_{max} は速度の最大値、 V_{sc} は速度スケール、破線は相界面形状を示し、 ΔT は等温線の温度増分である。

さて、 $T_w = 4^\circ\text{C}$ の場合、液相内の温度は $0^\circ\text{C} \sim 4^\circ\text{C}$ までしか変化しないので、この場合、液の温度が増加すればその密度も増加する単調な関係の密度逆転領域のみ

となる。従って、図2(a)～図2(c)で分かるように、液相内には時計回りの循環が一つのみ現れる。この場合、高温面温度(4°C)と相界面温度(0°C)の差が小さいこと及びポーラス粒子による流動抵抗のため自然対流はかなり弱く、全体の半分が融解した $R=0.5$ の図2(b)においても、容器の上部と下部での融解層の大きさに顕著な差は現れていない。

$T_w = 6^\circ\text{C}$ の場合においては、 $4^\circ\text{C} \sim 6^\circ\text{C}$ の領域では液の温度の増加と共に密度が減少するので、高温面付近では反時計回りの体積力が生じる。しかし、計算を行った結果、この場合も、強さは図2の場合よりわずかに強いが、図2と同様な単一の時計回りの循環のみが生じた(紙数の関係でここには示していない)。これは、 $T_w = 6^\circ\text{C}$ 程度では $0^\circ\text{C} \sim 4^\circ\text{C}$ の密度逆転領域の占める範囲が大きく、この領域の時計回りの循環力が、 $4^\circ\text{C} \sim 6^\circ\text{C}$

図2 速度及び温度分布の時間変化 ($T_w = 4^\circ\text{C}$)

図3 速度及び温度分布の時間変化 ($T_w = 8^\circ\text{C}$)

の領域の反時計回りの循環力より、優ってしまうためであると思われる。

更に高温面の温度を上げた $T_w=8^\circ\text{C}$ の場合 ($R_{0.11}=-3.054 \times 10^6$, $(S_{1.0})_1=0.101$, $Pr=11.7$) を図3に示す。この場合は予測されたように、液相内の 4°C の等温線を境界として、相界面付近の $0^\circ\text{C} \sim 4^\circ\text{C}$ の領域で時計回り、高温面付近の $4^\circ\text{C} \sim 8^\circ\text{C}$ の領域で反時計回りの一対の循環が生じた。図2の $T_w=4^\circ\text{C}$ の場合と比較して、融解速度は図3の場合が大きい(図2と図3の τ の値を比較)、図3では容器上下部の融解層の厚さの差が更に小さくなっていることが分かる(熱伝導支配により近くなっている)。

$T_w=12^\circ\text{C}$ ($R_{0.11}=-4.822 \times 10^6$, $(S_{1.0})_1=0.151$, $Pr=10.9$) の図4では、反時計回りの循環が支配的となり、容器上下部の融解層の発達にかなりの差が生じる。

(a) $R = 0.2$ ($\tau = 0.0138$)

(b) $R = 0.5$ ($\tau = 0.0699$)

(c) $R = 0.8$ ($\tau = 0.149$)
(Isotherms) (Velocity field)

図4 速度及び温度分布の時間変化 ($T_w=12^\circ\text{C}$)

しかし、図4(c)で明らかなように、液相部の左下隅の相界面付近に、密度逆転に起因する、弱い時計回りの

(a) $R = 0.2$ ($\tau = 0.00988$)

(b) $R = 0.5$ ($\tau = 0.0402$)

(c) $R = 0.8$ ($\tau = 0.0821$)
(Isotherms) (Velocity field)

図5 速度及び温度分布の時間変化 ($T_w=16^\circ\text{C}$)

図6 高温面平均ヌセルト数の時間変化の比較

循環がまだ観察される。

かなり T_w を大きくした $T_w=16^\circ\text{C}$ ($R_{0.1}=-6.821\times 10^6$, $(S_{t,0})_n=0.201$, $Pr=10.1$) の図5では、密度逆転の影響は明白には見られなくなり、融解状態は通常の密度逆転がない物質の場合と類似したものとなった。

なお、文献(15)で報告されている多孔質粒子が無い純粋な氷の融解の場合と比較すると、本研究の場合では多孔質粒子による流動抵抗によって、局所的な弱い循環は抑制されるため、 $T_w=4^\circ\text{C}$ 及び 8°C の場合を除いて、流れパターン及び相界面形状はかなり異なることが分かった(詳細は文献(15)の図5と本論文の図2～図5を比較されたい)。

次に、各 T_w に対して、次式で定義した高温面の平均ヌセルト数 $(\bar{N}_u)_w$ の時間変化を図6に示す。

$$(\bar{N}_u)_w = \int_0^1 (N_u)_w dX$$

ここに

$$(N_u)_w = \frac{h_w L_y}{\lambda_1} = - \frac{L_y}{L_x} \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{Y=0}$$

図6から $T_w=8^\circ\text{C}$ の場合、 $(\bar{N}_u)_w$ は無次元時間 τ の増加と共に最初急激に減少し、その後徐々に減少することが分かる。 $T_w=4^\circ\text{C}$ の場合も同様な傾向を示すが、 $(\bar{N}_u)_w$ の

図7 融解割合の時間変化の比較

図8 高温面平均ヌセルト数と融解割合の関係

値は全般的に $T_w=8^\circ\text{C}$ の場合より大きいことが分かる。

T_w が最も大きい $T_w=16^\circ\text{C}$ では、前述のように融解層の発達に伴って自然対流が強くなるため、 $(\bar{N}_u)_w$ は τ と共に最初急激に減少した後ほぼ一定となり、その後自然対流が弱くなると共に再び減少している。 $T_w=12^\circ\text{C}$ 及び 6°C の場合においても、 $T_w=16^\circ\text{C}$ の場合ほど明確ではないが、この傾向が見られる。

図7に融解割合(=融解層の体積/容器の全体積) R の時間変化を示した。 $T_w=4^\circ\text{C}$ の場合、 R の時間変化割合は最初かなり大きく、 τ の増加と共に減少しており、凝固過程で広く見られる伝導支配現象と類似している。また、 $T_w=8^\circ\text{C}$ の場合も同様な傾向を示しており(R の値そのものは $T_w=4^\circ\text{C}$ の場合より大きい)、図3で示したように、この場合対流がかなり弱いことがこの図からも分かる。自然対流が強い $T_w=12^\circ\text{C}$ あるいは 16°C となると、 R の時間変化割合の減少は小さく、 R は時間と共に直線的に増加する。また、同じ時刻で比較すると、 T_w が 4°C から 6°C へ変化すると、 R の値もかなり増加する

($D_0=5.01\times 10^{-6}$, $T_w=8^\circ\text{C}$, $R=0.5$, $\tau=0.134$)

図9 ダルシー数を小さくした場合の速度及び温度分布(図3(b)と比較)

($D_0=5.01\times 10^{-6}$, $T_w=16^\circ\text{C}$, $R=0.5$, $\tau=0.0657$)

図10 ダルシー数を小さくした場合の速度及び温度分布(図5(b)と比較)

が、 T_w が6℃から8℃へ変化してもRの値はほとんど変化しないことに注目すべきである。すなわち、高温面温度を6℃から8℃へ増加させても、融解速度はほとんど変わらないことを意味する。

さて、図6では横軸に τ を取っていたため、各 T_w での対流の強さの明確な比較が難しいので（図7で示したように、 T_w の値によって融解速度が大きく異なるため）、横軸に融解割合Rを取って図6を再整理した結果を図8に示す。本図から、同じ割合だけ融解した時の対流の強さの比較ができ、 T_w が4℃から6℃へ変化すると対流は強くなるが、 T_w が8℃となると逆に弱くなり、それ以上の T_w の値では再び強くなるのが良く分かる。特に、 T_w が12℃から16℃へ変化すると $(\bar{N}_u)_w$ はかなり増加し、特にR=0.3~0.5程度までその値が一定に保たれており、対流が非常に強いことが分かる。

3.2 ダルシー数の影響 次にダルシー数 D_a の影響を調べるため、最も対流が弱い $T_w=8℃$ 及び最も対流が強い

図1-1 Rと $(\bar{N}_u)_w$ に及ぼすダルシー数 D_a の影響 ($T_w=8℃$)

図1-2 Rと $(\bar{N}_u)_w$ に及ぼすダルシー数 D_a の影響 ($T_w=16℃$)

い $T_w=16℃$ の場合に対して、他のパラメータは固定し、 D_a のみを変化させて計算を行った。その結果の一例として、 D_a を図3及び図5の1/8の 5.01×10^{-6} とした場合の結果を図9及び図10にそれぞれ示す（代表としてR=0.5における状態のみを示した）。まず、 $T_w=8℃$ の図9では、 D_a が小さくなったことによる流動抵抗の増加のために、無次元速度の最大値 $V_{max}=4.79$ であり、図3(b)の場合 ($V_{max}=34.6$) より更に対流が弱くなっていることが分かる（ただし、図9を詳細に見れば、図3(b)の流れパターンと同様、ほぼ同じ大きさの循環が二つ観察される）。しかし、図3(b)においても対流が弱かったため、双方の融解層の厚さには大差が見られない。一方、 $T_w=16℃$ の図10では、図5(b)と比べて、対流がかなり弱くなると共に（図5(b)での $V_{max}=275.0$ とかなり大きいのに対し、図10では $V_{max}=43.8$ と小さい）、容器上部での融解速度にかなりの差が現われる。

次に、 $T_w=8℃$ 及び16℃に対して、それぞれ図11及び図12に、 D_a の変化が融解割合Rと高温面平均ヌセルト数 $(\bar{N}_u)_w$ に及ぼす影響を示した。まず、 $T_w=8℃$ の場合（図11）、 D_a が1/8に変化しても、R及び $(\bar{N}_u)_w$ の値の変化は非常に小さいことが分かる。一方、 $T_w=16℃$ では（図12）、対流が非常に弱い初期の時間を除いて、 D_a の変化の影響はかなり大きく現われることが分かる。このように、 D_a の変化の影響は、 T_w の値によって大きく異なることが明らかになった。

4. 結 論

著者らが以前開発した数値解析法^(6,14)を用い、右側面が高温に保たれ、他の三面が断熱面である矩形容器に封入された多孔質層内の氷の融解に及ぼす密度逆転の影響を、高温面温度及びダルシー数を変化させて、系統的に調べた。得られた結果を要約すると以下の通りである。

(1) ダルシー数を $D_a=4.01 \times 10^{-5}$ に固定し、高温面温度 T_w を変化させると、 $T_w=4℃$ では、密度逆転のため、流体は高温面に沿って下降し時計回りの弱い一つの循環を形成する。 $T_w=6℃$ に増加しても、流れの様相はあまり変化しないが、 $T_w=8℃$ では、大きさがほぼ等しい弱い二つの循環が現われる。 $T_w=12℃$ となると、密度逆転による時計回りの対流は非常小さくなり、 $T_w=16℃$ では、反時計回りの循環のみが観察され、密度逆転がない流体の場合と同様となる。

(2) 高温面平均ヌセルト数 $(\bar{N}_u)_w$ を融解割合Rに対してプロットすると、 $T_w=8℃$ で $(\bar{N}_u)_w$ は最も小さく、 $(\bar{N}_u)_w$ はRと共に単調に減少する。 $T_w=16℃$ となると、対

流が融解促進に大きく寄与することが分かった。融解速度は $T_w=4^\circ\text{C}$ で最も小さく、 $T_w=6^\circ\text{C}$ 及び 8°C でほとんど等しく、 $T_w=16^\circ\text{C}$ となるとかなり大きくなる。

(3) D_0 を 4.01×10^{-5} の1/8の 5.01×10^{-6} に変化させると、 $T_w=8^\circ\text{C}$ の場合、融解速度や高温面平均ヌッセルト数などの変化は非常に小さい。一方、 $T_w=16^\circ\text{C}$ では、 $D_0=4.01 \times 10^{-5}$ で強かった対流がかなり抑制されるため、融解速度や高温面平均ヌッセルト数には、大きな差が現われる。

文 献

- (1) Chellaiah, S. and Viskanta, R., Int. J., Heat Mass Transf., 31-2(1988), 321.
- (2) Weaver, J. A. and Viskanta, R., Int. J., Heat Mass Transf., 29-12(1986), 1943.
- (3) 岡田・福本, 機論(B), 48-434(昭和57), 2041.
- (4) Beckermann, C. and Viskanta, R., Int. J. Heat Mass Transf., 31-1(1988), 35.
- (5) 佐々木・他2名, 機論(B), 57-533(平成3), 188.
- (6) Sasaguchi, K. and Takeo, H., Int. J. Heat Mass Transf., 37-1(1994), 13.
- (7) 笹口・他2名, 機論(B), 59-561(平成5), 1712.
- (8) 笹口・松藤, 機論(B), 57-536(平成3), 1340.
- (9) Sugawara, M., et al., Trans. ASME Ser.C, 110-1(1988), 155.
- (10) Xhang, X. and Nguyen, T. H., Int. J. Heat Mass Transfer., 34-2(1991), 389.
- (11) Patankar, S. V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, (1980), Hemisphere.
- (12) Voller, V. R., et al., Int. J. Num. Method in Engng., 24(1987), 271.
- (13) 藤井, 伝熱工学の進展, 3(1974), 66, 養賢堂.
- (14) 武生, 熊本大学修士論文, (平成2年度).
- (15) 服部・他3名, 第24回日本伝熱シンポジウム講演論文集, B323(1987), 287.