突起状分散熱源を有する鉛直平行平板群から
空気への自然対流*藤井 丕夫^{*1}, 儀間 悟^{*2}
富村 寿夫^{*1}, 張 興^{*1}Natural Convection to Air from an Array of Vertical Parallel Plates
with Discrete and Protruding Heat SourcesMotoo FUJII, Satoru GIMA,
Toshio TOMIMURA and Xing ZHANG

Numerical and experimental studies are carried out on natural convection heat transfer to air from an array of vertical parallel plates with protruding and discrete heat sources such as IC packages. Two-dimensional Navier-Stokes and energy equations including heat conduction through the plates and heat sources are numerically solved under the conditions of modified Grashof number $Gr^* = 2.3 \times 10^3 \sim 8.8 \times 10^5$ and aspect ratio $L = l/h = 8 \sim 30$. The numerical solutions agree well with the experimental values except for the large aspect ratio $L = 30$ where the three-dimensional effects become significant. A correlation expression for the local Nusselt number is proposed which can predict the protrusion surface temperature within 20% error. The estimation of the protrusion center temperature is also discussed.

Key Words: Heat Transfer, Natural Convection, Heat Conduction, Numerical Analysis, Parallel Plates, Electronic Equipment, IC Package

1. 緒 言

電子機器の自然対流による冷却は、冷却能力は低いものの、信頼性が高い、騒音がないなどの利点があり、重要な冷却技術の一つである⁽¹⁾。最近のワークステーションやパーソナルコンピュータなどの小形計算機の需要増大に伴って、自然空冷技術の向上に対する関心が高まっています⁽²⁾。

鉛直平行平板間の自然対流熱伝達に関しては従来より数多くの研究が行われてきたが、最近では電子機器に組み込まれたメモリ基板群などの冷却に本質的にかかわる現象として研究が続けられている。例えば、平滑平板の場合に関しては、Bodoia-Osterle⁽³⁾、Aungら⁽⁴⁾、宮武・藤井⁽⁵⁾、相原⁽⁶⁾、Bar-Cohen-Rosenow⁽⁷⁾の研究などが挙げられる。また、ICパッケージを模擬した突起状分散熱源を有する平板の場合に関しては、中山・広岡⁽⁸⁾、藤井・富村⁽⁹⁾の研究などがある。

著者らはIC基板の熱設計で最も重要となる、パッケージの最高温度を予測する一般的な方法を確立することを目的として、鉛直平行平板群から空気への自然

対流熱伝達に関する一連の研究^{(10)~(12)}を行っている。そして突起状熱源を多数搭載した平板群について、自然対流による誘起流量と熱伝達に及ぼす突起の影響を実験的に明らかにした⁽¹²⁾。

本報はこれらの実験条件に対応するパラメータ範囲で数値解析を行い、実験結果と比較するとともに、突起表面温度の予測方法について検討したものである。平板の片面に発熱量が等しい18個の突起状熱源が等間隔に配置された二次元物理モデルを考え、突起および平板内の熱伝導も考慮した一連の計算を行った。さらに、突起内の微小部分が局所的に発熱する場合の計算も行い、全体が発熱する場合との相違を検討した。

おもな記号

A : 平板面積
 b : 平板厚さ
 F_w : 突起表面から空気への法線方向の無次元熱流束 $= -\lambda_f(\partial T_f/\partial n)/q_w$
 Gr^* : 修正グラスホフ数 [式(6)]
 g : 重力の加速度
 h : 平板間隔
 h_e : 有効平板間隔 $= h - h_p$
 h_p : 突起高さ

* 原稿受付 平成6年4月18日。

*1 正員, 九州大学機能物質科学研究所 (〒816 春日市春日公園6-1)。

*2 正員, 九州大学大学院。

- l : 平板長さ
 l_i : 平板入口から突起までの距離
 l_o : 平板出口から突起までの距離
 l_p : 突起長さ
 n : 外向き法線方向
 Nu : 局所ヌセルト数 [式(9)]
 Pr : プラントル数 [式(6)]
 Q : 全発熱量
 Q_v : 突起単位体積当たりの発熱量 $= Q/(18h_p l_p)$
 q_w : 平均熱流束 [式(7)]
 R : 平板と空気との熱伝導率の比 [式(6)]
 Re : レイノルズ数 [式(6)]
 s_p : 突起の間隔
 T : 絶対温度
 T_i : 入口温度
 T_w : 突起表面温度
 u : x 方向の速度成分
 u_m : 平均速度
 v : y 方向の速度成分
 x : 平板に平行な座標
 y : 平板に直角な座標
 ギリシャ文字
 β : 体膨張係数 $= 1/T_i$
 θ : 無次元温度 [式(6)]
 κ : 温度伝導率
 λ : 熱伝導率
 ν : 動粘性係数
 Φ : 無次元パラメータ [式(10)]
 ϕ : 流れ関数
 ω : 渦度
 添字
 f : 空気
 p : 突起
 s : 平板

2. 数値解析

物理モデルと座標系を図1に示す。長さ l 、厚さ b の平板が間隔 h で鉛直平行に配置された平板間の自然対流を取扱う。おのおのの平板上には長さ l_p 、高さ h_p 、単位体積当たりの発熱量 Q_v の18個の突起状熱源が等間隔 s_p で並べられている。平板出入口から突起までの距離を l_o 、 l_i とする。座標系の原点を突起がある面の下端にとった。突起全体が一様に発熱する場合と突起内中央の微小部分 [(長さ $l_p/5$) × (厚さ $h_p/28 \sim h_p/42$)] が局所的に発熱する場合を考え、突起および平板内の熱伝導も考慮する。なお、突起と平板の熱

伝導率 λ_p, λ_s は同じとする。作動流体である空気 ($Pr = 0.71$) は一様速度 u_m および一様温度 T_i で流入する。平板間および周囲とのふく射伝熱は考えない。平板群の熱的条件について周期境界条件が成り立つと仮定し、破線で囲んだ部分を解析の対象とした。以下では、突起状熱源のある面 ($y=0$) を表面、反対の面 ($y=-b, h$) を裏面と呼ぶことにする。

平板間を流れる空気に対する基礎式は二次元の Navier-Stokes およびエネルギー方程式である。浮力項に現れる密度以外の物性値は一定とし、Boussinesq 近似を用い、流れ関数 ϕ および渦度 ω を導入すると、無次元化した基礎式は式(1)～(3)となる。

$$-\Omega = \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial Y} \right) \dots\dots\dots (1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial X} \left(\Omega \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \right) - \frac{\partial}{\partial Y} \left(\Omega \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right) \\ &= -4 \frac{Gr^*}{Re^2} \frac{\partial \theta_f}{\partial Y} + \frac{2}{Re} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial \Omega}{\partial X} \right) \right. \\ & \quad \left. + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial \Omega}{\partial Y} \right) \right] \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial X} \left(\theta_f \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \right) - \frac{\partial}{\partial Y} \left(\theta_f \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right) \\ &= \frac{2}{RePr} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial \theta_f}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial \theta_f}{\partial Y} \right) \right] \dots\dots (3) \end{aligned}$$

平板および突起内における無次元化した熱伝導方程式は次式となる。

$$\frac{\partial^2 \theta_{s,p}}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_{s,p}}{\partial Y^2} + f \frac{2L}{18RH_p L_p} = 0 \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 $f=0$ (平板)、 1 (突起)である。

境界条件は、平板および突起と空気との境界面での

図1 物理モデルと座標系

.....(5)

..... (6)

$$q_w = \frac{Q}{2A} \dots\dots\dots (7)$$

(a) 計算条件($Pr=0.71, R=10$)

$$(S_p = s_p/h, L_i = l_i/h, L_o = l_o/h)$$

(b) 実験条件

h [mm]	9.7	14.7	19.7	34.7
q_w [W/m ²]	41.5	71.1	85.9	96.2

The diagram illustrates the experimental apparatus, a rectangular frame with dimensions 350, 400, and 460. It features a 'Side Plate' and a 'Front Surface' labeled 'Plate No. 1'. Two 'Thermocouple' sensors are positioned to measure temperature. A vertical scale on the right indicates a height of 700.

図 2 実験装置の概要

図 3 パッケージ搭載平板の詳細

3. 実験

図2に実験装置の概要を示す。装置本体は5枚のパッケージ搭載平板からなる平行平板群であり、平板群の両側端部はアクリル板で閉じられている。以下では、各平板を図2に示したようにNo. 1~5の番号を付けて区別することにする。

図3はパッケージ搭載平板の詳細である。平板は長さ285 mm, 幅237 mm, 厚さ1.6 mmのガラスエポキシ製で、その片面(表面)に縦6.9 mm, 横19.3 mm, 高さ4.8 mmのパッケージを18行×8列で実装したものである。パッケージ本体は一般に使用されているものと同じであるが、内部のチップは集積回路の代わりに抵抗とダイオードで構成されている。

温度測定には素線径50 μm のT形熱電対を用いた。パッケージ表面での測定点を図3に“○”印で示した。また、平板出口の“×”印の位置で、空気温度分布を測定した。平板中央部の“A~C”の位置で、No. 2とNo. 3平板の間の速度分布を後方散乱形のLDAを用いて測定した。

実験条件を表1(b)に示す。No. 1~5の各平板の平均熱流束 q_w はすべて等しく設定したが、平板間隔 h の変化に応じて、平板群の中央に位置するNo. 3平板の最高温度と周囲温度との差が約25°Cになるように q_w の値を変えた。

なお、本数値解析結果と比較するデータとしては、No. 3平板についての測定値を用いた。

4. 結果および考察

図4(a), (b)に平板間の速度分布と温度分布に及ぼすアスペクト比 L の影響を示す。実線は計算値で、速度分布 $U(=u/u_m)$ は平板のほぼ中央高さとなる、平板下端から9番めの突起中央部での分布、温度分布 θ は平板出口での分布である。記号は測定値で、“○, Δ , $\square$ ”はそれぞれ図3に示した突起中央部(A), 間隔が広い突起間(B)および狭い突起間(C)での速度分布, “●”は平板出口(図3の“×”印)での温度分布である。

計算結果と実験結果は $L=30$ の場合を除き、ほぼ一致している。平板間隔が狭い場合に対応する $L=30$ での速度分布は測定位置の違いによって大きく異なっており、明らかに三次元的な流れとなっている。また、突起間(特に間隔が広い“ Δ ”)での流量が多いため、平均速度 u_m の測定値は計算結果より約33%高くなり、逆に温度分布の測定値は計算結果より約38%低くなっている。平板間隔が広い場合に対応する $L=8$ では、 u_m の計算値と測定値に差があるが、その原因につい

ては、次の誘起流量のところで述べる。

図5に平板間の誘起流量に対応する Re/L と Gr^*/L の関係を示す。記号“ Δ ”は本計算結果であり, “ $\blacktriangle$ ”は実験結果である。また、記号“○, ●”はそれぞれ既報⁽¹¹⁾の平滑平板の場合の計算結果と実験結果である。さらに、実線は平板が十分長く、平板間の速度分布が放物線分布となるとききの流量であり、次式で与えられる⁽⁵⁾。

(a) 速度分布 (b) 温度分布

図4 平板間の速度分布および温度分布

図5 平板間の誘起流量

$$\frac{Re}{L} = 0.690 \left(\frac{Gr^*}{L} \right)^{1/2} \quad \dots\dots\dots (8)$$

突起状の分散熱源がある場合の平行平板間の誘起流量は、突起により流動抵抗が増加するため、平滑平板の場合より低下する。また、 Gr^*/L が大きくなるにつれて、平板間隔に対する突起高さが相対的に小さくなるので、 Re/L は平滑平板の場合の流量に近づく傾向がみられる。計算結果と実験結果を比較すると、 $L=15$ 、 20 の場合はほぼ一致している。 Gr^*/L の値が約 10^5 となる $L=8$ の場合は、平滑平板の場合(記号“○、●”)と同様に測定値のほうが計算値より約 24% 低くなっている。この理由としては、アスペクト比 L によらずに入口の速度を一樣とした計算上の問題のほかに、平板間隔が広く、散乱粒子として用いた線香の煙が蛇行しながら上昇するため、LDA で速度を低めに測定している可能性があること、さらに、空気が周辺から中央部平板間へ円滑に供給されにくくなっていることなどが考えられる。 $L=30$ の場合の測定値は計算値より約 36% 高くなっている。誘起流量は図 4(a) に示した“○、△、□”の 3 箇所での速度分布を平板の幅方向に積分して算出したが、前述のように、 $L=30$ の場合には突起間(特に“△”)での流量が多いため、二次元の本

計算結果より高くなる。

図 6(a)、(b) は $L=15$ の場合の $0 \leq X \leq 3$ 、 $12 \leq X \leq 15$ の領域での流線および等温線の計算結果である。流線をみると、突起間に循環流が形成されていることがわかる。また、領域 $1 < X < 14$ では高さによらずほぼ同じ速度場になっている。等温線をみると、突起表面($Y=0.25$)および平板裏面($Y=1$)近傍の分布が密になっており、そこでの熱伝達がよいことがわかる。また、それぞれの突起では、前縁部のほうが後縁部に比べて熱伝達がよい。突起間では流れが緩やかであるため、そこでの熱伝達は悪くなっている。平板表面側から空気への放熱量を計算すると、全発熱量 Q の約 51% となっており、 Q は平板の表裏からほぼ半々の割合で放熱されている。なお、他のアスペクト比の場合も同様な傾向が得られている。

図 7 は次式で定義した、各突起の表面中央部での局所ヌッセルト数 Nu を宮武・藤井⁽⁵⁾ が提案した無次元パラメータ Φ [式(10)] で整理した結果である。

$$Nu = \frac{q_w}{T_w - T_i} \frac{h_e}{\lambda_f} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\Phi = \frac{Gr^* Pr / X}{(Gr^* Pr / L)^{1/2}} \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 Nu 、 Gr^* の代表長さとして、平板間隔と突起高さとの差で表される有効平板間隔 $h_e (= h - h_p)$ を用いている。また、 L 、 X の定義においても h の代わりに h_e をとった。

図 7 には、中山・広岡⁽⁸⁾ の模擬パッケージを用いた測定結果も記号“×”で示した。実線および破線は、宮武・藤井⁽⁵⁾ の近似式を本計算結果および既報⁽¹¹⁾ の平滑平行平板の場合の計算結果に一致するように修正したものであり、それぞれ次式で与えられる。

$$Nu = \frac{\Phi}{6.93} [1 - \exp(-4.88 \Phi^{-0.66})] \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$Nu = \frac{\Phi}{6.93} [1 - \exp(-5.72 \Phi^{-0.66})] \quad \dots\dots\dots (12)$$

図 6 流線および等温線 ($L=15$)

図 7 局所ヌッセルト数

図 8 突起表面の熱流束分布および温度分布 ($L=15$)

ここで、 $\phi=10^3$ の場合、平滑平板の式(12)は実線で示した式(11)より約 17% 高い。

計算結果と本実験結果は $L=30$ の場合を除き、よく一致している。中山・広岡⁽⁸⁾の測定値は著者らの結果より若干低めの値を示している。以上の結果は実線の式(11)に対して約 $\pm 20\%$ 以内におさまっており、突起表面温度の予測式として式(11)が使用できる。

図 8 に $L=15$ の場合を例として、平板下端から 9 番めの突起の表面(図 8 の面 a~d)から空気への法線方向の熱流束分布 F_w と突起表面温度分布 θ_w に及ぼす熱源の大きさの影響を示す。実線は突起全体が一様に発熱する場合、破線は突起内中央の微小部分 [(長さ $l_p/5$) $\times$ (厚さ $h_p/28$)] が局所的に発熱する場合の計算結果である。いずれの場合も、空気が通過する面 b-c からの放熱量は多く、循環流が形成される突起間の面 a-b, c-d からは少ない。表面温度に関しては、a-b, b-c, c-d の各面のほぼ中央部で高く、放熱量が多くなる角の部分で低くなっている。しかし、その差は約 7% でしかなく、全面にわたってほぼ一様温度とみなせる。要するに、突起内の微小部分が局所的に発熱する場合の突起表面の温度および熱流束分布は、突起全体が発熱する場合の分布とほとんど変わらない。

ただし、ここには示していないが、局所的に発熱する部分の温度は、全体が発熱する場合の突起中央部の温度に比べて、十数%程度高くなっている。発熱部と突起表面との温度差はそれぞれの突起で差はなく一定であるが、アスペクト比等の条件によって変化する。しかし、この温度差は $R=10$ と比較的低い熱伝導率の発熱体を対象とした本解析の条件下でさえ、すべての計算条件に共通の等価熱抵抗を用いて推定できることが確かめられた。したがって、実際の IC パッケージに特有の熱抵抗が既知であれば、内部で局所的に発熱するチップ温度も式(11)を介して予測できることにな

る。

5. 結 言

発熱量が等しい突起状分散熱源を有する鉛直平行平板群から空気への自然対流に関して、実験条件に対応するパラメータ範囲で数値解析を行った。以下に、おもな結論を列挙する。

(1) 流れの三次元性が顕著となる $L=30$ の場合を除き、二次元の本数値計算結果は実験結果とよい一致を示す。

(2) 代表長さとして平板間隔と突起高さとの差、すなわち有効平板間隔 h_e を用いることにより、突起表面温度を式(11)により約 $\pm 20\%$ 以内の誤差で予測することができる。

(3) 突起全体が一様に発熱する場合と局所的に発熱する場合で、突起表面の温度および熱流束分布に大差はない。したがって、等価な熱抵抗がわかれば、実際の IC パッケージでのチップ温度が式(11)から予測できる。

おわりに、九州大学機能物質科学研究所 藤井哲教授から有益なご教示をいただき、東京工業大学工学部 中山恒教授からは貴重なデータをお送りいただいた。また、富士通(株)実装技術開発部から参考資料を提供していただいた。本研究所職員 濱野光司氏、九州大学大学院生 喬京氏には実験装置の製作と計算結果の整理に協力していただいた。ここに記して謝意を表す。

文 献

- (1) 日本機械学会編、電子機器の冷却技術、(1987)、3、技報堂出版。
- (2) 日本機械学会編、ハンドブック 次世代技術と熱、(1993)、155、技報堂出版。
- (3) Bodoia, J. R. and Osterle, J. F., *Trans. ASME, J. Heat Transf.*, **84**(1962), 40.
- (4) Aung, W., Fletcher, L. S. and Sernas, V., *Int. J. Heat Mass Transf.*, **15**(1972), 2293.
- (5) 宮武・藤井、化学工学、**37**-8(1973)、852.
- (6) 相原、東北大学高速力学研究所報告、**37**(1976)、93.
- (7) Bar-Cohen, A. and Rohsenow, W. M., *Trans. ASME, J. Heat Transf.*, **106**(1984), 116.
- (8) 中山・広岡、第 23 回日本伝熱シンポジウム講演論文集、(1986)、406.
- (9) 藤井・富村、九州大学機能物質科学研究所報告、**2**-2(1988)、295.
- (10) 藤井・儀間・富村・張、機論、**59**-566, B(1993)、3224.
- (11) Fujii, M., Tomimura, T., Zhang, X. and Gima, S., *Proc. Tenth Int. Heat Transf. Conf.*, **7**(1994), 49.
- (12) 儀間・藤井・富村・張、第 29 回日本伝熱シンポジウム講演論文集、(1992)、330.
- (13) 富村・藤井、九州大学生産科学研究所報告、**82**(1987)、15.
- (14) 日本機械学会伝熱工学資料、改訂第 4 版、(1986)、321.