乱流境界層中に存在する大規模秩序渦
まわりのエネルギー収支*蒔田 秀治^{*1}, 佐々 浩司^{*2}Energy Budget around Large-Scale Coherent Vortex
in Turbulent Boundary Layer

Hideharu MAKITA and Koji SASSA

The terms of the coherent energy equation were experimentally evaluated for a large-scale coherent vortex developed in a turbulent boundary layer. X and Y components of the terms were chiefly concentrated around the symmetrical plane between the two legs of the coherent vortex where the outflow occurred, whereas Z components were distributed along the central axes of the legs at about $Z/\delta = \pm 0.3$. The mean advection, the coherent production, the random production and the random diffusion were dominant in the energy equation. The dissipation was about two orders of magnitude smaller than the production, which suggested that most of the coherent energy was dissipated by the random production and the random diffusion.

Key Words: Turbulent Flow, Boundary Layer, Energy Equation, Coherent Structure, Vortex

1. 緒言

Hama⁽¹⁾やKlineら⁽²⁾が、流れの可視化によって乱流境界層の底層にストリーク構造を見出して以来、秩序構造に関する研究の主眼は、その検出と形状の決定に置かれてきた。その結果、いまだ多くの異論はあるものの⁽³⁾、境界層中の大規模秩序渦は馬蹄形状あるいはヘアピン状であることが明らかとなった⁽⁴⁾。また、境界層⁽⁵⁾噴流⁽⁶⁾に伴う⁽⁷⁾などのせん断乱流中では乱流変動エネルギー方程式の各項が時間平均量として評価されている。しかし、秩序構造自体に伴う乱流諸量の分布やその変化などの定量的情報は少なく、それらを求めることは運動方程式やエネルギー方程式のモデル化やそれによる予測結果などを検証する実験事実を得るという点からも重要である。Hussain⁽⁸⁾は、速度場の二成分分解および三成分分解⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾に基づいて乱流の記述方程式系を提案した。そのうち、生成項については秩序渦と関連づけて空間的な分布が得られている^{(11)~(13)}が、

それらは秩序渦による乱流生成の機構に関するものであって、いまだ秩序運動そのもののエネルギー収支については求められていない。

本研究は秩序渦のどの部位で秩序運動エネルギーが生成され、どのように散逸していくかといった秩序渦に伴う運動エネルギーの収支を明らかにするものである。検出を容易にするため、大規模渦を人為的に乱流境界層中に形成し⁽¹⁴⁾、そのまわりで立体的に得られた集合平均速度データより、秩序運動エネルギー方程式の各項を評価し、秩序渦構造との関連を調べた。

2. 秩序運動のエネルギー輸送方程式

既報⁽¹⁵⁾と同様に、瞬間速度を $u = U + u_c + u_r$ のように3成分分解する。ここで、 U は時間平均成分、 u_c は秩序成分、 u_r は乱雑成分を表す。3成分分解されたN-S方程式の集合平均と時間平均との差をとることにより次に示す秩序運動の運動方程式が得られる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} u_c + U_j \frac{\partial u_c}{\partial x_j} + u_{jc} \frac{\partial u_c}{\partial x_j} \\ &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{u_{jc} u_{jc}} - u_{jc} u_{jc} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{u_{jr} u_{jr}} - \langle u_{jr} u_{jr} \rangle \right) \end{aligned}$$

* 原稿受付 平成6年2月25日。

^{*1} 正員, 豊橋技術科学大学 (〒441 豊橋市天伯町字雲雀ヶ丘1-1)。^{*2} 正員, 高知大学理学部 (〒780 高知市曙町2-5-1)。

$$-\frac{\partial}{\partial x_j} \frac{p_c}{\rho} + v \frac{\partial}{\partial x_j} e_{jc} \quad \dots (1)$$

ここで $e_{ic} = \partial u_{ic} / \partial x_i + \partial u_{ic} / \partial x_i$ は秩序運動の変形速度、 $\overline{\quad}$ は時間平均、 $\langle \quad \rangle$ は位相平均である。式(1)の各項に秩序速度 u_{ic} を乗ずると、次式に示す秩序運動の位相平均エネルギー輸送方程式が得られる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} u_{ic}^2 \right) + U_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{1}{2} u_{ic}^2 \right) + u_{jc} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{1}{2} u_{ic}^2 \right) \\ &= -u_{ic} u_{jc} \frac{\partial U_j}{\partial x_j} + \langle u_{ir} u_{jr} \rangle \frac{\partial u_{ic}}{\partial x_j} - \left(\overline{u_{ic} u_{jc}} + \overline{u_{ir} u_{jr}} \right) \frac{\partial u_{ic}}{\partial x_j} \\ & - \frac{\partial}{\partial x_j} u_{ic} \langle u_{ir} u_{jr} \rangle + \frac{\partial}{\partial x_j} u_{ic} \left(\overline{u_{ic} u_{jc}} + \overline{u_{ir} u_{jr}} \right) \quad \dots (2) \\ & + v \frac{\partial}{\partial x_j} \left(u_{ic} \frac{\partial u_{ic}}{\partial x_j} + u_{ic} \frac{\partial u_{jc}}{\partial x_i} \right) \\ & - \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{u_{jc} p_c}{\rho} + v \frac{\partial u_{ic}}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_{ic}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_{jc}}{\partial x_i} \right) \end{aligned}$$

左辺より順に、①非定常項、②平均流による対流項 A_M 、③秩序運動による対流項 A_c 、④平均流からの生成項 P_c 、⑤バックグラウンド生成項(時間平均的な乱流生成) P_B 、⑥乱雑変動の生成項 P_r 、⑦乱雑変動による拡散項(レイノルズ応力乱雑成分の仕事) W_r 、⑧時間平均的変動の拡散項 W_B 、⑨粘性拡散項 W_v 、⑩圧力速度相関項、⑪粘性散逸項 D である。非定常項と圧力速度相関項については本実験の計測値からは評価できない。また、各方向速度成分を u, v, w とすれば、二次元平板乱流境界層中では $V=W=0$, $\partial U / \partial X = \partial U / \partial Z = 0$, $\overline{uw} = \overline{u_c w_c} + \overline{u_r w_r} = 0$ とみなすことができ、あらかじめこれらを含む項は省略する。それ以外の各項を主流方向成分 u_c について記述すると、以下ようになる。

$$A_M = U \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{1}{2} u_c^2 \right) \quad \dots (3)$$

$$A_c = u_c \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{1}{2} u_c^2 \right) + v_c \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{1}{2} u_c^2 \right) + w_c \frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{1}{2} u_c^2 \right) \quad \dots (4)$$

$$P_c = -u_c v_c \frac{\partial U}{\partial Y} \quad \dots (5)$$

$$P_r = \langle u_r^2 \rangle \frac{\partial u_c}{\partial X} + \langle u_r v_r \rangle \frac{\partial u_c}{\partial Y} + \langle u_r w_r \rangle \frac{\partial u_c}{\partial Z} \quad \dots (6)$$

$$P_B = -\left(\overline{u_c^2} + \overline{u_r^2} \right) \frac{\partial u_c}{\partial X} - \left(\overline{u_c v_c} + \overline{u_r v_r} \right) \frac{\partial u_c}{\partial Y} \quad \dots (7)$$

$$W_r = -\frac{\partial}{\partial X} u_c \langle u_r^2 \rangle - \frac{\partial}{\partial Y} u_c \langle u_r v_r \rangle - \frac{\partial}{\partial Z} u_c \langle u_r w_r \rangle \quad \dots (8)$$

$$W_B = -\frac{\partial}{\partial X} u_c \left(\overline{u_c^2} + \overline{u_r^2} \right) - \frac{\partial}{\partial Y} u_c \left(\overline{u_c v_c} + \overline{u_r v_r} \right) \quad \dots (9)$$

$$W_v = v \left\{ \frac{\partial}{\partial X} u_c \left(2 \frac{\partial u_c}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} u_c \left(\frac{\partial u_c}{\partial Y} + \frac{\partial v_c}{\partial X} \right) \right.$$

$$\left. + \frac{\partial}{\partial Z} u_c \left(\frac{\partial u_c}{\partial Z} + \frac{\partial w_c}{\partial X} \right) \right\} \quad \dots (10)$$

$$D = v \left\{ \frac{\partial u_c}{\partial X} \left(2 \frac{\partial u_c}{\partial X} \right) + \frac{\partial u_c}{\partial Y} \left(\frac{\partial u_c}{\partial Y} + \frac{\partial v_c}{\partial X} \right) \right. \\ \left. + \frac{\partial u_c}{\partial Z} \left(\frac{\partial u_c}{\partial Z} + \frac{\partial w_c}{\partial X} \right) \right\} \quad \dots (11)$$

以後、各方向成分を含むものについては X, Y, Z の添字を付し、 A_{cX} のように表す。

3. 実験とデータ処理

幅420mm、長さ5.7mの滑らかな平板上に圧力勾配のない乱流境界層を発達させ、その下層に微小噴流によってスパン方向渦度 ω_z を与え、大規模秩序渦を発達させた⁽¹⁴⁾。スピーカポンプの駆動信号を参照し、微小噴流の吹き出し位置の下流 $X=600\text{mm}$ において、秩序変動速度 u_c, v_c, w_c およびレイノルズ応力 $\langle -uv \rangle$ や $\langle -uw \rangle$ の条件付計測を行った。 $X=600\text{mm}$ は、大規模渦が減衰過程にある⁽¹⁶⁾が、その頭部が乱流バルジ⁽¹⁷⁾を構成する代表位置であることより、この地点を計測位置とした。ここでの境界層厚さは約 $\delta = 44\text{mm}$ 、主流流速は $U_\infty = 5.0\text{m/s}$ 、運動量厚さに基づくレイノルズ数は $R_\theta = 1820$ である。各データは1024回集合平均されたのち記録され、その結果を用いて式(3)~(11)中の各項が求められた。なお、平均回数は8192回まで試みられたが、本大規模渦の再現性は高く、1024回の平均で十分であった。 $\langle u_r v_r \rangle$ や $\langle u_r w_r \rangle$ は、 $\langle -uv \rangle, u_c, v_c$ などから $\langle u_r v_r \rangle = \langle uv \rangle - u_c v_c$ のように求められるが、 u_r は計測されておらず、式(6)~(9)中の u_r^2 を含む項については計算されていない。また、式(6)および式(9)の第2項は条件付計測中に求められた時間平均値として得られた。すなわち、 $\overline{u_c v_c} + \overline{u_r v_r}$ が一般に計測される時間平均レイノルズ応力に相当する。

図1. 各 T - Y 断面内における誘導速度ベクトル分布(蔭田⁽¹⁶⁾より)。左端下に示す矢の長さが主流の5%に相当。

4. 大規模渦の形状

これまでの研究結果⁽¹⁴⁾は、本人工大規模渦が馬蹄形状を有することを示している。図1は $Z/\delta=0\sim0.6$ における T - Y 断面内の誘導速度ベクトル分布を 0.2δ おきに3次元表示したものである。横軸は経過時間(右→左)であるが、右側を下流側とする空間分布とみなすこともできる。図中の一点鎖線は大規模渦渦管の軸を示す。渦軸は下流方向に傾斜しつつ上層が Z 方向に膨らむ馬蹄形を成しており、その頭部が断面を横切るのは $Z/\delta=0$ で $Y/\delta\approx1.2$ 、脚部が $Z/\delta=0.4$ で $Y/\delta\approx0.4$ である。

このような馬蹄形渦に誘導されて対称面近傍の $Z/\delta\leq 0.2$ に低速上昇流、外側の $Z/\delta=0.6$ に高速下降流の生じる様子がベクトル場に認められる。低速上昇流の起こる対称面近傍では大規模渦頭部の乱流域が境界層上層に突出した乱流バルジとなり、 $Z/\delta=0.6$ の近傍では高速下降流によって主流が下層層まで取り込まれている。矢印の長さが示すように、秩序速度成分 u_c の大きさは $Z/\delta=0$ 面上で最も大きく、秩序運動エネルギーはここで最大となる。 $Z/\delta=0.6$ では $Y/\delta<0.8$ の領域にお

けるエネルギーが大きい。 $Z/\delta=0.4$ 面上では脚部の渦軸が $Y/\delta\approx0.5$ で横切るため、その上層側では対称面と同じ低速流、下層側の $Y/\delta<0.4$ には高速下降流といったように2つの秩序運動が存在しているが、それらの強度は比較的弱い。

5. 実験結果

5.1 対流項の分布 各 T - Y 断面での平均流による対流項 A_M の等値線分布を図2に、秩序運動による対流項 A_c の分布を図3~図5に示す。従来の研究⁽⁵⁾⁻⁽⁷⁾では、対流項を右辺に移項して定常状態(非定常項=0)におけるエネルギー収支への寄与を評価しているが、本研究の場合は秩序運動エネルギーが減衰しつつある非定常状態での解析であり、 u_c^2 の実質微分を構成する各対流項は式(2)の左辺に残したまま評価した。すなわち、各対流項が正であることはその点におけるエネルギー増加を表わす。等値線の最小レベルは、集合平均によって消去しきれなかった不規則変動による分布が大規模渦に伴うものと混在しないように、不規則変動によるもののレベルよりわずかに大きく設定した。

図2. 各 T - Y 断面内の平均流による対流項 A_M の分布. 等値線のレベルは外側より順に $A_M \cdot \delta / U_\infty^3 = 1.0 \times 10^{-4}$, 2.0×10^{-4} , 5.0×10^{-4} , 1.0×10^{-3} , 2.0×10^{-3} , 斑点部は $A_M < 0$ の領域を示す。

図3. 各 T - Y 断面内の秩序運動による対流項 X 方向成分 A_{cx} の分布. 等値線のレベルは外側より順に $A_{cx} \cdot \delta / U_\infty^3 = 0.1 \times 10^{-4}$, 0.2×10^{-4} , 0.5×10^{-4} , 1.0×10^{-4} , 2.0×10^{-4} , 斑点部は $A_{cx} < 0$ の領域を示す。

図4. 各 T - Y 断面内の秩序運動による対流項 Y 方向成分 A_{cy} の分布. 等値線のレベルは外側より順に $A_{cy} \cdot \delta / U_\infty^3 = 0.1 \times 10^{-4}$, 0.2×10^{-4} , 0.5×10^{-4} , 1.0×10^{-4} , 2.0×10^{-4} , 斑点部は $A_{cy} < 0$ の領域を示す。

図5. 各 T - Y 断面内の秩序運動による対流項 Z 方向成分 A_{cz} の分布. 等値線のレベルは外側より順に $A_{cz} \cdot \delta / U_\infty^3 = 0.1 \times 10^{-4}$, 0.2×10^{-4} , 0.5×10^{-4} , 1.0×10^{-4} , 2.0×10^{-4} , 5.0×10^{-4} , 斑点部は $A_{cz} < 0$ の領域を示す。

A_M の分布域は、いずれの断面においても図1の速度場に示される u_c 成分の分布域とよく対応しており、各高さにおける u_c のピークを境として上流側が正、下流側が負となっている。このことは秩序運動エネルギーが平均流によって上流側から取り込まれ、下流側で流出することを示している。 A_M は秩序運動の最も強い対称面 $Z/\delta=0$ においてレベルも分布域も共に最大となる。そこでは、上流側にある正の分布の方が流れ方向幅は狭いが、はるかに高いレベルを有する。これは低速上昇流を表わす速度ベクトル(図1)の強度変化が上流側で激しいことからわかるように、秩序運動エネルギーの勾配が大規模渦の背側で大きいことを示しており、大規模秩序構造として認知されている‘バック(またはU-不連続)’⁽¹⁸⁾と対応している。すなわち、大規模渦背側で平均流による秩序運動エネルギーの流入は最大となる。脚部渦軸近傍の $Z/\delta=0.4$ では秩序運動自体が弱いこともあり、分布域は小さい。高速下降流が存在する $Z/\delta=0.6$ では再び比較的大きな分布が認められるが、下流側にある負の分布域が広く、断面内の総量ではエネルギー流出の方が大きいことがわかる。

秩序運動による対流項のX方向成分 A_{cX} (図3)は、主として $Z/\delta \leq 0.2$ に集中する分布の形状が A_M と似ているが、分布域はかなり小さい。分布の符号は A_M の場合と逆であるが、これは平均流とは逆方向を指向する低速上昇流によりエネルギーが輸送されるためである。すなわち、対称面近傍では上流側でエネルギーが減少し、下流側で増加するといったように、平均流による移流に逆らって秩序運動を維持するようなエネルギー輸送が秩序運動自身により成される。一方、 $Z/\delta=0.6$ では平均流と同方向を指向する高速下降流が存在するため、正負分布域の配置は A_M の場合と同様である。

Y方向成分 A_{cY} (図4)の場合、 $Z/\delta=0$ では上流上層側に負、下流下層側に正の大きな分布域が認められ、低速上昇流が最も強い $Y/\delta \approx 0.6$ より上層側でエネルギーが流出し、下層側から流入することがわかる。これは v_c 成分により秩序運動の中心域が上層へ運ばれる様子を示す。一方、 $Z/\delta=0.6$ では正の分布域のみが認められ、高速下降流の存在する全領域でエネルギーが増加するような輸送が成される。

$Z/\delta=0$ で A_{cX} や A_{cY} は顕著な分布を示す。一方、 A_{cZ} は小さな分布が島状に点在するのみであるが、脚部渦軸近傍の $Z/\delta=0.2, 0.4$ では大きな分布域が認められる(図5)。これは大規模渦が左右対称な構造であり、対称面における秩序運動 w_c 成分やエネルギーのZ方向勾配がほぼ0となることによる。 $Z/\delta=0.2$ では大規模渦の上流側で負、下流側で正となる分布を示しており、

対称面における秩序運動(低速上昇流)のエネルギーが大規模渦の下流側に供給され、逆に上流側では低速上昇流にエネルギーを補給するように脚部の渦運動が作用していることがわかる。ここでのピークレベルは A_{cX} や A_{cY} より高いが、これは w_c の寄与によるものではなく、秩序運動エネルギーのZ方向勾配 $\partial(u_c^2)/\partial Z$ が他方向の勾配よりも大きいことによる。 $Z/\delta=0.4$ では、 $Y/\delta \approx 0.5$ で正負分布域が上流側と下流側で逆転する市松模様の分布となっている。 $Z/\delta=0.4$ の断面では $Y/\delta \approx 0.5$ で内側から外側へと脚部渦軸が横切り、ここで低速上昇流に伴う秩序運動エネルギー u_c^2 はいったん0となったのち、 $Y/\delta \leq 0.5$ の下層側より現れる高速下降流に伴って再び増加するため、 $\partial(u_c^2)/\partial Z$ の符号が $Z/\delta \approx 0.5$ を境界として負から正へと反転する。このため、 $Y/\delta \leq 0.5$ の下層側は上層側や $Z/\delta=0.2$ の断面とは逆符号の分布となる。 $Z/\delta=0.6$ では再び $Z/\delta=0.2$ と同じ符号の分布配置に戻るが、これは $Z/\delta > 0.6$ には秩序運動が存在せず、全領域で $\partial(u_c^2)/\partial Z < 0$ となるためである。

5. 2 生成項の分布 図6～図9に生成項 P_c , P_{cY} , P_{cZ} , P_{BY} の分布を示す。既報⁽¹⁹⁾で示したように、 P_c の分布域(図6)は低速上昇流などの秩序運動の存在領域(図1)とよく対応しており、これらの領域で平均流よりエネルギー供給がなされることがわかる。 P_c は各項中で A_M と並びレベルが最も大きい。 P_{cY} (図7)の分布も秩序運動の顕著な $Z/\delta \leq 0.2$ と $Z/\delta=0.6$ に集中しているが、 $Z/\delta=0$ で見ると秩序運動(低速上昇流)の中心域ではなく、その周辺部に分布している。これは誘導速度勾配 $\partial u/\partial Y$ の大きい領域に相当する。一方、 P_{cZ} の分布は $Z/\delta=0.2 \sim 0.4$ の脚部渦軸近傍に集中しており(図8)、やはり誘導速度勾配 $\partial u/\partial Z$ の大きい領域で秩序運動の乱雑化が行われていることがわかる。このように P_c のレベルが各方向速度勾配の大きさにほぼ対応していることから、今回計測されなかった P_{cX} の分布

図6. 各T-Y断面内の秩序運動の生成項 P_c の分布(蔭田・佐々⁽¹⁹⁾より). 等値線のレベルは外側より順に $P_c \cdot \delta / U_\infty^3 = 1.0 \times 10^{-4}, 2.0 \times 10^{-4}, 5.0 \times 10^{-4}, 1.0 \times 10^{-3}$.

も A_{cx} や後述する D_x のように低速上昇流の上流側と下流側の $\partial u/\partial X$ の大きい領域に集中しているものと予測されるが、 X 方向速度勾配は各方向成分の中で最小と考えられる⁽¹⁹⁾ ため、 P_{rx} の寄与も小さいものと推測される。 P_{rz} の最高レベルは P_{ry} の約 2 倍であり、乱雑成分へのエネルギー消失は脚部渦管まわりで最大となる。

図 9 に示す P_{By} は 3 成分分解においても分離しきれ

図 7. 各 T - Y 断面内の乱雑変動の生成項 Y 方向成分 P_{ry} の分布. 等値線のレベルは外側より順に $P_{ry} \cdot \delta/U_\infty^3 = 0.1 \times 10^4, 0.2 \times 10^4, 0.5 \times 10^4, 1.0 \times 10^4$, 斑点部は $P_{ry} < 0$ の領域を示す。

図 8. 各 T - Y 断面内の乱雑変動の生成項 Z 方向成分 P_{rz} の分布. 等値線のレベルは外側より順に $P_{rz} \cdot \delta/U_\infty^3 = 0.1 \times 10^4, 0.2 \times 10^4, 0.5 \times 10^4, 1.0 \times 10^4, 2.0 \times 10^4$, 斑点部は $P_{rz} < 0$ の領域を示す。

図 9. 各 T - Y 断面内のバックグラウンド生成項 Y 方向成分 P_{by} の分布. 等値線のレベルは外側より順に $P_{by} \cdot \delta/U_\infty^3 = 0.1 \times 10^5, 0.2 \times 10^5, 0.5 \times 10^5$, 斑点部は $P_{by} < 0$ の領域を示す。

なかった時間平均相関量を含む項の 1 つである。これは秩序運動のエネルギーが秩序運動そのものをも含めて時間平均的な乱流変動に奪われる様子を表す⁽¹⁹⁾。レイノルズ応力 $-\overline{uv}$ は下層ほど大きい、 Z 方向にはほぼ一様である⁽¹⁵⁾ ため、 P_{By} の分布傾向は主に誘導速度勾配 $\partial u/\partial Y$ に依存する。すなわち、それは秩序渦度 ω_z の分布⁽²⁰⁾ に似ていると思われる。しかし、この項のレベルは P_{ry} や P_{rz} よりも 1 桁程度小さく、エネルギー収支に大きく寄与することはない。

5. 3 拡散項の分布 レイノルズ応力乱雑成分による拡散項 W_{ry} , W_{rz} の分布を図 10, 図 11 に示す。 W_{ry} の分布傾向は他の Y 方向成分とは異なり、 $Z/\delta \leq 0.2$ における低速上昇流の強い領域で正、その周囲で負の分布となっている。すなわち、秩序運動の周辺部では秩序運動エネルギーは拡散され、中心部では逆に集中する。等値線のレベルは A_M や P_c より低いが、 P_c 各成分と同程度であり、エネルギー収支に比較的大きく寄与する。 $Z/\delta = 0.6$ においても、高速下降流が顕著な $Y/\delta \leq 0.4$ で秩序運動を保持するようにエネルギーが集中するが、その下流側と上層上流側では逆に拡散している。

図 10. 各 T - Y 断面内の秩序運動による拡散項 Y 方向成分 W_{ry} の分布. 等値線のレベルは外側より順に $W_{ry} \cdot \delta/U_\infty^3 = 0.1 \times 10^4, 0.2 \times 10^4, 0.5 \times 10^4, 1.0 \times 10^4, 2.0 \times 10^4$, 斑点部は $W_{ry} < 0$ の領域を示す。

図 11. 各 T - Y 断面内の秩序運動による拡散項 Z 方向成分 W_{rz} の分布. 等値線のレベルは外側より順に $W_{rz} \cdot \delta/U_\infty^3 = 0.1 \times 10^4, 0.2 \times 10^4, 0.5 \times 10^4, 1.0 \times 10^4, 2.0 \times 10^4$, 斑点部は $W_{rz} < 0$ の領域を示す。

W_{rz} (図11)の場合は A_{cz} や P_{rz} などと異なり、対称面に正の大きな分布が認められる。大規模渦の平均像は左右対称であり、ここでは $\partial/\partial Z=0$ となるはずであるが、渦構造のゆらぎやわずかな非対称性などによっても $\partial/\partial Z \neq 0$ となり得る。しかし、秩序運動の最も強い領域でエネルギーが集中する様子は W_{ry} 分布の傾向とも一致しており、乱雑変動による拡散項の分布として妥当である。これより外側の $Z/\delta=0.2 \sim 0.4$ では負の分布が支配的であり、脚部渦軸近傍では秩序運動エネルギーが拡散して失われる。高速下降流の存在する $Z/\delta=0.6$ では再び正の分布となり、やはり秩序運動の最も強い領域にエネルギーが集中する傾向にある。

図12に示す W_{By} は、いずれも P_{By} の分布(図9)に似た下流方向に傾斜した大きな分布域を持つが、レベルは W_r の各方向成分に比べて1桁小さい。脚部渦軸の内側の $Z/\delta \leq 0.2$ では上流上層側に正の分布が存在し、大規模渦の背側で時間平均レイノルズ応力によるエネルギー集中が起こり、下流下層側では拡散する様子を示している。渦軸外側の $Z/\delta \geq 0.4$ ではその逆となる。

粘性拡散項 W_v の各成分の分布を図13～図15に示す。

図12. 各T-Y断面内の時間平均レイノルズ応力による拡散項Y方向成分 W_{By} の分布。等値線のレベルは外側より順に $W_{By} \cdot \delta / U_\infty^2 = 0.1 \times 10^{-6}, 0.2 \times 10^{-6}, 0.5 \times 10^{-6}, 1.0 \times 10^{-6}$ 、斑点部は $W_{By} < 0$ の領域を示す。

各方向成分ともレベルは W_r の1/100程度であり、大規模渦に伴う秩序運動の場合、粘性拡散の効果は極めて小さい。 W_{Vx} (図13)は大規模渦の背側で正、他で負となる分布であり、全体的には粘性により秩序運動が拡散する様子を表す。 W_{Vy} (図14)の場合には $Z/\delta \leq 0.2$ の対称面近傍のみの分布が顕著であるが、その分布傾向は P_{By} に類似している。 W_{Vz} (図15)は $Z/\delta=0$ に大きな負の分布域が認められるが、同じ低速上昇流の存在する領域にもかかわらず、やや外側の $Z/\delta=0.2$ は逆に正の分布となり、粘性効果が逆に秩序運動へエネルギーを与えるように作用している。すなわち、誘導速度勾配 $\partial u/\partial Z$ の大きいこの領域では粘性拡散により対称面からエネルギーが供給される。ただし、大規模渦の総エネルギーが粘性拡散により増加するわけではない。

5. 4 散逸項の分布 粘性散逸項の各方向成分 D_x, D_y, D_z の分布を図16～図18に示す。各成分ともに誘導速度勾配が最大の領域に分布が集中している。すなわち、 D_x では $Z/\delta=0$ の低速上昇流存在域の上流側と下流側(図16)、 D_y では低速上昇流の上流上層側と下流下層側(図17)、 D_z では脚部渦軸近傍の $Z/\delta=0.2 \sim$

図13. 各T-Y断面内の粘性拡散項X方向成分 W_{Vx} の分布。等値線のレベルは外側より順に $W_{Vx} \cdot \delta / U_\infty^2 = 0.2 \times 10^{-6}, 0.5 \times 10^{-6}, 1.0 \times 10^{-6}$ 、斑点部は $W_{Vx} < 0$ の領域を示す。

図14. 各T-Y断面内の粘性拡散項Y方向成分 W_{Vy} の分布。等値線のレベルは外側より順に $W_{Vy} \cdot \delta / U_\infty^2 = 1.0 \times 10^{-6}, 2.0 \times 10^{-6}, 5.0 \times 10^{-6}$ 、斑点部は $W_{Vy} < 0$ の領域を示す。

図15. 各T-Y断面内の粘性拡散項Z方向成分 W_{Vz} の分布。等値線のレベルは外側より順に $W_{Vz} \cdot \delta / U_\infty^2 = 1.0 \times 10^{-6}, 2.0 \times 10^{-6}, 5.0 \times 10^{-6}, 1.0 \times 10^{-5}$ 、斑点部は $W_{Vz} < 0$ の領域を示す。

0.4(図18)に集中している。これらのうち、分布域の広さから見て D_z の寄与が最も大きいと推測されるが、これはエネルギー散逸が大規模渦の脚部で最大となることを示している。Robinson⁽¹⁾は大規模渦頭部を構成するスパン方向渦より脚部の縦渦における散逸の方がはるかに大きく、それが主に平均速度勾配による渦伸張の効果であるとした。本大規模渦は瞬間像と異なり左

図16. 各T-Y断面内の粘性散逸項X方向成分 D_x の分布. 等値線のレベルは外側より順に $D_x \cdot \delta / U_\infty^3 = 0.1 \times 10^{-6}$, 0.2×10^{-6} , 0.5×10^{-6} , 分布は $D_x < 0$ の領域を示す。

図17. 各T-Y断面内の粘性散逸項Y方向成分 D_y の分布. 等値線のレベルは外側より順に $D_y \cdot \delta / U_\infty^3 = 0.5 \times 10^{-6}$, 1.0×10^{-6} , 2.0×10^{-6} , 分布は $D_y < 0$ の領域を示す。

図18. 各T-Y断面内の粘性散逸項Z方向成分 D_z の分布. 等値線のレベルは外側より順に $D_z \cdot \delta / U_\infty^3 = 0.5 \times 10^{-6}$, 1.0×10^{-6} , 2.0×10^{-6} , 分布は $D_z < 0$ の領域を示す。

右対称であるが、不規則変動により歪められた瞬間像を平均化した理想的なモデルとみなせば⁽²⁰⁾、本質的な構造に大きな違いはなく、 u_c 成分の脚部縦渦における散逸が大きいという点では一致している。ただし、粘性散逸各項のレベルも W_v 各項と同様に極めて小さく、大規模渦のエネルギー散逸は主に乱雑変動へのエネルギー供給という形で行われる。

5. 5 エネルギー方程式各項の収支 大規模渦に伴うエネルギー方程式各項の総量 Q を知るため、各項の等値線分布を次式により積分した。

$$Q = \iint \{q(T, Y) / \delta^2\} dX dY \quad \dots (12)$$

ここで、 $q(T, Y)$ は各T-Y断面に示した等値線の値(無次元量)を表す。積分は誘導速度場⁽¹⁴⁾および渦度場⁽²¹⁾から推定される大規模渦の存在範囲内で行った。計測点では大規模渦は局所平均流速で移動しており⁽²⁰⁾、X方向積分は各高さでの局所平均流速を用いて凍結仮説により時間積分を変換した。移流に伴う大規模渦の変化は比較的緩やかであり、凍結仮説による誤差は数%以内であると見積もられる。図19の計算結果では各方向成分の合計を表しているが、 P_r や W_r などの計測されなかった方向成分は含まれていないことに注意する必要がある。また、前述のように対流項 A_M および A_c の符号は一般のエネルギー収支の場合と逆である。

図から明らかなように、 P_c 、 P_r 、 W_r の三項が卓越し、続いて A_M がわずかに大きいことを除けば、他の項は0に近い。このことより、エネルギー収支で支配的な項は生成項 P_c 、 P_r および拡散項 W_r 、対流項 A_M であることがわかる。一般の変動エネルギー収支の場合^{(5)~(7)}と異なり、散逸項があまり寄与していないのは、本秩

図19. エネルギー方程式各項積分値のスパン方向分布. 各印は以下の量を式(12)に従って積分したもの. ■: A_M , □: A_c , ○: P_c , ●: P_r , ▽: W_r , ▲: W_v , ◇: D .

表1. エネルギー方程式各項の積分値

Mean Advection	A_M	19.96
Coherent Advection	A_c	-6.53
Lefthand side total		13.43
Coherent Production	P_c	281.13
Random Production	P_r	-234.48
Background Production	P_B	-3.03
Random Diffusion	W_r	-34.60
Viscous Diffusion	W_v	1.62
Background Diffusion	W_B	-0.32
Dissipation	D	-3.62
Righthand side total		6.64

序運動が変動エネルギー Spektral 中で積分尺度に相当する大規模運動であり、粘性の作用をほとんど受けないことによる。既報⁽¹⁹⁾でも示したように、 P_c は低速上昇流の起こる $Z/\delta=0$ と高速下降流の生じる $Z/\delta=0.6$ に2つのピークをもつが、これに対して P_r や W_r は渦軸近傍の $Z/\delta=0.2\sim0.3$ にも大きな値が見られる。これは P_{rz} や W_{rz} などの Z 方向成分の寄与による。すなわち、対称面などでは Y 方向の勾配 $\partial/\partial Y$ が大きい、渦による誘導速度 u_c があまり見られない $Z/\delta=0.4$ (図1)においても Z 方向勾配 $\partial/\partial Z$ が大きい値を取り得ることによるものである。

大規模渦に伴う各項の総計値を表1に示す。前述のように $X=600\text{mm}$ は大規模渦の減衰過程に相当するため、非定常項と対流項を合わせた実質微分が負であり、秩序運動エネルギーは減衰していなければならない。従って非定常項の符号は負であり、しかも対流項 A_M のレベルを大きく上回っていることが予想される。一方、右辺の合計は表に示すように正となっており、両辺の収支が整合するためには今回計測されなかった項の寄与が要求される。それらで支配的な項は P_{rx} 、 W_{rx} および、圧力速度相関項であると思われる。Hussain・Zaman⁽¹¹⁾ や Cantwell・Coles⁽¹²⁾ は自由せん断流中の秩序渦に関して乱流生成を求め、垂直応力による X 方向成分が無視できないことを示している。これらのうち P_{rx} は P_r の他方向成分と同様に負に寄与するものと考えられる。また、直接シミュレーションの結果⁽³⁾⁽¹³⁾ などから秩序渦と低圧領域の相関は確認されており、圧力速度相関項が大規模渦まわりで大きな値をもつと推測できる。さらに、秩序運動が平均流より直接エネルギーを供給されるのは主に u_c 成分であり、他の成分への伝達に関与する項が圧力速度相関項であることから

圧力速度相関項が負に寄与することは明らかである。もちろん、3方向成分全てを含めた秩序変動のエネルギー収支に関して言えば、圧力速度相関項は相殺され、負に寄与するものは主に P_r および W_r となる。表に示すように散逸項 D は P_r の1/100程度であり秩序運動の減衰にはほとんど寄与しない。もっとも、本結果は境界層中で最も大規模な秩序渦を対象としたものであり、境界層底層に存在するような、より小さな秩序渦に関しては散逸項が大きく寄与するものと予想される。本大規模渦では、秩序運動の減衰はそれより小規模な変動である乱雑変動へのエネルギー供給と乱雑変動による秩序構造自体の拡散によってなされる。

6. 結 論

- (1) 乱流境界層中で人為的に発達させた大規模秩序渦に伴う秩序運動エネルギー方程式各項の立体的分布が実験的に求められた。
- (2) 各項とも X , Y 方向成分については低速上昇流に伴う対称面近傍に分布が集中するが、 Z 方向成分については $\partial/\partial Z$ が大きい脚部渦軸近傍の $Z/\delta=0.2\sim0.4$ に集中することが多い。
- (3) 方程式中で支配的な項は生成項 P_c や P_r 、拡散項 W_r 、対流項 A_M であり、他はそれらより1~2桁程度小さい。
- (4) 秩序運動エネルギーは粘性散逸するのではなく、乱雑変動にエネルギーを与えることと、乱雑変動により拡散されることによって減衰する。

参 考 文 献

- (1) Corrsin, S., Naval Hydrodyn. Publ. 515 Ch. XV (1957) 373.
- (2) Kline, S.J., Reynolds, W.C., Schraub, F.A. & Runstadler, P.W., *J. Fluid Mech.*, 30 (1967) 741.
- (3) Robinson, S.K., NASA TM 103859 (1991).
- (4) Head, M.R. & Bandyopadhyay, P., *J. Fluid Mech.*, 107 (1981) 297
- (5) Klebanoff, P.S., NACA TN NO. 3178, (1954).
- (6) Wygnanski, I. & Fiedler, H.E., *J. Fluid Mech.*, 38 (1969) 577.
- (7) Townsend, A.A., *Proc. Roy. Soc. London*, 197A (1949) 124.
- (8) Hussain, A.K.M.F., *Phys. Fluids*, 26 (1983) 2816.
- (9) Hussain, A.K.M.F. & Reynolds, M.C., *J. Fluid Mech.*, 41 (1970) 241.
- (10) Molloy-Christensen, E., *AIAA J.* 9 (1971) 1217.
- (11) Hussain, A.K.M.F. & Zaman, K.B.M.Q., *J. Fluid Mech.*, 159 (1985) 85.
- (12) Cantwell, B. & Coles, D., *J. Fluid Mech.*, 136 (1983) 321.
- (13) 笠木・ほか3名, 機械学会第70回全国大会講演論文集(C) (1992) 515.
- (14) 蔦田・ほか3名, 機論, 55-511 B (1989) 606.
- (15) 蔦田・ほか3名, 機論, 55-516 B (1989) 2172.
- (16) 蔦田・ほか2名, 機論, 56-524 B (1990) 911.
- (17) Kovaszny, L.S.G., Kibens, V. & Blackwelder, R.F., *J. Fluid Mech.*, 41 (1970) 283.
- (18) Brown, G.L. & Thomas, A.S.W., *Phys. Fluids*, 20 (1977) S243.
- (19) 蔦田・佐々, 機論, 59-558 B (1993) 326.
- (20) 蔦田・佐々, 機論, 58-548 B (1992) 997.
- (21) 蔦田・佐々, 機論, 57-533 B (1991) 30.