磁性流体によって駆動される円管内液柱の運動*

小池 和雄^{*1}, 後藤 聡^{*2}, 佐藤 彰^{*1}

Motion of Liquid Column Driven by Magnetic Fluid in a Circular Tube

Kazuo KOIKE, Satoshi GOTO and Akira SATO

The motion of a liquid column in a circular tube, driven by the motion of a magnetic fluid under an oscillating magnetic field in the axial direction, is studied experimentally. Nondiluted hydrocarbon-based magnetic fluid and a kind of fluorocarbon are employed as working fluids. The displacement of the magnetic fluid column becomes larger than that reported in the previous work. However, the magnetic fluid column is separated from the driven liquid at the interface in the frequency range where the displacement is expected to increase. For a U-tube of constant diameter, the time variation of displacement shows a distorted waveform in the lower frequency range due to smaller hydraulic loss, although the displacement is considerably large even in the case of rather weak input current to the solenoid. Numerical analyses are also carried out using conditions similar to those of the experiments. The predicted results agree well with experimental data in the case of no separation at the interface.

Key Words: Magnetic Fluid, Pipe Flow, Oscillatory Flow, Flow Control, Numerical Analysis, Viscous Flow

1. 結 言

磁場下での磁体流体は、流体自身が磁化することにより磁気体積力の作用を受け、磁場に応答していくつかの興味ある挙動を示す。このような磁気的な機能を有する流体としての特質から、磁性流体はさまざまな分野で関心を集めており、軸シールや軸受など磁性流体を磁気力によって保持した応用機器の実用化、さらには新しい応用機器開発のための基礎研究が行われてきている⁽¹⁾⁽²⁾。

一方、磁場下での磁性流体に作用する磁気力は、磁場の強さや分布を変化させることによって変えることができ、例えば変動磁場を印加して磁性流体液柱に往復動を誘起させることもできる^{(3)~(5)}。このような特性に着目して、著者らはこれまで印加する磁場強さを変えることにより誘起される磁性流体液柱の運動を、流体運動の駆動源として応用するための基礎研究を行ってきた^{(6)~(8)}。これらの研究では、管径の異なる円管からなるモデル管を用い、管路抵抗などの影響も含めた変動磁場下での液柱運動の特性についておもに検討

を行った。また、磁性流体液柱の運動を外部に伝達する場合には、より低粘度の液体を用いるのが効果的であると考えられることから、被駆動液体部分には蒸留水を用い、磁性流体をこれよりも密度が低くなるように希釈して用いてきた。

本研究ではこれまでの研究をさらに進展させ、より大きな磁気力の変化が得られるように磁性流体を希釈せずに原液のまま使い、被駆動液体部分にはこれよりも密度が高く粘度の低い液体を用いて、これまでと同様なモデル管内での液柱運動の特性について検討を行った。さらに、装置の小形化と省電力化の観点から、磁性流体液柱に磁場を印加するソレノイドを小形化し、内径が一樣で管断面積の変化に基づく損失を考慮する必要のないU字管内での特性についても検討を行った。

おもな記号

 A_{p-p} : 変位全振幅 B : 磁束密度 d : 円管内径 f : 振動数 g : 重力の加速度 H : 磁場の強さ

* 原稿受付 平成6年4月19日。

^{*1} 正員, 東北学院大学工学部 (〒985 多賀城市中央1-13-1)。^{*2} 学生員, 東北学院大学大学院。

- i : ソレノイドへの供給電流
 I : 磁化の強さ
 K : ディーン数 $= Re\{d/(2R)\}^{1/2}$
 l : 液柱の長さ
 p : 圧力
 R : 管中心軸の曲率半径
 Re : レイノルズ数 $= vd/\nu$
 T : 液温
 v : 流速
 Wo : ウォマスリ数 $= (d/2)(2\pi f/\nu)^{1/2}$
 z_{20} : 磁場中心からの磁性流体液柱上端初期高さ
 δ : 位相差
 ζ : 損失係数
 η : 粘度
 θ : 接触角
 λ : 管摩擦係数
 ν : 動粘度
 ρ : 密度
 σ : 界面張力

添 字

- 0: 非磁性流体液柱の上端(開放側)
 1: 磁性流体と非磁性流体の界面
 2: 磁性流体液柱の上端
 f : 非磁性流体
 m : 磁性流体
 n : 細管部
 w : 主管部

2. 実験装置および方法

磁性流体液柱の運動を流体運動の駆動源として応用するためには、幅広い流動条件下での特性を知る必要があることから、これまで管断面の異なる管からなるモデル管を用いて検討を行ってきた。本報では、まず既報^{(6)~(8)}と同様に、図1(a)に概略を示すような、下端が閉じられ上端が開放された内径 d_w の2本の円管(主管部)とその下部でこれらを連結する内径 d_n の細管からなるモデル管を用いて検討を行った。また、駆動源としての磁性流体には炭化水素ベース磁性流体(フェリコロイド HC-50, 25°Cで $\nu=12.8 \text{ mm}^2/\text{s}$, $\zeta=1390 \text{ kg/m}^3$, $\sigma=26 \text{ mN/m}$)を希釈せずに用い、被駆動液体には予備実験からこれと最もよい組合せとなると考えられた HC-50 よりも密度が高くて粘度が低いふっ素系不活性液体(フロリナート FC-40, 25°C, $\nu=2.2 \text{ mm}^2/\text{s}$, $\zeta=1870 \text{ kg/m}^3$, $\sigma=16 \text{ mN/m}$)を用いた。実験手順は既報^{(6)~(8)}と同様であり、モデル管内に主管部の合計長さ $l_f (=l_{f1}+l_{f2})$ の FC-40 と片方

$$l_f = l_{f1} + l_{f2}$$

(a)

1. Magnetic Fluid, 2. Non-magnetic Fluid, 3. Solenoid

(b)

図1 モデル管の概略

の主管の FC-40 の上に長さ l_m の HC-50 を入れた。次に、HC-50 の入った主管側に設置したソレノイドに、 $i_o[\text{A}]$ のオフセット電流を流すことにより軸方向定常磁場を発生させて磁性流体液柱を保持し、ソレノイド中心から磁性流体液柱上端までの距離 z_{20} が設定値になるようにモデル管の位置を調節した。さらに、 i_o に所定の振動数 f で振幅 $\Delta i[\text{A}]$ の正弦波状または方形波状の変動電流を付加して変動磁場を発生させ、液柱の運動を誘起した。このときのソレノイドへの供給電流 i は次式で表される。

$$i = i_o + \Delta i g(ft) \dots\dots\dots (1)$$

ここで、

1. Test Pipe, 2. Solenoid, 3. Ultrasonic Displacement Sensor, 4. Controller, 5. Axial Probe, 6. Gaussmeter, 7. Waveform Analyzer, 8. Ammeter, 9. Power Supply, 10. Function Generator, 11. Coordinate Measuring Machine

図 2 測定系の概略

i_o : オフセット電流

Δi : 変動電流の振幅

$g(ft)$: 正弦波状の場合, $g(ft) = \sin 2\pi ft$

方形波状の場合,

$n < ft < (n+1/2)$ で $g(ft) = 1.0$

$ft = n/2$ で $g(ft) = 0$

$(n+1/2) < ft < (n+1)$ で $g(ft) = -1.0$

さらに, 図 1 (b) に概略を示すような内径が一樣な U 字管についても同様な手順で実験を行った。なお, この場合には液柱長さの短縮化や管路の小形化も念頭に入れ, 新たに製作した小形のソレノイドを用いた。

図 2 には測定システムの概略を示す。液柱の変位は, 磁性流体が入っていない側の主管の上方に設置した超音波変位センサにより液面の位置を検知し, 超音波変位計を介した信号を波形解析装置に入力して, 定常状態に達した後の表示波形から求めた。また, 磁束密度の変化については, 基準位置に設置した測定端子からの信号をガウスメータを介して波形解析装置に入力し, 変動波形がソレノイドに供給される変動電流の波形と同様であることや, 振幅が振動数によらず一定であることを確認し, 同時に液柱変位との位相差 δ を求めた。

3. 理論的考察

図 1 (a) のモデル管内の液柱運動の特性を理論的に求めるため, 実験と同様な解析モデルを考える。管摩擦損失や主管部から細管部および細管部から主管部へ流れる際の流入および流出損失などの諸損失や管が細くなった場合に重要性が増すと考えられる界面での張

力を考慮すると, モデル管内の液柱運動を支配する方程式は次式のように表すことができる。

$$\begin{aligned} & [\rho_f \{l_f + l_n (d_w/d_n)^2\} + \rho_m l_m] dv_w/dt \\ & + \lambda_w (l_w/d_w) \rho_f v_w^2/2 + \lambda_n (l_n/d_n) \rho_f v_n^2/2 \\ & + \lambda_m (l_m/d_w) \rho_m v_w^2/2 + (\zeta_{nw} + \zeta_{wn} + \zeta_w) \rho_f v_w^2/2 \\ & + \zeta_n \rho_f v_n^2/2 + \zeta_m \rho_m v_w^2/2 \\ & + \rho_f g(2\Delta z - x) + \rho_m g l_m + p_0 - p_2 \\ & + (4/d_w)(\sigma_0 \cos \theta_0 - \sigma_1 \cos \theta_1 - \sigma_2 \cos \theta_2) \\ & - \int_{z_1}^{z_2} I(dH_z/dz) dz = 0 \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

層流を仮定し, 管摩擦係数 λ を層流の場合の式で置き換え, さらに磁性流体部分での磁場の影響による見掛け粘度の増加を考慮して, 補正係数 C_m を導入した。また, 主管部から細管部および細管部から主管部へ流れる際の流入および流出損失係数は, 変位の大きな領域の Re_w (d_w を代表長さとするレイノルズ数) に対応する定常流の場合の予備実験結果に基づき, $\zeta_f = C_{f0}/Re_w$ [ここで, $\zeta_f = \zeta_{nw} + \zeta_{wn} + \zeta_w + (d_w/d_n)^4 \zeta_n$] で近似した。さらに, 初期条件および速度と変位の関係を用いて式の変形を行い, Δz を z で置き換えて表すと, 次式が得られる。

$$dz^2/dt^2 + \{\alpha'_1 + \alpha'_2 (dz/dt)\} dz/dt + \alpha_3 z = F \dots\dots (3)$$

ここで,

$$\alpha'_1 = \alpha_1 + (1/C_1) \{ \eta_f C_{f0} / (2d_w) \},$$

$$\alpha'_2 = (1/C_1) \rho_m \zeta_m / 2,$$

$$\alpha_1 = C_2/C_1, \alpha_3 = 2\rho_f g/C_1, F = (F_m + F_\sigma)/C_1$$

$$F_m = \int_{z_1}^{z_2} I(dH_z/dz) dz - \int_{z_{10}}^{z_{20}} I(dH_z/dz) dz$$

$$\begin{aligned} F_\sigma = & (4/d_w) [\sigma_{00} \cos \theta_{00} \{ 1 - \sigma_0 \cos \theta_0 / (\sigma_{00} \cos \theta_{00}) \} \\ & - \sigma_{10} \cos \theta_{10} \{ 1 - \sigma_1 \cos \theta_1 / (\sigma_{10} \cos \theta_{10}) \} \\ & - \sigma_{20} \cos \theta_{20} \{ 1 - \sigma_2 \cos \theta_2 / (\sigma_{20} \cos \theta_{20}) \}] \end{aligned}$$

$$C_1 = \rho_f \{ l_f + l_n (d_w/d_n)^2 \} + \rho_m l_m$$

$$C_2 = (32\eta_f/d_w^2) [\{ l_f + (d_w/d_n)^4 l_n \} + (\eta_m/\eta_f) C_m l_m]$$

また, 内径が一樣な U 字管の場合には, 被駆動液体部分を直管部の長さ l_s , 曲がり管部の長さ l_c (したがって, $l_f = l_s + l_c$) に分けて考えると, 基礎方程式は次式のように表すことができる。

$$\begin{aligned} & (\rho_f l_f + \rho_m l_m) dv/dt + \lambda_s (l_s/d) \rho_f v^2/2 \\ & + \lambda_c (l_c/d) \rho_f v^2/2 + \lambda_m (l_m/d) \rho_m v^2/2 \\ & + \rho_f g(2\Delta z - x) + \rho_m g l_m + p_0 - p_2 \\ & + (4/d_w)(\sigma_0 \cos \theta_0 - \sigma_1 \cos \theta_1 - \sigma_2 \cos \theta_2) \\ & - \int_{z_1}^{z_2} I(dH_z/dz) dz = 0 \dots\dots\dots (2)' \end{aligned}$$

ここで,

λ_c : 曲がり部での管摩擦係数

λ_s : 直管部での管摩擦係数

前述のモデル管の場合と同様に層流を仮定し, λ_s を層

流の式で置き換える。また、 λ_c は $K < 13.5$ では直管の管摩擦係数に一致するものとし、 $K \geq 13.5$ の場合には次式で補正した⁽⁹⁾。

$$\lambda_c/\lambda_s = 21.5K/(1.56 + \log_{10} K)^{5.73} \dots\dots\dots (4)$$

前の場合と同様に初期条件等を用いて式の変形を行うと次式が得られる。

$$dz^2/dt^2 + \alpha_4 dz/dt + \alpha_5 z = F \dots\dots\dots (3)'$$

ここで、

$$\alpha_4 = C_2/C_1', \alpha_5 = 2\rho_f g/C_1', F = (F_m + F_\sigma)/C_1'$$

$$C_1' = \rho_f l_f + \rho_m l_m$$

$$C_2 = (32\eta_f/d^2)[\{l_s + G(\nu)l_c\} + (\eta_m/\eta_f)C_m l_m]$$

$$G(\nu) = 21.5K/(1.56 + \log_{10} K)^{5.73}$$

ソレノイドの磁場分析と磁場こう配は、既報^{(6)~(8)}と同様に測定値とのよい一致が得られた式⁽⁶⁾で近似した。また、磁性流体の磁化の強さ I もこれまでと同様に磁性粒子の粒径が対数正規分布であると仮定した式から求めた⁽¹⁰⁾。

計算では図1(a)のモデル管については式(3)、図1(b)のU字管については式(3)'をそれぞれの設定条件の下で数値的に解き、液面の変化や変動磁場と変位との位相差などの諸量を求めた。

4. 実験結果および数値計算との比較

実験では主管の内径 d_w が 10.7 mm、細管の内径 d_n と長さ l_n がそれぞれ 5.5 mm と 80 mm のモデル管について、液柱長さ l_f 、 l_m をそれぞれ 160、120 mm として検討を行った。数値計算では、 ζ_f についての予備実験結果に基づき $C_{f0} = 10\,000$ と仮定した。さらに、 $\alpha_2 = 0$ として式の線形化をはかり、計算時間を短縮させた。また、界面張力については、磁場下での変化を適切に評価するデータが得られていないことや、今回測定に用いた管の内径が 10.7 mm と比較的大きく、その影響が小さいと考えられることから、一定と仮定して計算を行った。

図3 振動特性に及ぼす磁場条件の影響

図3には結果の一例として、これまでの作動流体が 20 wt% の HC-50 と蒸留水の場合^{(6)~(8)}と同様に、ソレノイドへの供給電流が $i_o = 8$ A、 $\Delta i = 4$ A の場合の変動電流の振動数 f に対する変位全振幅 A_{p-p} の変化の様相について、磁性流体液柱上端の初期高さ z_{20} が 0 mm と 10 mm で正弦波状変動磁場の場合の結果を示す。この条件では作動流体が 20 wt% の HC-50 と蒸留水の場合の結果に比べ f の比較的高い領域では大きな変位が得られた。しかしながら、より大きな変位が得られると考えられる f の領域で磁性流体部分が被駆動液体との界面で被駆動液体と分離し、被駆動液体部に磁性流体液柱の運動が効果的に伝達されなかった。この傾向は変位がより大きくなると考えられる $z_{20} = 0$ mm の場合のほうが顕著であった。図3中にはこれと対比するため、 $i_o = 8$ A、 $\Delta i = 4$ A で作動流体が 20 wt% の HC-50 と蒸留水の場合と同程度の A_{p-p} が得られた $i_o = 5$ A、 $\Delta i = 3$ A の場合の結果もあわせて示した。計算結果は、磁性流体が被駆動液体と界面で分離しなかった $i_o = 5$ A、 $\Delta i = 3$ A の場合には測定値とよく一致した。また、 $i_o = 8$ A、 $\Delta i = 4$ A の場合でも界面で分離しない領域では測定結果とよく一致した。

方形波状変動磁場の場合には $i_o = 8$ A、 $\Delta i = 4$ A の印加磁場条件で界面で分離する領域はさらに広がるが、 f に対する A_{p-p} の変化の様相については同様の結果が得られた。変動磁場波形の影響については、予想されたように方形波状の場合のほうが正弦波状の場合に比べ大きな A_{p-p} が得られた。しかしながら、変位の時間変化波形は正弦波状の場合が一般に正弦曲線に近い変化を示したのに対し、方形波状の場合には、低い f の領域でこれよりもひずみの大きな変位波形を示した。

今回被駆動液体として用いた FC-40 は動粘度が、従来の蒸留水に比べて 2 倍以上も高いことから、レイノルズ数 Re_w も低くなる。ここでの測定結果から求め

図4 振動流のレイノルズ数 Re_{os} とウォマスリ数 Wo

た振動流のレイノルズ数 $Re_{os}(=u_{os}d/\nu)$ ：ここに、 u_{os} ：管断面平均流速の振幅)とウォマスリ数 Wo の領域は、振幅が最も大きな方形波状変動磁場で $z_{20}=0$ mm の場合でも図4に示されるように層流域内⁽¹¹⁾にあった。しかしながら、界面で分離せず運動がそのまま伝達された場合には、 Re_{os} が最も高い細管部では乱流域にまで達し、抵抗も急増するものと考えられる。したがって、これも液柱が分離する遠因となっているものと考えられる。

図5には振動特性に及ぼす z_{20} の影響について、 $i_o=5$ A, $\Delta i=3$ A で方形波状変動磁場の場合の実験結果を示す。従来の被駆動液体として蒸留水を用いた場合と同様に、 z_{20} が小さくなるにつれて f の低い領域では A_{p-p} が大きくなり、その最大値も増加した。しかしながら、磁性流体液柱上面の位置をさらに下げて z_{20} を -20 mm とした場合には、 f が低い領域の A_{p-p} は大きくなるが、 A_{p-p} が最大となる f の値は減少した。また、印加磁場条件の振動特性に及ぼす影響について検討するため、 i_o を下げ、 Δi を上げて $i_o=4$ A, $\Delta i=4$ A とした場合の結果は、 $i_o=5$ A, $\Delta i=3$ A の場合に比べて大きな A_{p-p} が得られた。

図6には定常磁場下での基準位置 z_{20} に対する液面

図5 振動特性に及ぼす z_{20} の影響

図6 上下方向への変位

の上下方向への変位について、 $z_{20}=0$ mm で方形波状変動磁場の場合の結果を示す。ここで、 A_u は磁場の増加による z_{20} からの上昇部分、 A_d は磁場の減少による下降部分を示す。 $i_o=5$ A, $\Delta i=3$ A の場合には上下方向への変位は対称とはならず、 A_u が A_d よりもかなり大きいという結果が得られた。上下方向への変位についての従来の計算値は測定値とのよい一致が得られなかったが、図6中にも示されるように今回の計算結果は測定値と非常によく一致した。また、この印加磁場条件の場合には z_{20} を変化させた場合に A_u のほうが A_d に比べて大きく変化した。 $i_o=8$ A, $\Delta i=4$ A の場合も境界が分離しない高い f の領域では計算と測定結果はよく一致した。より大きな変位が得られると考えられた低い f の領域では液柱が界面で分離したが、 A_u の測定結果は計算値よりかなり小さくなっており、液柱が引き上げられる際に分離したことを示している。これに関連して、液柱が引き上げられる際の実速度と加速度を計算から求めたが、液柱の分離は速度と密接に関連しており、 $i_o=8$ A, $\Delta i=4$ A の場合の f と最大速度 v_{max} の関係を示した図7からも明らかに、引き上げられる際の v_{max} がほぼ 0.15 m/s を超えると液柱は分離した。また、変動磁場と変位の位相差 δ について整理した結果は、 $\delta/\pi=0.5$ での f が

図7 上下方向速度の最大値

図8 位相差

図9 振動特性(U字管)

図10 変位の時間変化

磁気力の変化が大きい $i_0=8\text{ A}$, $\Delta i=4\text{ A}$ のほうが $i_0=5\text{ A}$, $\Delta i=3\text{ A}$ の場合に比べわずかに減少することを示した。

磁性流体液柱の運動を外部に伝達するには、より低い粘度の液体を用いるのが効果的であると考え、本研究でも被駆動液体には HC-50 よりも粘度が低い FC-40 を用いた。これによる特性の変化を検討するために、被駆動液体部分にも HC-50 を用いて測定を行った。被駆動液体部も HC-50 の場合には、 A_{p-p} は小さくなり、最大変位が得られる f も低下した。また、図8の方形波状変動磁場で、 $i_0=5\text{ A}$, $\Delta i=3\text{ A}$ の場合の結果にも示されるように、位相差 δ は粘性減衰のある強制振動における減衰比の大きな場合と同様な位相差曲線を示した。

さらに、装置の小形化、省電力化の観点から、図1(b)に概略を示すような管断面の変化による損失を考慮する必要がない内径の様な U 字管 ($d=9.8\text{ mm}$, $R=22.0\text{ mm}$) について、正弦波状変動磁場を印加して検討を行った。なお、測定にはこれにあわせて小形化したソレノイドを用い、液柱長さ l_m , l_f はそれぞれ 60, 160 mm とした。図9には $z_{20}=10\text{ mm}$ の場合の f に対する A_{p-p} の変化を示す。このモデル管では管路内での損失が小さいことにより、 Δi が 1 A と小さな場合 ($i_0=3\text{ A}$) でも比較的大きな変位が得られた。また、磁性流体液柱長さが短くなったことも一つの要因であると思われるが、最大の A_{p-p} が得られる f も従来のモデル管の場合のほぼ2倍となった。さらに、 Δi を大きくして 2 A とした場合 ($i_0=4\text{ A}$) には、最大の変位が得られると考えられる領域で磁性流体液柱が FC-40 との界面で分離した。さらに、最大の変位が得られる f のほぼ半分の f で現れた極大値も明確になった。加えて、低い f の領域では、図10に一例を示したように、変位の時間変化波形が乱れる傾向が見られた。これは粘性減衰のある振動系の過渡応答における減衰比が小さく、整定時間が長い場合の現象と類似している。したがって、滑らかな変位の時間変化波形を得るためには、ある程度の適切な損失が必要である。図10中に実線で示した計算結果は、 $i_0=3\text{ A}$ で $\Delta i=1\text{ A}$ の場合には定性的には測定結果と一致した。なお、この場合も計算では界面張力を一定としたが、液柱が界面で分離しない場合には、本数値計算により内径の様な U 字管内での振動特性をほぼ予測できるものと考えられる。また、変動磁場と変位との位相差 δ は、共振点 ($\delta/\pi=0.5$) 付近で δ が従来のモデル管よりも急激に変化しており、従来のモデル管に比べ減衰比の小さい位相差曲線の特性を示した。

5. 結 論

磁気力の変化を利用した磁性流体の運動によって駆動される円管内液柱の運動について、実験的ならびに理論的な検討を行った。得たる結果を要約すると次のようになる。

- (1) 磁性流体を希釈することなく原液のまま用いることにより、従来よりも大きな変位が得られたが、条件によっては被駆動液体との界面で分離するため、被駆動液体部に運動を効果的に伝達できない場合もある。
- (2) この液柱の分離は磁性流体液柱が引き上げられる際の最大速度がある値を超えると発生した。
- (3) 内径が様な U 字管を用いることにより、

ソレノイドへの供給電流が小さな場合でも十分に大きな変位が得られた。しかしながら、損失が小さいため低振動数の領域で変位の時間変化波形が乱れることから、滑らかな変位波形を得るにはある程度の適切な抵抗も必要である。

なお、本研究は平成5年度文部省科学研究費補助金(一般研究C)の補助を受けて行われた。ここに付記し感謝の意を表する。

文 献

- (1) 日本機械学会編, 電磁力応用機器のダイナミックス, (1990), 63, コロナ社.
- (2) 小池, 機械の研究, 44-1(1992), 199.
- (3) 神山・Htwe, J., 小池・小山, 機論, 53-494, B(1987), 3014.
- (4) 佐藤・小山・小池・神山, 機論, 57-534, B(1991), 520.
- (5) 小池・佐藤・青木・加川, 第2回電磁力関連のダイナミックス講演論文集, (1991), 221.
- (6) 小池・佐藤, 機論, 59-557, B(1993), 81.
- (7) Koike, K. and Sato, A., *J. Magn. Magn. Mater.*, 122-1~3(1993), 217.
- (8) 小池, 機論, 59-562, B(1993), 1804.
- (9) 日本機械学会編, 技術資料管路・ダクトの流体抵抗, (1979), 69, 日本機械学会.
- (10) Chantrell, R. V., Popplewell, J. and Charles, S. W., *IEEE Trans. Magn. Mag.*, 14(1978), 975.
- (11) 近江・井口, 機論, 47-418, B(1981), 993.