LSI パッケージ搭載用ピンフィン形ヒートシンクの
噴流冷却特性に関する実験的検討*近 藤 義 広*¹, 松 島 均*²Experimental Study of Impingement Cooling of Heat Sinks
for LSI Packages with Pin-Fin Arrays

Yoshihiro KONDO and Hitoshi MATSUSHIMA

This paper describes an experimental study of impingement cooling characteristics of heat sinks with pin-fin arrays. The experiments are performed with a variety of pin-fin arrays. For enhancing impingement cooling, one inlet orifice over the center of the heat sink is found to be the best geometric structure. The optimum orifice diameter is about 1/3 of the heat sink width. The optimum pin-fin diameter is about 0.5 mm for low blower power, and increases to 1.0 mm as the blower power increases. When the pin-fin diameter and the pin-fin number are constant, the heat transfer rate increases with increasing pin-fin height, but becomes almost constant when the pin-fin height is 10 mm or more. If the heat sink area or the pin-fin number is constant, the heat transfer rate reaches an optimum value when the ratio of the pin pitch to the pin-fin diameter reaches approximately 2~2.5. By increasing the total surface area of the heat sink, the heat transfer rate per unit blower power increases, with a maximum value of about 5 to 6 times the fin base heat transfer rate without a heat sink.

Key Words: Forced Convection, Heat Transfer, Impingement Cooling, Heat Sink, Pin Fin, Experimental Study, Thermal Resistance, Pressure Drop

1. 緒 言

電子機器、熱交換器等をはじめとする各種機器において、冷却性能の向上が早急に求められている。特に、コンピュータではダウンサイジング化による、きょう体および基板実装の高密度化が急速に進展しており、それに伴い、発熱密度の上昇という問題点が生じてきている。この問題点の解決策として衝突噴流が注目されてきている。衝突噴流に関する検討は、平滑板^{(1)~(6)}、もしくは微小な凹凸形状^{(7)~(10)}がある場合については多数行われているが、ヒートシンク状の物体に対しての噴流冷却性能の検討例^{(11)~(14)}は少なく、その系統的検討は、ほとんどなされていない。そこで、本研究では、媒体流体に空気を取り上げ、平板フィンなどと比べ、流れ方向に対する伝熱性能の指向性の少ない⁽¹⁵⁾ピンフィンを用いた場合のヒートシンクの噴流冷却特性について、種々の面から実験的に検討することを目的とする。

記 号

A_f : ヒートシンク放熱面積 m^2
 A_0 : ヒートシンク底部面積 m^2
 B : ヒートシンク底部高さ m
 D_1 : 噴流孔タイプ1の孔径 m
 D_2 : 噴流孔タイプ2の孔径 m
 D_3 : 噴流孔タイプ3の孔径 m
 d : ピンフィン径 m
 G : ピンフィン-噴流孔間のすきま m
 H : ヒートシンク高さ m
 H_f : フィン高さ m
 h_0 : ヒートシンクがない場合の底部面積での熱伝達率 $W/(m^2 \cdot K)$
 h_f : ヒートシンクの底部面積基準の熱伝達率 $W/(m^2 \cdot K)$
 N_f : ピン本数
 P : ピンピッチ m
 P_f : ファン動力 W
 Q : 冷却風量 m^3/min
 R_{ca} : ヒートシンク-空気間の熱抵抗 $^{\circ}C/W$
 T_{∞} : 入口空気温度 $^{\circ}C$
 T_c : ヒートシンクベース温度 $^{\circ}C$

* 平成4年5月29日 第29回日本伝熱シンポジウムにおいて講演、原稿受付 平成6年5月9日。

*¹ 正員、(株)日立製作所オフィスシステム事業部(〒243-04 海老名市下今泉810)。

*² 正員、(株)日立製作所機械研究所(〒300 土浦市神立町502)。

t : スリット噴流孔幅 m
 W : 正味の発熱量 W
 ΔP : 圧力損失 Pa

2. 実験装置および方法

図1に本研究で用いた実験装置の概要を示す。風洞は吐出し式であり、空気流量は整流洞(出口側プレナム)とJIS標準ノズルを用いて測定する。テストセクションは風洞の前縁に位置し、その流路断面形状は幅が250 mmとヒートシンクの幅60 mmに比べて十分に大きい。さらに、その高さはヒートシンクのフィン高さ H_f 、ヒートシンクの上端部と噴流孔との距離(ギャップ G)などの影響を検討できるように可変とする。また噴流チャンバの形状は250 mm×250 mmであり、その中には整流金網が設けられている。冷却風は噴流チャンバ内で一様流速化され、噴流孔から流出し、テストセクション、整流洞を通して、外気に放出される。ヒートシンクはフィルムヒータにより加熱量

図1 実験装置概要

type	d (mm)	Nf	P (mm)	Hf (mm)	Af (×10 ⁻² m ²)	type	d (mm)	Nf	P (mm)	Hf (mm)	Af (×10 ⁻² m ²)
1	0.3	3600	0.98	9.0	3.4	14	0.5	1681	1.43	18.0	5.1
2	0.4	2704	1.13	9.0	3.4	15	↑	3025	1.07	↑	8.9
3	0.5	2116	1.28	4.0	1.7	16	0.5°	529	2.50	↑	2.3
4	↑	1089	1.76	9.0	1.9	17	↑	4096	0.92	↑	15.1
5	↑	2116	1.28	9.0	3.4	18	2.0	289	3.33	↑	3.6
6	↑	2116	1.28	14.0	5.0	19	3.0	121	5.00	↑	2.5
7	↑	1024	1.82	19.0	3.4	20	0.26	2209	1.25	↑	3.6
8	1.0	1089	1.76	9.0	3.4	21	↑	3025	1.07	↑	4.8
9	↑	144	4.61	18.0	1.2	22	↑	4356	0.90	↑	6.8
10	↑	265	3.53	18.0	2.0						
11	↑	529	2.50	18.0	3.5						
12	1.5	1089	1.76	9.0	5.0						
13	2.0	529	2.50	9.0	3.4						

$$R_{ca} = \frac{T_c - T_{\infty}}{W}$$

$$H = H_f + B, B = 1 \text{ mm}$$

$$Wd = L = 60 \text{ mm}$$

図2 ピンフィン形ヒートシンクの寸法形状

が一定になるように加熱され、その下部の銅板に9個の温度測定点(校正済みの線径が0.1 mmの銅-コンスタンタン熱電対)が設けられている。なお、9個の測定点は、平均温度が正確に測定できるようにガウス・ルジャンドルの数値積分点⁽¹⁶⁾に対応した位置に設けられている。それらの重み付けした平均値をヒートシンクのベース温度とする。例えば、今回の実験での9点の測定値の分布幅(平均値と最大値、最小値の差)は平均温度上昇値に対し、+9〜−6%程度であり、今回対象とする60 mm角程度の大きさのヒートシンクについては、各噴流孔の形状に対して、極端な差は見られない。なお、同一ヒートシンクに対する相対温度の測定値のばらつきは、3%程度である。また、銅板の下部は断熱してある。圧力損失としては噴流チャンバとテストセクション下流の静圧差 ΔP を測定する。微差圧計の分解能は平均差圧500 Paに対し、1 Pa程度であり、圧力損失の測定値のばらつきは2%程度である。

図2に、ヒートシンクの寸法形状について示す。今回対象としたヒートシンクの大きさは現実のLSIパッケージへの適用を想定して、60 mm×60 mmとする。また、ヒートシンクの高さは実際の電子機器装置への実装を考慮して、10〜20 mm程度とする。ピンの配列はすべて基盤配列である。タイプ1〜13は植込み式、14, 15はコイル接合式(ばね形状の細線をヒートシンクベース部で金属接合させたもの)、16, 17は切削角柱式、18, 19はプレス式(圧延機によりピン形状のものを引き延ばしたもの)、20〜22は金網接合式(メッシュ形状の金網細線をヒートシンクベース部で金属接合させたもの)で作られたピンフィン形ヒートシンクであり、それぞれピン径 d 、フィン高さ H_f 、放熱面積 A_f が異なっている。また、材質はタイプ9〜11, 20〜22が銅、それ以外はアルミニウムである。

表1に本研究で検討した噴流孔の形状を示す。噴流孔は黒塗りの箇所であり、オリフィスの厚さは10 mmである。タイプ1〜4の代表寸法は、 $D_1 \sim D_3$, t である。本研究ではヒートシンクの熱抵抗 R_{ca} をヒートシンクのベース温度 T_c (銅板の温度平均値)と入口空

表1 噴流孔形状

inlet orifice type			
1	2	3	4

気温度 T_∞ との差を正味発熱量 W で除したものと
して次のように定義する。

$$R_{ca} = (T_c - T_\infty) / W \quad \dots\dots\dots (1)$$

3. 実験結果および考察

3・1 噴流孔形状の影響 図3は噴流孔形状の違いによるヒートシンクの冷却性能の違いを示したものである。用いたヒートシンクは、アルミニウム製でタイプ5である。それぞれの噴流孔の開口面積は約3.1 cm²とほぼ同じであり、同一流量 Q の場合噴流孔から流出する冷却風の平均速度(以下、噴流速度という)は等しくなる。しかし、図3(a), (b)に示すように、ピンフィン形ヒートシンクの熱抵抗 R_{ca} と圧力損失 ΔP は噴流孔形状により差を生じる。これは噴流孔の形状により、ピンフィン内の流れに差異を生じているためである。例えば、噴流孔タイプ1の場合は、同一の冷却風量に対し、他の3タイプの場合より熱抵抗が低く、熱伝達が良好であるが、一方、圧力損失が全体的に他の3タイプの場合より高くなっている。これは、次報⁽¹⁷⁾での流れの可視化実験での知見によると、噴流孔タイプ1の場合、冷却風がピン間全域をほぼ一様に流れるため、ヒートシンクの熱抵抗を低くできるが、

その分、圧力損失が大きくなったためであると思われる。この熱抵抗と圧力損失を同時に考慮した冷却性能を検討するために、ファン動力を用いることとする。このファン動力 P_f は冷却風量 Q と圧力損失 ΔP の積で表すことができる。その結果を図3(c)に示す。図3(c)より、同一ファン動力の場合、噴流孔タイプ1の熱抵抗がいちばん低いことがわかる。すなわち、噴流孔の開口面積を一定とすると、ヒートシンクの中心上部に1個、噴流孔を設けた場合が同一のファンを使用した場合の冷却性能を最も良好にすることがわかる。これは、噴流孔を2個以上設けると、噴流孔から流出する冷却風が互いに干渉し合うために、冷却に有効に寄与しなくなるためであると思われる。また、平板フィンのように、流れ方向に対する伝熱性能の指向性の強いヒートシンクに対しては、矩形状の噴流孔が適していた⁽¹⁸⁾が、流れ方向に対する指向性の弱いピンフィン形ヒートシンクに対しては、矩形状の噴流孔は適していないことがわかる。これは、ヒートシンク外縁付近の冷却風がピン間を通過せずに、ヒートシンクから流出してしまうために、冷却に有効に寄与しなくなるためであると思われる。もちろん、ここで述べた、同一ファン動力当たりの熱抵抗は、ヒートシンクの形状により変化するが、今回検討した範囲のヒートシンクに対しては、ヒートシンク外縁付近での冷却風の流れの相似性は成り立つものと思われる。以下、今回対象とした範囲のピンフィン形ヒートシンクでの最適噴流孔形状である、ヒートシンクの中心上部に代表径 D_1 の噴流孔を1個設けた場合について検討を進める。

3・2 噴流孔径の影響 図4(a), (b)は、噴流孔径 D_1 に対するヒートシンクの熱抵抗 R_{ca} と圧力損失 ΔP の変化を示したものである。用いたヒートシンクは、3・1節と同様、アルミニウム製のタイプ5である。図4(a), (b)に示すように、同一風量 Q に対して噴流孔径を大きくすると、熱抵抗が大きくなり、圧力損失が小さくなる。これを3・1節と同様、ファン動力 P_f で整理する。図4(c)にファン動力を一定とし、噴流孔径を変化させた場合の冷却性能の違いを示す。図4(c)より噴流孔径がヒートシンクの大きさ60 mmの1/3程度である、20 mm付近で熱抵抗が最も低い値を取ることがわかる。これは、同一ファン動力の場合、噴流孔径が小さいと、圧力損失が著しく増大するために冷却風量が非常に少なくなり、冷却性能が悪くなり、一方、噴流孔径が大きくなると、圧力損失は低下するが、むだな冷却風が増えて、熱抵抗が上昇するためである。

なお、ヒートシンクの材質の違いによる熱抵抗の差

図3 噴流孔形状とヒートシンクの冷却性能

違は、例えばピン本数1089本、フィン高さ9mm、ピン径1mmのヒートシンクで、かつ、噴流孔径60mm、風量0.4 m³/min程度の場合、銅とアルミニウムでそれぞれ、0.48, 0.51°C/Wである。その場合のフィン効率を計算すると、それぞれ、98, 96%であり、上記の熱抵抗の差違はフィン効率の差違に起因する(なお、ピン径0.5mmの場合のフィン効率の計算値は銅とアルミニウムでそれぞれ、96, 93%である)。また、特に断らない限り、以下の検討ではヒートシンクの材質は軽量で、LSIパッケージに搭載する場合に好適なアルミニウムである。以下、冷却性能を最も良好とする噴流孔径、すなわち、 D_1 が20mmの場合に関し、検討を進める。

3.3 ギャップの影響 図5(a), (b)に噴流孔-ヒートシンク間のギャップ G に対する、ヒートシンクの熱抵抗 R_{ca} と圧力損失 ΔP の変化を、図5(c)に風量を一定とし、ギャップを変化させた場合の冷却性能の違いを示す。図5(c)に示すように、ヒートシンクの熱抵抗はギャップが2mmの場合がいちばん低

くなっている。これは、ギャップが0mmの場合、噴流孔以外の領域のピンフィン上端部に冷却風が流れなく、逆にギャップがかなり大きくなると冷却風がギャップ空間をバイパスしてむだに流れるためであると思われる。なお、このギャップが2mm付近で熱抵抗が最小となる傾向は、前報で述べた平板フィンの噴流冷却⁽¹⁸⁾においても認められている。また、図5(b)より、圧力損失はギャップを変化させてもほぼ同じ値をとることから、同じ形状のヒートシンクに対しての圧力損失は、ギャップの大きさにほとんど左右されないことがわかる。なお、以下では、種々のヒートシンクの冷却特性を検討するに際し、最も基本的と思われる、ギャップ G を0mmと固定した場合について検討を進める。

3.4 ピン径の影響 図6(a), (b)はヒートシンクの放熱面積 A_f (=3.4×10⁻² m²)、フィン高さ H_f (=9mm)を一定とし、ピン径 d とピン本数 N_f を変化させた場合のヒートシンクの熱抵抗 R_{ca} と圧力損失 ΔP の流量 Q に対する変化を示したものである。図6(a), (b)に示すように、ヒートシンクの A_f , H_f が一定の場合、同一風量 Q では d が大きいほどヒートシンクの熱抵抗は低く、反面、圧力損失は大きな

図4 噴流孔径とヒートシンクの冷却性能

図5 ギャップとヒートシンクの冷却性能

っている。これは、この場合、ピン径が小さいほど、熱伝達率は上昇するものの、その上昇分以上にフィン効率が低くなるために、正味の熱伝達率が小さくなるためである。一方、放熱面積が同一の場合、ピン径が大きいとフィンベース面積上でのピン群の占める面積の割合が小さくなり、同一風量の場合、フィン間を通過する速度が増加するため、圧力損失が大きくなったものと思われる。ここでファン動力 P_f を一定とし、ピン径 d を変化させた場合の冷却性能の違いを図 6 (c) に示す。縦軸 h_f/h_0 はヒートシンクのない場合の、ベース部の熱伝達率 h_0 に対する、ヒートシンクを搭載した場合のベース部基準の熱伝達率 h_f の比であり、同一ファンを用いた際に、ヒートシンクを搭載した場合の伝熱性能が、ヒートシンクをつけない場合に対して、どの程度向上するかを示している（以下、熱伝達向上率と呼ぶ）。ここで、 h_0 は h_f を求めた場合と同一の噴流孔形状における、ヒートシンクがない平滑板への衝突噴流での実験値である。 h_0 は同一ファン動力に対して一定値となり、例えば、 P_f が 0.5 W の場合 159 W/(m²・K)、2 W の場合 210 W/(m²・K)、5 W の場合 260

W/(m²・K)、10 W の場合 302 W/(m²・K) である。図 6 (c) に示すように、同一ファン動力の場合、熱伝達向上率 h_f/h_0 は、ピン径が 0.5 mm 付近で極大となることがわかる。すなわち、ヒートシンクの放熱面積 (3.4 × 10⁻² m²)、フィン高さ (9 mm) が一定の場合、ピン径が 0.5 mm 程度で最も冷却性能が向上することがわかる。

次に、図 7 (a), (b) は、ピン本数 N_f (=1089)、フィン高さ H_f (=9 mm) を一定とし、ピン径 d と表面積 A_f を変化させた場合の流量 Q に対する、ヒートシンクの熱抵抗 R_{ca} と圧力損失 ΔP の変化を示したものである。ヒートシンクの熱抵抗は N_f , H_f を一定とした場合、同一風量ではピン径が大きいほど熱抵抗が低くなっている。ただし、ピン径が 1.0 mm の場合と 1.5 mm の場合では熱抵抗の差が小さくなっている。一方、圧力損失は、ピン径が大きくなるほど大きくなっている。次に、ファン動力 P_f を一定とし、ピン径を変化させた場合の冷却性能の違いを図 7 (c) に示す。縦軸は図 6 (c) の場合と同様、ベース部の冷却性能に対する熱伝達向上率 h_f/h_0 である。図 7 (c) に示すように、 N_f (=1089 本)、 H_f (=9 mm) を一定とした場

図 6 ピン径とヒートシンクの冷却性能
(放熱面積、フィン高さ一定の場合)

図 7 ピン径とヒートシンクの冷却性能
(ピン本数、フィン高さ一定の場合)

合、ピン径は0.5~1.0 mm程度で熱伝達向上率が最大となる。すなわち、ピン径0.5~1.0 mm程度で冷却性能が極大となる。図7(c)より、その位置はファン動力が大きくなると、 d が大きいくほうにシフトすることがわかる。

以上より、今回検討した範囲での最適なピン径は動力の小さいファンを用いた場合では0.5 mm程度、動力の大きなファンを用いた場合では1.0 mm程度であることが判明した。

図8は、図6(c)、7(c)の結果をピン径 d に対する、ピンピッチ P の比 P/d と、熱伝達向上率 h_f/h_o の関係で書き直したものである。図8より同一ファン動力 P_f の場合、 P/d が2~2.5程度で熱伝達向上率が最大となることがわかる。すなわち、ベース面積が60 mm×60 mm、フィン高さが10 mm前後の条件においては、最適なヒートシンクの形状はピン径0.5~1.0 mmのピンを $P/d=2\sim 2.5$ 程度で配列したものである。

3・5 フィン高さの影響 図9(a)、(b)に、ピン径 d を0.5 mm、ピン本数 N_f を2116本と一定としたときのフィン高さ H_f に対するヒートシンクの熱抵抗 R_{ca} 、圧力損失 ΔP の変化を示す。図9(a)、(b)に示すように、同一風量 Q に対して、熱抵抗はフィン高さを高くしても、ほとんど減少しないが、圧力損失は大幅に減少する。これは、ピン径が同一の場合、フィン高さが高くなるとフィン効率が低下するため、放熱面積の増加が有効に働いていないことと、フィン間を流れる平均速度が低下し、かつフィンベースまで到達する冷却風が減少するためである(なお、この点についてはさらに、フィン間を流れる冷却風の分布について検討する必要がある)。このため、フィン高さの値によっても、熱抵抗がほとんど変化しなかったものと思われる。また、圧力損失はフィン高さが低いほどフィン

間を流れる平均速度が速くなり、上昇する。ファン動力 P_f を一定とし、フィン高さを変化させた場合の冷却性能の違いを図9(c)に示す。図9(c)より今回検討した範囲では、ピン本数一定の条件でフィン高さが高くなるほど熱伝達向上率が上昇するが、フィン高さが10 mm以上となると熱伝達向上率の伸びが小さく

図9 フィン高さとヒートシンクの冷却性能
(フィン本数、ピン径一定の場合)

図8 ピンピッチ比とヒートシンクの冷却性能

図10 放熱面積拡大率とヒートシンクの冷却性能
(フィン高さ一定の場合)

なることがわかる。

3・6 放熱面積の影響 図10に、フィン高さ H_f 一定での種々のピンフィン形ヒートシンクの放熱面積拡大率 A_f/A_0 と熱伝達向上率 h_f/h_0 の関係を示す。横軸の放熱面積拡大率はベース面積 A_0 に対するヒートシンクの放熱面積 A_f の割合である。なお、フィンタイプ9~11, 20~22は銅製のヒートシンクである。図10に示すように、放熱面積拡大率 A_f/A_0 が大きくなると、単位ファン動力当たりの熱伝達向上率は増大するが、 h_f/h_0 の値は次第に変化の仕方が小さくなり、5~6程度が上限となる。すなわち、ベース面積に対するヒートシンクの放熱面積を拡大させても、ヒートシンクの冷却性能には限界があることがわかる。これは、ベース面積およびフィン高さが一定の場合、放熱面積拡大率が大きくなりすぎるとピン間隔が密になり、圧力損失が極端に増大し、単位ファン動力当たりの冷却風量が減少するためである。

4. 結 言

流れ方向に対する伝熱性能の指向性の少ない、ピンフィン形ヒートシンクに着目し、その噴流冷却特性に対する実験的検討を行った。実験に使用したヒートシンクは、現実のLSIパッケージに搭載することを考え、大きさが60mm角程度、フィン高さが4.0~19.0mmとした。また、ピン径は0.26~3.0mm、ピンピッチは0.90~5.00mmの範囲で変化させた。冷却風量0.1~1.0 m³/minにおいて、上記のヒートシンクの上部から空気をあてた際における、噴流冷却特性を調べた。その結果、以下の結論を得た。

(1) 今回対象としたような、噴流孔とヒートシンク間の距離(ギャップ)が小さい場合(2mm前後)、ヒートシンクの中心上部に大きさがヒートシンクの大きさの約1/3(直径20mm)程度の、1個の円形の穴をあけた噴流孔形状で、単位ファン動力当たりの冷却性能が最適となる。

(2) 上述の噴流孔形状で冷却風量一定の場合、ギャップがわずかにあいた際(2mm程度)にヒートシン

クの熱抵抗が最低となる。

(3) 放熱面積、およびピン本数を一定とした場合、ファン動力が小さいと、最適なピン径は0.5mm程度であり、ファン動力が大きくなるに従い、最適なピン径は1mmに近づく。また、今回測定した範囲における最適なヒートシンク形状は上述のピン径のフィンをピッチ比2~2.5程度で配列したものである。

(4) ピン径、ピン本数を一定とした場合、フィン高さが高いほど熱伝達向上率は上昇するが、この値はあるところをさかいに(ピン径0.5mmの場合、フィン高さ10mm以上)大きく変化しなくなってくる。

(5) 放熱面積拡大率を増大させると単位ファン動力当たりの熱伝達向上率は上昇するが、その値は5~6倍で限界となる。

文 献

- (1) Hamadah, T. T., *ASME, HTD*, **111**(1989), 107.
- (2) Hollworth, B. R. and Berry, R. D., *Trans. ASME*, **100**(1978), 352.
- (3) Martin, H., *Adv. Heat Trans.*, **13**(1977), 1.
- (4) Behbahani, A. I. and Goldstein, R. J., *Trans. ASME*, **105**(1983), 354.
- (5) Obot, N. T. and Trabold, T. A., *Trans. ASME*, **109**(1987), 872.
- (6) Florschuetz, L. W., ほか2名, *Trans. ASME*, **103**(1981), 337.
- (7) Sullivan, P. F., ほか2名, *Topics Heat Trans. ASME, HTD*, **206-2**(1992), 103.
- (8) Heindel, T. J., ほか3名, *Topics Heat Trans. ASME, HTD*, **206-2**(1992), 111.
- (9) Hamadah, T. T., *ASME, HTD*, **111**(1989), 97.
- (10) Hollworth, B. R. and Durbin, M., *ASME, HTD*, **111**(1989), 89.
- (11) Sparrow, E. M. and Larson, E. D., *Int. J. Heat Mass Trans.*, **25**(1982), 603.
- (12) 岸本・ほか2名, 第28回日本伝熱シンポジウム論文集, **3**(1991), 697.
- (13) Sullivan, P. F., ほか2名, *ASME, Adv. Elec. Pack.*, (1992), 207.
- (14) Incropera, F. P., *Trans. ASME*, **110**(1988), 1097.
- (15) 小松・松島, 第7回熱工学シンポジウム予稿集, (1994), 23.
- (16) 矢川, 流れと熱伝導の有限要素法入門, (1983), 221, 培風館.
- (17) 近藤・松島, 機論B編投稿中.
- (18) 近藤・ほか3名, 機講論, No. 920-78, D(1992-9), 1.