順圧力こう配下の再層流化乱流境界層の特性*

一 宮 昌 司^{*1}, 中 瀬 敬 之^{*1}
福 富 純 一 郎^{*1}, 藤 井 新 也^{*2}Properties in a Relaminarizing Turbulent Boundary Layer
under a Favorable Pressure GradientMasashi ICHIMIYA, Yoshiyuki NAKASE,
Junichiro FUKUTOMI and Shinya FUJII

Behavior of the turbulent boundary layer on a flat plate in a relaminarizing process with flow acceleration due to a contraction is experimentally investigated. First of all, it was confirmed that the characteristic properties in the boundary layer and the variation of the velocity distribution qualitatively coincide with the tendency of previous studies. Then, some statistical properties were measured and the turbulent structure was examined in detail. In the relaminarizing process, low amplitude fluctuating portions appear intermittently in the velocity oscillogram. In the retransitional process an irregular velocity fluctuation appears intermittently; then it grows and always becomes turbulent. The turbulent energy dissipation decreases in the relaminarizing process and increases in the retransitional process. In the distributions of probability density function and skewness factor, motions in which the fluctuating velocity largely takes negative values are observed. In the relaminarizing process, vorticity increases in the large eddy and decreases in the small eddy. The small eddies become coarse, and the contribution from the high wave number decreases.

Key Words: Turbulence, Boundary Layer, Velocity Distribution, Relaminarization, Statistical Properties, Intermittency Factor, Probability Density Function, Eddy

1. ま え が き

乱流を順圧力こう配のもとで加速すると、次第に層流に近い特性を示すようになることはよく知られており、「再層流化」、「逆遷移」と呼ばれている。流れが再層流化されると、例えば熱伝達率が減少して冷却性能が劣化する不都合が生じるが、逆に流れを乱流から再層流化させることが望ましい場合もある。例えば翼の抵抗低減のために境界層を層流化させる試みがある⁽¹⁾。

再層流化の発生原因は加速だけにとどまらないが、境界層に限ってもこれまでに流路をさまざまな形状に縮小して加速させる実験が多くなされ^{(2)~(19)}、境界層内の諸特性値、速度分布、間欠係数の変化が明らかにされ、これらの実験についての展望⁽²⁰⁾⁽²¹⁾、解説⁽²²⁾もなされている。

「再層流化」、「逆遷移」は、乱流が真に層流にまで到達することを意味するのではなく、乱流から層流に遷移する過程全体を指して使われているようである。また再層流化の開始も、明確な定義が困難であり、こ

れまで大別して物理的基準とパラメータ的基準が多数提唱されている⁽²¹⁾。物理的基準には、いわゆるパースト現象が消滅すること⁽⁶⁾、乱流境界層が間欠的になること⁽⁵⁾、乱れ強さのピーク値が減少すること⁽⁸⁾などがある。そしてこれらに加えて速度分布の対数則からの逸脱、熱伝達率の減少等の物理的現象と、そのときの加速パラメータ、形状係数のようなパラメータ値を結び付けたパラメータ的基準も、再層流化の開始を示す便利な指標として種々提唱されている^{(3)(6)~(8)}。

また、これまで境界層内の加速パラメータ、レイノルズ数、形状係数等の諸特性値、速度分布が大部分の実験で調べられているが、このほかにも間欠係数⁽⁵⁾⁽⁹⁾⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾、パースト発生率⁽⁶⁾⁽¹³⁾⁽¹⁸⁾⁽¹⁹⁾が調べられ、可視化も行われている⁽¹²⁾。

さて、乱流境界層の特性を調べる手法として、ほかにも確率密度関数、相関やパワースペクトル等の統計量は有力であるが⁽²³⁾⁽²⁴⁾、再層流化境界層においてこれら統計量を調べ、再層流化の機構、乱流構造の変化を考察したものはまだないようである。

このような観点から、本研究では流路を縮小させて順圧力こう配下で乱流境界層を加速させ、まず境界層諸特性値、速度分布の変化の様相や再層流化開始位置が、これまでに示されている傾向と定性的に一致する

* 原稿受付 平成6年6月30日。

^{*1} 正員、徳島大学工学部 (〒770 徳島市南常三島町2-1)。^{*2} 正員、特許庁 (〒100 東京都千代田区霞が関3-4-3)。

ことを確認した。次に確率密度関数, パワースペクトル, 小渦のスケールなどを調べて, 再層流化過程における境界層の挙動をさらにくわしく考察した。

おもな記号

- D : 変動速度の確率密度関数に関する Kullback-Leibler のダイバージェンス
 H : 形状係数 = 排除厚さ/運動量厚さ
 K : 加速パラメータ $= (\nu/U_e^2) \cdot (dU_e/dx)$
 k : 波数
 P : 確率密度関数
 R_θ : 運動量厚さに基づくレイノルズ数
 $= U_e \cdot \theta / \nu$
 S, F : 変動速度のひずみ度と偏平度
 T_E, τ_E : 積分時間スケールと微小時間スケール
 t_K, l_K, ν_K : Kolmogorov の時間スケール, 長さスケールおよび速度スケール [$t_K = (\nu/\varepsilon)^{1/2}$, $l_K = (\nu^3/\varepsilon)^{1/4}$, $\nu_K = (\nu\varepsilon)^{1/4}$]
 U, u : x 方向の平均速度成分と変動速度成分
 u' : u の rms 値 $= \sqrt{u'^2}$
 $\bar{U}$: x 方向の瞬時速度 $= U + u$
 U_e : 局所境界層外主流速度
 U_m : 平板前縁での基準速度
 U^+ : 無次元平均速度 $= U/u_\tau$
 u_τ : 摩擦速度
 x, y : 座標系 (図 1 参照)
 y^+ : 壁座標 $= yu_\tau/\nu$
 γ : 間欠係数
 δ : 境界層厚さ ($U/U_e = 0.995$ で定義)
 δ_0 : 座標原点 (流路縮小開始位置) における境界層厚さ ($= 23.5$ mm)
 ε : 乱れエネルギー散逸
 θ : 運動量厚さ
 ν : 空気の動粘度
 ρ : 自己相関係数
 τ : 自己相関の時間遅れ
 ϕ : パワースペクトル密度

下付き添字

0: 流路縮小開始位置 ($x=0$)

その他の記号については, その都度定義する。

2. 実験装置と測定方法

使用した実験装置は全長約 10 m の吹出し形風洞で, 測定部は入口断面 300 mm × 300 mm, 全長 2 m で, 図 1 に示すように測定用平板とそれに向き合う圧力調整

図 1 座標系および流路形状 (x/δ_0 以外の数値は単位 mm)

板からなる。測定板は全長 2 m のアクリル平板で, 中心線上に静圧孔があいている。圧力調整板は初めの 900 mm は平板と平行であり, 次の区間では圧力調整板が平板に近づく。この曲線形状は正弦関数とし, 区間の直線距離は 500 mm である。次の 600 mm の区間では圧力調整板は再び平板と平行となり, 出口断面寸法は 80 mm × 300 mm である。これら 3 区間を上流から順に上流平行区間, 流路縮小区間, 下流平行区間と名付ける。

図 1 に示すように流路縮小開始位置の測定平板中心を座標原点にとる。流れ方向座標 x は流路縮小開始位置における境界層厚さ δ_0 で無次元化して示す。平板前縁 (上流平行区間入口), 流路縮小開始位置 (上流平行区間出口), 流路縮小終了位置 (下流平行区間入口) および平板後縁 (下流平行区間出口) はそれぞれ $x/\delta_0 = -38.3, 0, 21.3, 46.8$ で示される。平板上には前縁付近に直径 1 mm のトリッピングワイヤを 3 本設置して境界層をあらかじめ乱流に遷移させた。

実験は平板前縁での基準風速 U_m と流路入口高さ 300 mm に基づくレイノルズ数を 1.2×10^5 ($U_m \approx 6$ m/s) として行った。測定には受感部長さ 1 mm, 直径 5 μ m のタングステン線の I 形熱線プローブを用い, すべて平板中心線上で流れ方向速度のみを測定した。熱線出力はサンプリング周波数 5 kHz, サンプリング期間 13 s で A-D 変換され, パーソナルコンピュータで処理された。

3. 実験結果と考察

3.1 加速による境界層特性値の変化 本節ではまず加速による境界層特性値, 速度分布の変化の概略を述べ, すでに示されている結果と比較する。

乱流境界層の, 再層流化過程中的諸特性の変化の傾向は, これまでの結果を整理すると以下のようなになる。

(1) 主流速度は縮小開始前から加速している^{(8)(9)(13)~(16)}。

(2) 速度分布は壁近くではいったん増速した後に減速して層流形の分布に近づく^{(11)(13)~(15)(17)}。これに対

応して形状係数はいったん減少した後に増加する^{(2)(5)(7)~(9)(11)(13)(14)(16)}。

(3) 対数軸で表した速度分布は次第に対数法則に合わなくなる^{(4)(7)(8)(11)(13)~(17)}。その逸脱様式は初め下方に逸脱し、次に上方に逸脱する⁽⁷⁾⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾。

(4) 境界層外端の間欠的な領域が壁に近づいていく。境界層厚さに相対的な間欠領域幅は広がる⁽⁵⁾⁽⁹⁾⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾。

(5) 運動量厚さに基づくレイノルズ数は減少する。加速がなくなると増加する⁽⁸⁾⁽¹¹⁾。

(6) 再層流化開始のパラメータ的基準としては、加速パラメータ $K=3.5 \times 10^{-6(3)}$, $K=3.7 \times 10^{-6(6)}$, $dH/dx=0^{(7)(8)(11)}$ などがある。

以下では本実験におけるこれら諸特性の変化を見ていく。

図2に主流速度分布と加速パラメータ K の分布を示す。図2中の2本の縦線は流路縮小開始位置と終了位置を示す。本実験においても主流速度は縮小開始位置よりも上流から増加し、縮小の影響はわずかに上流から現れる。加速は縮小終了位置でほぼ終了し、下流平行区間では主流速度はごく緩やかに増加する。 K は $x/\delta_0 > -8$ において正となる。縮小区間途中の $x/\delta_0 = 11.7$ で K は最大となり、その後減少して下流平行区

間ではほぼ零である。再層流化開始基準として提唱されているパラメータ的基準のうち、 $K=3.5 \times 10^{-6}$ となる位置は $x/\delta_0 = 1.9$ である。

図3は形状係数 H と運動量厚さに基づくレイノルズ数 R_θ の分布を示す。 H は加速がほぼ始まる $x/\delta_0 \approx -8$ では約1.4であり、十分に発達した乱流境界層が加速前に形成されているが、この状態が十分続かないうちに加速が始まっている。主流速度が加速される $x/\delta_0 > -8$ ではやや H の減少率が増し、 $x/\delta_0 = 8.5$ で最小値1.30をとった後は増加に転じる。 H は下流平行区間に入った $x/\delta_0 = 23.4$ において最大になるが、その値は1.91であり、これではBlasius形の速度分布が実現されているとはいえない。その後 H は急激に減少し、下流平行区間で再び乱流に移る再遷移が進行していることがうかがえる。 R_θ は流路縮小開始位置よりもわずかに上流から減少し、下流平行区間で増加する。

図4は平均速度の分布である。図4中の実線はKlebanoff分布(以下K分布とする)である⁽²⁵⁾。分布形状は上流平行区間ではK分布にほぼ一致しているが、流路縮小区間に入ってしばらくは壁近くでK分布よりも増速している。これは H がこの範囲でも減少し続

図2 主流速度分布と加速パラメータ

図3 形状係数と運動量厚さに基づくレイノルズ数

図4 平均速度分布

けることに対応する。さらに下流では、壁近くでは K 分布よりも減速し始め、K 分布よりも速い範囲は壁から遠ざかり、分布形状は層流形に近づき、再層流化現象が生じている。分布は下流平行区間の $x/\delta_0=23.4$ を過ぎると K 分布に戻り始め、前述の再遷移の進行がうかがえる。 $x/\delta_0=42.6$ では K 分布にかなり近い。

図 5 は変動速度分布である。図 5 中の実線は Klebanoff 分布⁽²⁵⁾である。また図 6 は各測定位置における変動速度の最大値 $u'_{\max}/U_e$ の分布である。上流平行区間においては $u'_{\max}/U_e$ は緩やかに減少し、縮小区間では減少率が増加し、再層流化によって変動が抑制されることを示す。下流平行区間ではいったん増加するが、 $x/\delta_0=30$ で最大となった後に再び減少する。K 分布と比較すると、上流平行区間では変動速度は全体的に K 分布よりも大きいものである。縮小区間では変動速度の最大値は K 分布の最大値よりも小さくなり、最大値をとる y/δ の位置は K 分布よりも高い。また壁から遠い領域では変動速度は K 分布よりも大きい。

図 7 は対数速度分布を示す。摩擦速度 u_τ は対数法則が成立する位置では Clauser 線図から、成立しない位置では $\log_{10} y^+ \leq 1$ における速度こう配から得た。上流平行区間では、対数領域も後流領域も存在する。縮小区間に入るとすぐに後流領域が減衰し、対数法則からも逸脱する。対数則からの逸脱量は縮小終了直後の $x/\delta_0=23.4$ にて最大である。それよりも下流では分布は急速に対数法則に戻り、 $x/\delta_0=34.1$ では再び対数領

図 5 変動速度分布

図 6 変動速度の最大値

域が出現し、再遷移の進行に伴って再び乱流境界層が発達していると考えられる。 $x/\delta_0=42.6$ では後流領域が再出現していることもはっきりわかる。

図 8 は間欠係数 γ の等値線である。局所、瞬時の流れが乱流か非乱流かを判定する識別関数には流れ方向の瞬時速度 $\tilde{U}$ の一次の時間微分係数を用い、なおかつしきい値を局所の乱れ強さに応じて変化させ、圧力こう配のない流れ場における分布が、よく知られている代表的な分布⁽²⁶⁾に一致するようにした。図 8 中には境界層厚さ δ の変化も示す。等値線はほとんど境界層内に含まれている。上流平行区間では境界層の発達に対応して等値線も壁から遠ざかる。縮小区間では次第に層内の乱流領域、間欠領域が相対的に壁方向に押し付けられている。Falco の可視化によれば、再層流化過程では境界層外の層流が壁近くまで入り込むことが示されているが⁽¹²⁾、本結果はこれに対応している。しかし本実験では Fiedler ら⁽⁵⁾や Blackwelder ら⁽⁹⁾が指摘したように、層全体を通して $\gamma < 1$ 、すなわち乱流が間欠的になるまでには至らなかった。ただし Fiedler らが境界層全体が間欠的になると指摘した⁽⁵⁾、形

図 7 対数速度分布

 図 8 間欠係数の等値線(等値線の値は上から $\gamma=0.1, 0.2, \dots, 0.9$ である)

状係数が最小となる位置 ($x/\delta_0=8.5$) 付近において、層内の間欠領域の相対的な範囲はもっとも大きい。等値線は下流平行区間では再び壁から遠ざかり、再遷移の進行とともに境界層内部の乱流領域も上方に広がる。

以上述べてきた、本実験における境界層特性値、速度分布の挙動は本節冒頭に記したような、すでに示されている結果と定性的にほぼ一致する。また、 $K=3.5 \times 10^{-6}$, $u_{\max}/U_e$ の減少率の増加、対数速度分布からの逸脱より判断した再層流化開始位置はほぼ一致する ($x/\delta_0 \approx 2$)。 H が最小になる $x/\delta_0=8.5$ のみがこれに一致しないが、すでに示されている再層流化開始の物理的、パラメータ的基準は本実験にもほぼ適用できるとみなせよう。

3.2 統計的性質 本節では、代表として $y^+=30$ の位置で各種統計量の変化の特徴を調べる。この位置は乱流境界層のバッファ領域から対数領域に移行する位置にほぼ相当するが、壁近くの乱流構造を明らかにできる高さの限界でもある。

図9は瞬時速度波形である。本流れ場では図2に示すように下流に行くに従って主流速度 U_e が増加するので、図9の横軸である時間 t の範囲を一定に保つよりも、例えば局所の平均速度 U が速いときは横軸を延ばして表示するほうが適切であると思われる。このため図9は横軸範囲が $80U_m/U[\text{ms}]$ となるように描いた。流路縮小前の $x/\delta_0=-4.3$ では乱流境界層に典型的に観察される激しく変動する波形である。縮小区間に入ると変動の緩やかな部分が間欠的に出現するように見え、これは図8に示した間欠係数の等値線が縮

図9 瞬時速度波形

小区間で壁面に近づくことに対応する。下流平行区間に入ると激しい変動が間欠的に出現し、 $x/\delta_0=38.3$ では縮小前と同様に激しい変動がつねに見られる。すなわち再遷移過程では、層流境界層の自然遷移過程と同様に不規則変動が間欠的に出現し、これが次第に長い時間を占めて常時乱流となる。

図10は乱れエネルギー散逸 ε を $x/\delta_0=0$ における摩擦速度 $u_{\tau 0}$ を用いて無次元化したものである。 ε は局所等方性と Taylor の仮説を用いて $\varepsilon = 15\nu(\partial u/\partial t)^2/U^2$ とした。散逸は上流平行区間内から減少し、縮小開始後はやや減少率が増加して、再層流化の進行とともに、乱れエネルギーの散逸も減少することがわかる。下流平行区間に入ると ε は急速に増加して、再遷移の進行とともに散逸も再び増加することがわかる。

図11は変動速度の確率密度関数 P の分布である。上流平行区間では正の u/u' において最大値をとり、 u/u' の負側で裾の広がり大きい。縮小区間に入ると最大値が大きくなり、ますます正側の裾の広がり小さく、負側の裾の広がりは大きくなる。下流平行区間では分布は対称に近づく。さて P の分布形状間の差異を定量的に示す指標として、情報理論において用いられている Kullback-Leibler のダイバージェンスがある⁽²⁷⁾。これはある位置 x における確率密度関数 $P(u/u')$ が $u/u'=-\infty$ から ∞ にわたって、基準断面

図10 乱れエネルギー散逸

図11 変動速度の確率密度関数

の $P(u/u')$ と、いかに異なる値をとるかを定量的に示し、識別(ディスクリミネーション)のための情報とも呼ばれる重要な量で、次式で与えられる。

$$D(x_0, x) =$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} P(x_0, u/u') \log \frac{P(x_0, u/u')}{P(x, u/u')} d(u/u')$$

$P(x_0, u/u') = P(x, u/u')$ ならば当然 $D(x_0, x) = 0$ であり、 $P(x_0, u/u') \neq P(x, u/u')$ ならば $D(x_0, x) > 0$ である。基準位置 x_0 は本実験では縮小開始前の $x/\delta_0 = -4.3$ にとり、流路の縮小や再平行によって P がいかに変化するかを調べた。図 11 中にはこの D の値も示す。

図 12 には D の分布を示す。上流平行区間では D の値はほぼ零であり、 P の分布形状にはほとんど変化がない。縮小区間途中で D の値は減少を始め、速度変動の様相は縮小前のものに戻り始めることがわかる。なお $D < 0$ となる箇所が数点あるが、これは数値積分の際の誤差による。図 12 には変動速度の確率密度関数分

図 12 変動速度の確率密度関数に関する Kullback-Leibler のダイバージェンス、変動速度のひずみ度と偏平度

図 13 自己相関係数

布の従来用いられる指標である、ひずみ度 S と偏平度 F の分布も示す。 S は上流平行区間では約 -0.3 であるが、縮小区間では減少して最小値 -0.9 に達する。これは P の分布で負側の裾の広がり大きいことに対応し、 u が大きく負になる運動が現れやすいことを示す。したがってバースト現象のイジェクション過程における乱れ生成はむしろ大きくなることが予想されるが、乱れの最大値は図 6 に示したように減少している。これには境界層中央部での乱れの抑制が寄与していると思われるので、乱れエネルギー収支との関連で次報で考察する。下流平行区間では S は増加して零に達し、 P の分布が対称形になることに対応する。これは u が大きく負になる運動が次第に減ることを示す。 F は上流平行区間では $2.7 \sim 2.8$ だが縮小区間では増加して、縮小終了後は縮小前の値にほぼ戻る。

図 13 は自己相関係数 ρ の分布である。縮小区間、下流平行区間では ρ の減少が速くなり、ゼロクロス時間が短くなる。

この傾向を定量的に示すために、自己相関係数から求められる積分時間スケール T_E と微小時間スケール τ_E を、また他の時間スケールとして Kolmogorov の時間スケール t_K もともに図 14 に示す。3 スケールはともに無次元化しない値、内層スケールおよび外層スケールで無次元化した値の 3 種類で表示する。無次元化しない表示では、大渦を代表する積分時間スケールは上流平行区間で増加し、縮小区間、下流平行区間で減少し続ける。小渦を代表する Kolmogorov スケールは上流平行区間、縮小区間で増加し、下流平行区間で減少する。渦の時間スケールの逆数が渦度に比例することにより⁽²⁸⁾、縮小区間では大渦の渦度が増加するのに対して小渦の渦度は減少することがわかる。大渦の渦度

図 14 時間スケール

図 15 Kolmogorov の長さスケールと速度スケール

の増加は乱れ生成の増加を示唆するが、これが必ずしも局所の乱れの増加をもたらさないことについては、図 12 のひずみ度に関連して述べた。また下流平行区間では両方の渦度はともに増加する。内層および外層スケールで無次元化した表示法ではほぼ 3 スケールとも上流平行区間で一定、縮小区間で増加、下流平行区間で減少する。

図 15 は Kolmogorov の長さスケール l_K 、速度スケール v_K の分布である。これらは図 14 の時間スケール t_K の変化に対応して、上流平行区間と縮小区間でそれぞれ同じ傾向を維持する。すなわち t_K , l_K は増加し、 v_K は減少する。また下流平行区間ではそれまでとは反対の傾向を示す。すなわち t_K , l_K は減少し、 v_K は増加する。長さスケール l_K の変化は、小渦のスケールが縮小終了まで増加することを示す。このことと図 14 から判断すると、小渦は縮小終了まで次第に粗くなることとわかる。

図 16, 17 はパワースペクトルと散逸スペクトルである。いずれも縮小区間においては高波数成分の寄与が減り、前述の小渦が粗くなることを裏付けている。

4. あ と が き

平板上に発達した乱流境界層を加速して再層流化させたときの挙動を調べた。まず、すでに示されている再層流化開始基準は本実験にも適用でき、境界層特性値、速度分布の挙動もすでに示されている結果と定性的に一致することを確認し、次に諸統計量を測定して以下の結論を得た。

(1) 流路縮小区間内の再層流化過程において間欠係数の等値線が壁に近づき、間欠領域 ($0 < \gamma < 1$) の境界層に占める割合が増加する。これに対応して速度波形には変動の緩やかな部分が間欠的に出現する。しかし本実験では再層流化途中でも、Fiedler らや Black-

図 16 パワースペクトル

図 17 散逸スペクトル

welder らが指摘したように、境界層全体を通して乱流が間欠的になることはなかった。再遷移過程では自然遷移過程と同様に不規則速度変動が間欠的に出現し、これが増大して常時乱流となる。

(2) 再層流化によって速度変動が減少すると乱れエネルギー散逸も減少する。再遷移過程の中では速度変動が増加して乱れエネルギー散逸も増加する。

(3) 本流れの確率密度関数分布の変化は情報理論で用いられるダイバージェンスで定量的に示される。また確率密度関数とひずみ度の分布から、流路縮小区間では変動速度が大きく負になる運動が現れることが示された。この傾向は縮小区間途中で元に戻り始め、縮小が終了すると確率密度関数の正負の分布はほぼ対称になった。

(4) 渦のスケールやパワースペクトル、散逸スペクトル分布より、再層流化過程では大渦の渦度が増加して小渦の渦度が減少する。また小渦は粗くなり、スペクトルでは高波数成分からの寄与が減少することが

示された。

本研究の遂行には名古屋大学 中村育雄教授, 岐阜大学 山下新太郎教授のご指導を賜り, データ処理には名古屋大学 榎田武廣助手, 山梨大学 角田博之講師のご援助を得た。また徳島大学 桑内忠昭技官, 徳島大学大学院生 三原隆氏からは多くのご協力をいただいた。厚くお礼申し上げる。

文 献

- (1) Manuilovich, *Theoret. Comput. Fluid Dyn.*, **6** (1994), 31.
- (2) Launder, B. E., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **31** (1964), 707.
- (3) Morretti, P. M. and Kays, W. M., *Int. J. Heat Mass Transf.*, **8-9** (1965), 1187.
- (4) Patel, V. C., *J. Fluid Mech.*, **23-1** (1965), 185.
- (5) Fiedler, H. and Head, M. R., *J. Fluid Mech.*, **25-4** (1966), 719.
- (6) Kline, S. J., Reynolds, W. C., Schraub, F. A. and Runstadler, P. W., *J. Fluid Mech.*, **30-4** (1967), 741.
- (7) Patel, V. C. and Head, M. R., *J. Fluid Mech.*, **34-2** (1968), 371.
- (8) Badri Narayanan, M. A. and Ramjee, V., *J. Fluid Mech.*, **35-2** (1969), 225.
- (9) Blackwelder, R. F. and Kovasznay, L. S. G., *J. Fluid Mech.*, **53-1** (1972), 61.
- (10) Jones, W. P. and Launder, B. E., *J. Fluid Mech.*, **56-2** (1972), 337.
- (11) 岡本・三栖, 日本航空宇宙学会誌, **24-267** (1976), 187.
- (12) Falco, R. E., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **102-2** (1980), 174.
- (13) 一条・小橋, なかれ, **1-2** (1982), 138.
- (14) 一条・小橋・佐伯, 機論, **49-441**, B (1983), 938.
- (15) 花輪・中崎・山崎, 機論, **49-444**, B (1983), 1743.
- (16) 三栖・岡本・甲斐, 日本航空宇宙学会誌, **33-375** (1985), 224.
- (17) Misu, I., *Theoret. Appl. Mech.*, **36** (1988), 81.
- (18) 三栖・斎田・古川, 機論, **58-556**, B (1992), 3590.
- (19) 三栖・斎田, 機論, **59-568**, B (1993), 3776.
- (20) Narasimha, R. and Sreenivasan, K. R., *J. Fluid Mech.*, **61-3** (1973), 417.
- (21) Sreenivasan, K. R., *Acta Mech.*, **44** (1982), 1.
- (22) 河村, 機誌, **83-738** (1980), 539.
- (23) 望月・大坂, 機論, **56-525**, B (1990), 1312.
- (24) 佐野・白樫, 機論, **59-557**, B (1993), 137.
- (25) Klebanoff, P. S., *NACA Tech. Rep.* No. 1247 (1955), 1135.
- (26) Kovasznay, L. S. G., Kibens, V. and Blackwelder, R. F., *J. Fluid Mech.*, **41-2** (1970), 283.
- (27) この利用の示唆は名古屋大学, 中村育雄教授による。文献は, 広中編, 現代数理科学辞典, 小林, XIV情報理論, (1991), 770, 大阪書籍.
- (28) Tennekes, H. and Lumley, J. L., *A First Course in Turbulence*, (1972), 23, MIT Press.