上流補間法による一様等方乱流の直接シミュレーション*

梶 島 岳 夫^{*1}Direct Numerical Simulation of Isotropic Turbulence
by Upstream-Shifted Interpolation Method

Takeo KAJISHIMA

A direct numerical simulation of three-dimensional isotropic turbulence of incompressible fluid was performed in order to examine an upstream-shifted interpolation (USI) method and a modified upstream-biased finite difference (UBD) method. These upstream techniques, which have been proposed by the present author, are based on an appropriate central finite difference method. In comparison with the 3rd- or 5th-order UBD method, the USI method agrees reasonably with a reliable central difference method and a spectral method. USI shows better consistency, especially for higher-order statistics of turbulence than the UBD method.

Key Words: Finite Difference Method, Turbulent Flow, Direct Numerical Simulation, Incompressible Flow, Upstream Finite Difference, Numerical Analysis, Computational Fluid Dynamics

1. 緒 言

高レイノルズ数流れの数値シミュレーションにおいては、計算の安定のために数値粘性が効果的である。そのため上流(風上)差分法(本論文では Upstream-Biased finite Difference method を略して UBD 法と記す)がよく用いられる。しかし、乱流の基礎研究を目的とする直接シミュレーション(Direct Numerical Simulation の意で DNS と記す)のように高い精度が求められる場合には、この方法の信頼性には議論の余地がある。低次の上流差分法は減衰効果が大きすぎるため DNS には適用し難い。また高次の上流差分法は、高階数値粘性項が卓越するとき、非物理的な解を与える。

上流差分法は、その数値粘性が格子幅に依存することから、格子を十分に密にすれば DNS にも適用可能と考えられる。しかし、たとえば Rai ら⁽¹⁾によるチャンネル流れにおける攪乱の成長問題、あるいは宮内ら⁽²⁾による二次元一様等方乱流への適用結果からも推測されるように、現在の計算機で設定しうる格子解像度では、3次精度上流差分で信頼できる DNS を行うのは困難で

あろう。5次精度上流差分については、スタガード格子⁽¹⁾と通常格子⁽³⁾の計算例が示されており、少なくともレイノルズ応力などの2次統計量については妥当な結果が得られている。しかしヘリシティや散逸率およびその収支など、高次相関や高階微分を含む量の算出精度についてはなお検討を必要とする。また、高波数域まで妥当なエネルギースペクトルを得るには、数値粘性項の係数(上流側への重み付け)を小さくする必要があるとの指摘もある⁽²⁾が、その最適値は格子解像度に依存するものと思われる。

さて、数値的安定のための別の方法として陰解法の導入が考えられるが、非線形項を完全に陰的に扱うのは効率的でない。そこで、評価点を新たなタイムステップから既知のタイムステップの上流側に移すことにする。このような近似を加えた疑似陰解法が上流(風上)補間法(本論文では Upstream-Shifted Interpolation method を略して USI と記す)である⁽⁴⁾⁽⁵⁾。一次元線形対流問題による比較では、USI 法は UBD 法に比べて、数値的安定性・精度において優れ、総合的な計算効率が高いことが示された⁽⁵⁾。また USI 法は、UBD 法における付加項の係数のような経験的に与える要素がないことも利点である。

* 平成6年8月18日 第72期全国大会講演会において講演、原稿受付 平成6年7月20日。

^{*1} 正員、工業技術院資源環境技術総合研究所(〒305 つくば市小野川16-3)。

本研究の目的は、著者の提案した上流補間法の乱流のDNSへの適用可能性を明らかにすることである。ここでは、非圧縮乱流への修正UBD法およびUSI法の導入の概要を述べるとともに、一様等方乱流にこれらを適用した結果を示して考察を加える。

2. 対流項の上流化

まず一次元対流方程式 ($\partial f / \partial t + u \partial f / \partial x = 0$) に対する上流補間 (USI) 法⁽⁵⁾を略述する。2次精度の陰解法であるCrank-Nicholson法

$$\frac{f_j^{(n+1)} - f_j^{(n)}}{\Delta t} = -\frac{1}{2} \left(\left[u \frac{\partial f}{\partial x} \right]_j^{(n+1)} + \left[u \frac{\partial f}{\partial x} \right]_j^{(n)} \right) \quad \dots (1)$$

を次のように近似する。

$$\frac{f_j^{(n+1)} - f_j^{(n)}}{\Delta t} = -\frac{1}{2} \left(\left[u \frac{\partial f}{\partial x} \right]_{j^*}^{(n)} + \left[u \frac{\partial f}{\partial x} \right]_j^{(n)} \right) \quad \dots (2)$$

なお n はタイムステップ、 Δt は時間刻み、 j は空間格子番号である。 j^* は $s = \Delta_t u_j^{(n)}$ だけ上流にさかのぼった点 $x_j^* = x_j - s$ を意味する。 x_j^* 点での値はTaylor展開

$$[g]_{j^*} = \left[g - s \frac{\partial g}{\partial x} + \frac{s^2}{2} \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} - \frac{s^3}{6} \frac{\partial^3 g}{\partial x^3} \dots \right]_j \quad \dots (3)$$

の各項の微係数を中心差分近似することによって得られる。計算できる項数は差分点数によって決まる。式(2)により、対流項はすべて $t = n\Delta t$ で評価されるので、時間発展には前進Euler法を用いればよい。

次に、スタガード格子における勾配型表示の非圧縮Navier-Stokes式

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} - \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} = 0 \quad \dots (4)$$

の離散化を考える。この場合、対流速度の方向に半格子ずらした点列で対流項を差分化してから速度点に補間する方法が適切である⁽⁶⁾。具体的には、三次元直交系で $u_j \partial u_i / \partial x_j$ の各方向成分は

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\overline{u^x \delta_x u}^x + \overline{v^x \delta_y u}^y + \overline{w^x \delta_z u}^z \right]_{i+\frac{1}{2}, j, k} \\ \left[\overline{u^y \delta_x v}^x + \overline{v^y \delta_y v}^y + \overline{w^y \delta_z v}^z \right]_{i, j+\frac{1}{2}, k} \\ \left[\overline{u^z \delta_x w}^x + \overline{v^z \delta_y w}^y + \overline{w^z \delta_z w}^z \right]_{i, j, k+\frac{1}{2}} \end{array} \right\} \quad \dots (5)$$

となる。 δ は下付添字方向の中心差分、 $\overline{}$ は上付添字方向の格子点列からの補間を表す。これらの補間式と差分式は計算点を基点として $\pm(l - \frac{1}{2})$ 点に展開される ($l = 1, 2, \dots$)。これに対して、勾配型に対するより直感的な離散化は

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[u \delta_x' u + \overline{v^x \delta_y' u} + \overline{w^x \delta_z' u} \right]_{i+\frac{1}{2}, j, k} \\ \left[\overline{u^y \delta_x' v} + v \delta_y' v + \overline{w^y \delta_z' v} \right]_{i, j+\frac{1}{2}, k} \\ \left[\overline{u^z \delta_x' w} + \overline{v^z \delta_y' w} + w \delta_z' w \right]_{i, j, k+\frac{1}{2}} \end{array} \right\} \quad \dots (6)$$

とするものであろう。式(5)に比べ、差分式 δ' は通常格子と同様となり $\pm l$ 点に広がる ($l = 1, 2, \dots$)。また計算点で定められていない対流速度成分には二次元補間を要する。実際に式(6)よりも式(5)の方がよい結果を与えることが確かめられている⁽⁶⁾。

上流化は、数値粘性は必ず計算を安定させる側に作用すること、これを取り除けばスタガード格子に適した保存性のよい中心差分式(5)に帰着することが必要である。これらの観点からは、式(6)に基づく従来型の上流差分法⁽¹⁾は中心差分項の取り扱いが適切ではない。そこで式(5)を基礎に、付加項のみに $\pm l$ 点列による中心差分 δ' を用いるように修正する⁽⁵⁾。たとえば x 方向運動方程式の対流項 $[u_j \partial u / \partial x_j]_{i+1/2, j, k}$ を

$$\left[\overline{u^x \delta_x u}^x + (-1)^{m/2} \alpha h_x^{m-1} |u| \delta_x^m u + \overline{v^x \delta_y u}^y + (-1)^{m/2} \alpha h_y^{m-1} |\overline{v^x}^y| \delta_y^m u + \overline{w^x \delta_z u}^z + (-1)^{m/2} \alpha h_z^{m-1} |\overline{w^x}^z| \delta_z^m u \right]_{i+\frac{1}{2}, j, k} \quad \dots (7)$$

と近似する (α は数値粘性の重み)。上式は、中心差分項が m 次精度で近似されるとき、スタガード格子における $m-1$ 次精度 (m 階数値粘性) の修正上流差分 (UBD) の一般形を与える。

一方、スタガード格子での上流補間 (USI) は、式(5)における対流項の補間を上流点 $\tilde{x}^* = \tilde{x} - \Delta_t \tilde{u}$ に移すことによって導入される⁽⁵⁾。ただし多次元では、各項ごとにその方向の対流速度で一次的にさかのぼることにする。たとえば x 方向運動方程式の $[u_j \partial u / \partial x_j]_{i+1/2, j, k}$ では、式(2)右辺第1項に対応する上流点の項を、各対流速度方向に応じてそれぞれ

$$\left\{ \begin{array}{l} u \partial u / \partial x (x_{i+\frac{1}{2}, j, k} - \Delta_t u_{i+\frac{1}{2}, j, k}, y_{i+\frac{1}{2}, j, k}, z_{i+\frac{1}{2}, j, k}) \\ v \partial u / \partial y (x_{i+\frac{1}{2}, j, k}, y_{i+\frac{1}{2}, j, k} - \Delta_t \overline{v^x}^y_{i+\frac{1}{2}, j, k}, z_{i+\frac{1}{2}, j, k}) \\ w \partial u / \partial z (x_{i+\frac{1}{2}, j, k}, y_{i+\frac{1}{2}, j, k}, z_{i+\frac{1}{2}, j, k} - \Delta_t \overline{w^x}^z_{i+\frac{1}{2}, j, k}) \end{array} \right\}$$

の位置で評価する。そこで式(3)を用いれば対流項 $[u_j \partial u / \partial x_j]_{i+1/2, j, k}$ は

$$\left[\overline{g_{ux}}^x - \frac{s_x}{2} \delta_x g_{ux} + \frac{s_x^2}{4} \delta_x^2 g_{ux} - \frac{s_x^3}{12} \delta_x^3 g_{ux} + \dots + \overline{g_{uy}}^y - \frac{s_y}{2} \delta_y g_{uy} + \frac{s_y^2}{4} \delta_y^2 g_{uy} - \frac{s_y^3}{12} \delta_y^3 g_{uy} + \dots + \overline{g_{uz}}^z - \frac{s_z}{2} \delta_z g_{uz} + \frac{s_z^2}{4} \delta_z^2 g_{uz} - \frac{s_z^3}{12} \delta_z^3 g_{uz} + \dots \right]_{i+\frac{1}{2}, j, k} \quad (8)$$

$$\text{ただし } g_{ux} = \overline{u^x \delta_x u}, \quad g_{uy} = \overline{v^x \delta_y u}, \quad g_{uz} = \overline{w^x \delta_z u} \\ s_x = \Delta_t u, \quad s_y = \Delta_t \overline{v^x}^y, \quad s_z = \Delta_t \overline{w^x}^z$$

のように近似される。

3. 三次元一様等方乱流

時間とともに減衰する三次元一様等方乱流の直接シミュレーションを行い、上述の各種上流化の特性を比較

図1 エネルギー k の減衰 図2 乱流レイノルズ数 R_{et} の時間的变化

する。計算例は日本機械学会のワークショップ⁽⁷⁾の課題として採用された設定である。まず、基礎方程式は無次元化されているものとする。周期境界条件を与えた一辺 2π の立方体領域を各方向に格子数 $N=32$ で等分割し、立方体スタガード格子を設ける。初期速度分布として、指定されたエネルギースペクトルと連続条件を満たす乱数を波数空間で発生し、物理空間スタガード格子に再配置する。時間進行には、拡散項に Crank-Nicholson 法、圧力勾配には後退 Euler 法を組み合わせた Fractional step 法⁽⁸⁾

$$\begin{aligned} [1] \quad & \hat{u}_i = u_i^{(n)} + \Delta_t \left\{ H_i + \frac{\nu}{2} \nabla^2 (\hat{u}_i + u_i^{(n)}) \right\} \\ [2] \quad & \nabla^2 \phi = \frac{1}{\Delta_t} \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_i} \\ [3] \quad & u_i^{(n+1)} = \hat{u}_i - \Delta_t \frac{\partial \phi}{\partial x_i}, \end{aligned}$$

を用いた。 ϕ は圧力と $p^{(n+1)}/\rho = \phi - \nu \Delta_t \nabla^2 \phi / 2$ で関係づけられるスカラーポテンシャルである。 H_i は対流項であり、空間中心差分法と上流差分 (UBD) 法では 2 次 Adams-Bashforth 法 $H_i = \{3H_i^{(n)} - H_i^{(n-1)}\}/2$ を用いるが、疑似 Crank-Nicholson 法である上流補間 (USI) 法には前述のように前進 Euler 法のスキームでよい。対流項の空間離散化としては、4 点ないし 6 点による中心差分

式および補間式を基礎とした。後掲の図中では、基礎となる中心差分の点数によって空間差分精度を表示している。4p は、中心差分は 4 次精度、UBD は 4 階粘性を含む 3 次精度上流差分、USI は 4 点差分・補間により Taylor 展開の第 4 項まで求める上流補間であることを意味する。また 6p は、中心差分は 6 次精度、UBD は 6 階粘性を含む 5 次精度上流差分、USI は Taylor 展開の第 6 項までを用いた上流補間となる。式 (7) の数値粘性の重み α を $m=4$ では $\alpha=1/12$ 、また $m=6$ では $\alpha=1/60$ と、一般に用いられる値とした。

計算結果をワークショップで参照データとされた飯田・笠木によるスペクトル法の結果 (文献⁽⁹⁾) の方法により 32^3 格子で計算された) とともに示す。ただし比較の目的は、必ずしもスペクトル法に近い結果を与える差分法を選定することではなく、上流化に伴う数値粘性の性質を考察することにある。したがって、スペクトル法による参照値は上流化の基礎となる中心差分法の妥当性の検証に用いられ、上流化による結果は中心差分の結果と比較される。

3.1 低レイノルズ数における比較 まずワークショップ⁽⁷⁾における設定と同様、動粘性係数を $\nu=1/41.1$ 、時間刻みを $\Delta_t=0.1$ とした。初期値に対するクーラン数 $C=(|u|+|v|+|w|)\Delta_t/h$ の最大値は約 0.4 となる。ただし h は格子幅 $h=2\pi/N$ である。また計算終了時 ($t=3$) では C は約 0.2 となった。DNS で通常設定される Δ_t によるクーラン数はこの範囲にある。初期乱れのコルモゴロフの長さスケール $l_K=(\nu^3/\varepsilon)^{1/4}$ あるいは u の x 方向自己相関から求めた散逸スケール λ_f と格子幅 h との比はそれぞれ $l_K/h=0.38$ 、 $\lambda_f/h=6.5$ であり、十分とはいえないが DNS として許容される格子解像度と考えられる。

図 1 は乱れエネルギー k 、図 2 は乱流レイノルズ数 R_{et} の時間的变化を比較している。ただし

$$k = \frac{1}{2} \overline{u_i u_i}, \quad \varepsilon = \nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, \quad R_{et} = \frac{k^2}{\varepsilon \nu} \dots \dots \dots (9)$$

で、 ε はエネルギー散逸率である。式 (5) による中心差分は 4 次、6 次精度ともにスペクトル法の結果とよい一致を示すことから、上流化の検討の基準として妥当と思われる。UBD では、3 次精度ではエネルギー減衰率が大きいのが、5 次精度に改めることにより中心差分にかなり近づく。一方、USI によるエネルギー減衰の結果は 3 次精度 UBD と同程度で、差分・補間の点数の効果は UBD の場合よりも小さい。しかし乱流レイノルズ数 R_{et} については USI の方が 5 次精度 UBD よりも中心差分の結果に近い。UBD の R_{et} 値が大きいのは、エネルギー減衰における数値的散逸の寄与率が高いことに起

図3 エネルギー k の収支 図4 散逸率 ε の収支

因するものであり、むしろ実質レイノルズ数が低下していることを示している。逆に中心差分およびUSIはスペクトル法よりも乱流レイノルズ数 Re_ℓ が若干低い。その原因としては、aliasing 誤差⁽²⁾のために高波数域にたまったエネルギーが ε を増加させた可能性が考えられる。

図3にはエネルギー収支式、図4には散逸率収支式の各項の推移を示す。両収支式は次のように表される。

$$\frac{\partial k}{\partial t} = -\varepsilon, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = P_\varepsilon - D_\varepsilon \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで P_ε と D_ε はそれぞれ

$$P_\varepsilon = -2\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k}, \quad D_\varepsilon = 2\nu^2 \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_k} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_k}$$

であり、 ε の発生と消滅を意味する。図中の残差 (Residual = 0 - 各項の和) は離散化誤差に由来する漏れである。スペクトル法および中心差分法による残差が小さいことから、時間発展差分の残差への寄与は無視しうると考えられる。また、USIおよびUBDの残差は正值であることから、その大部分は付加的な数値粘性によ

る損失であることがわかる。図3のエネルギー収支に関しては、中心差分の結果は参照値とよく一致している。ただ図4をみると、この程度の格子解像度のときには、スペクトル法に匹敵する精度で散逸率の収支結果を得るには中心差分法では6次精度以上が必要と思われる。USIは補間・差分の点数を4点から6点に増しても結果にはあまり差がみられない。3次UBDは、計算開始直後を除き、USIよりもすべての統計量収支の残差が大きい。また5次UBDは、エネルギー収支の残差はUSIよりも小さいが、散逸率収支の残差はUSIよりも大きい。

図5には $t=2$ における渦度変動のスペクトル

$$E_{\omega_3}(k_3) = \sum_{k_1, k_2} |\tilde{\omega}_3(k_1, k_2, k_3)|^2 \quad \dots\dots\dots (11)$$

($\tilde{\omega}$ は Fourier 係数) を示す。中心差分の結果はスペクトル法の結果とおおむね一致しているが、中高波数域でやや高い。その原因としては aliasing 誤差⁽²⁾が考えられる。ただしスペクトル法では高波数端のふるまいは aliasing 誤差の除去方法によって多少変化することを考

図5 渦度変動の一次元スペクトル $E_{\omega_3}(k_3)$

慮する必要がある。USI の中心差分からのスペクトルの減少は全波数領域において対数尺でほぼ一様である。一方 UBD では高波数域での減少が大きく、3 次から 5 次へ精度次数を上げることによって中心差分に近づく。5 次精度 UBD と USI を比較すると、高波数側では後者の方が中心差分に近いが、低波数側では前者がわずかに高くなっており、高波数域に重点的に作用する高次上流分と陰解法の安定効果を利用した上流補間の性質の違いがよく現れている。

次に上流補間 (USI) における時間刻み (クーラン数) の影響を検討する。式 (8) から明らかなように、USI に伴う数値粘性は時間刻みに依存する。そこで $\Delta_t = 0.05, 0.1, 0.2$ の 3 段階に変化させて 4 点 USI による計算を行った。図 6 にエネルギー減衰率、図 7 にエネルギー収支の算出結果を示す。いずれの図からも時間刻みを小さくすることによって中心差分に収束することが確認できる。 $\Delta_t = 0.05$ のときには、4 点 USI によって求めた k の収支式の残差は、前に示した 5 次精度 UBD によるそれらと同程度となる。なお中心差分および UBD の結果は、この時間刻みの範囲ではほとんど変化しなかった (図示省略)。ただ、 $\Delta_t = 0.2$ では時間分解能が不十分であり、中心差分では不安定の傾向が観察された。

3.2 高レイノルズ数計算の試み 上述の動粘性係数 $\nu = 1/41.1$ の設定は、格子点数 $N = 32$ の解像度は必ずしも十分ではないが、中心差分またはスペクトル法による DNS が可能な低レイノルズ数である。しかし原則的には、対流項の上流化は中心差分では解像度不足のために不安定となるときに用いられるものである。そこで、 ν を $1/10$ の $\nu = 1/411$ に低減し、 $\Delta_t = 0.05$ として同じ計算を試みた。この場合、初期値の乱流レイノルズ数は $R_{\text{ref}} = 46500$ 、コルモゴロフの長さスケール

図6 エネルギー減衰に対する USI の時間刻みの影響

図7 エネルギー収支に対する USI の時間刻みの影響

と格子幅の比は $l_K/h = 0.023$ となり、明らかに格子解像度が著しく不足している。そのため、中心差分において 4 点差分と 6 点差分の結果の差は低レイノルズ数の場合よりも大きかった。そこで、中心差分および USI については 6 点差分・補間の結果 (6p) のみを図示する。

図 8 はエネルギー減衰率、図 9 はエネルギー収支の計算結果である。図 9 では煩雑を避けるため残差を図示しない。中心差分によるエネルギー収支では残差が負値、すなわち ϵ よりもエネルギー減衰率が低く不安定傾向を示している。また、その残差は各項と同程度の大きさである。したがって、中心差分法の結果は基準値としては適切ではないことに注意して参照する。USI による残差は正值で、その絶対値は中心差分によるものよりも小さい。USI と UBD を比べると、USI の方が中心差分に定性的に近い挙動を示す。UBD により算出された ϵ はエネルギー減衰率よりも著しく小さく、高階粘性の数値拡散が卓越していることを示している。以上の比較から、USI は、UBD のように非現実的な数値粘性に支配されず、中心差分による不安定を防ぐことに成功していることがわかる。

図8 高レイノルズ数におけるエネルギー減衰

3.3 考察 低レイノルズ数乱流のDNSでは、通常DNSを実施するときのクーラン数範囲に時間刻みを設定した5次精度上流差分(UBD)と、時間刻みをその半分とした場合の上流補間(USI)の結果は同程度であり、(スペクトル法と比べて妥当な)中心差分と比較しても十分な精度を示した。すなわち、妥当な格子解像度が確保されれば、これらはDNSに十分適用が可能と考えられる。詳細に比較すれば、USIは乱流レイノルズ数が中心差分によるそれに近く、スケール間のバランスを崩さない性質を持っている。これに対して、高次精度UBDは大規模渦の再現性に優れているが、高階数値粘性の影響は高波数成分の影響する統計量に顕著に現れる。このことが、UBDにおける散逸率 ε およびその収支などの乱流モデルの検証に不可欠な統計量の算出における欠陥となり、また実質レイノルズ数を低下させる原因でもある。ところで本計算では、図3にみられるように、 $t \sim 1$ までは ε がいったん増加する。その間は人為的な初期スペクトルから小規模な散逸構造が発達するまでの過渡状態と考えられる。これを除外し、カスケード構造がよく発達した後だけを比較の対象とすれば、全ての乱流統計量においてUSIの優位性が高まる。

さらに計算効率を加味して検討する。対流項そのものの計算量は5次精度UBDは4点USIの約1.5倍となるが、USIでは時間刻みを小さくしなければならない。USIの Δt を1/2倍としたとき、4点USIは5次精度UBDに対して約3割の計算量増加ということになる。ところが、USIは前進Euler法のスキームを用いるが、UBDで同程度の精度と安定性を得るには、2次精度以上のAdams-Bashforth法あるいはRunge-Kutta法が必要となり、計算量と記憶容量の少なくとも一方が増す。総合的な計算効率の評価にはこのことも考慮されなければならない。

高レイノルズ数の設定では、3次または5次精度のUBDでは物理的な散逸率 ε が過小となり、高階粘性に

図9 高レイノルズ数におけるエネルギー収支

よる数値的散逸が卓越する。格子解像度は不十分でも計算可能な高波数端(カットオフ波数)まで妥当なスペクトルを得たいという要請に対しては、USIが有利である。

4. 結 言

高次上流差分が使用されるのは、それが高波数変動のみに作用するゆえ、流れの重要な構造には影響しないことが期待されるからである。しかし本計算からも、乱流統計量の収支を精度よく再現する必要があるような、すなわち乱流の基礎研究を目的とするような直接シミュレーションには適さないことがわかる。

一方、上流補間法は形式的には1次精度の上流化ではあるが、導出の過程から明らかとなり、数値粘性は陰解法に由来するもので、非物理的な付加項ではない。したがって、多様な乱流渦にごく自然に作用し、乱れエネルギーおよびその散逸率の収支の再現性も良好で、実質レイノルズ数の低下も少ない。このことは、高い精度次数を追求することよりも、数理的ならびに物理的意味において自然な数値粘性を導入する方が合理的であることを示している。

文 献

- (1) Raj, M.M. and Moin, P., *J. Comput. Phys.*, **96** (1991), 15.
- (2) 宮内・平田・店橋, 機論B編 **60-574** (1994), 1999.
- (3) Komori, S. and Nagaosa, R., *Phys. Fluids A*, **5-1** (1993), 125.
- (4) Kajishima, T., *Proc. 5th Int. Symp. Comput. Fluid Dyn.*, Vol.1 (1993), 414.
- (5) 梶島, 機論B編 **60-578** (1994), 3319.
- (6) 梶島, 機論B編 **60-574** (1994), 2058.
- (7) 日本機械学会 計算力学講演会 ワークショップ「熱流体シミュレーションにおける高次差分法とスペクトル法」, 機講論 **930-71** (1993), 267.
- (8) Kim, J. and Moin, P., *J. Comput. Phys.*, **59** (1985), 308.
- (9) 飯田・笠木, 機論, **59-567**, B (1993), 3359.