揚力線との共存による三次元空洞翼の流れ解析*
(第2報, 空洞線理論の展開)西 山 哲 男^{*1}Three Dimensional Flow Analysis for the Cavitating-Hydrofoils of
Finite Span by Combining with the Lifting-Line
(2nd Report, Cavitating-Line Theory)

Tetsuo NISHIYAMA

A method of flow analysis is developed by combining the formerly proposed cavitating-line theory with the well-known lifting-line one for obtaining the three dimensional characteristics of the cavitating hydrofoils of finite span. Its main theoretical features are enumerated as follows

(1) Three dimensional effects due not only to the finite hydrofoil but also to the finite cavity are reasonably taken into account in the analysis.

(2) A theoretical basis for spanwise determination of the two dimensional cavity model adopted is shown clearly under the mutual interferences between the cavitating-line and lifting-line.

Some notable effects of aspect ratio on the hydrofoil characteristics (lift, drag, induced drag) and cavity characteristics (effective cavitation number, cavity length, cavity termination thickness, cavity drag, induced drag) are clarified in some details through numerical examples of wide range for the super-cavitating hydrofoils of elliptic plan form.

Key Words: Cavitating-Line, Lifting-Line, Trailing Vortex Sheet, Trailing Source Sheet, Induced Drag, Cavity Drag, Three Dimensional Correction, Supercavitating Hydrofoil, Elliptic Plan Form

1. 緒 言

三次元超空洞翼はアスペクト比の大きい場合について漸近展開法により基礎量とする渦と吹出しの両分布が決定され, さらにこれに基づいて諸特性が求められている⁽¹⁾. これに比し, 本論文では先に提示した空洞線理論⁽²⁾に既存の揚力線理論⁽³⁾を共存させることによって, 直接に循環と流量を基礎量とする簡潔にして, 見通しのよい三次元空洞翼の流れおよび特性解析の理論的基礎を提示し, 三次元性を解明することを目的としている。

まず翼の随伴渦面による三次元効果の他に空洞の随伴吹出し面による有効キャビテーション係数の変化が翼流れに与える三次元効果も存在することを明らかにし, 両効果が同時に考慮されている。一方, 随伴渦面は循環保存則に基づくのに対して, 随伴吹出し面は流量保存則に基づくことが指摘され, これが揚力線と空洞線の共存干渉下における二次元空洞モデルの翼幅方向変化の決定に対する理論的根拠となることが明らかにされている。任意平面形空洞翼の基本となるだ円平面形空洞翼について, 特性全般にわたり個々の特徴が詳

細に解明されるとともに, 数値結果から空洞特性および翼特性におけるアスペクト比効果および揚力線と空洞線との干渉効果が検討され, さらに既存解⁽¹⁾⁽⁶⁾⁽⁸⁾⁽⁹⁾および実験値⁽⁷⁾との比較から, その信頼性が確かめられている。

2. 揚力線との共存

速度 V , 静圧 p_∞ なる一様流れにおいて有限幅 b , 面積 s , 中央弦長 c_0 の三次元翼が迎え角 α にて前縁から内圧 p_c の空洞が発生し, その長さを l とする。空洞流れの解析モデルとしては後端厚みが 2δ の半閉鎖モデルを採用する。座標は図1に示すように弦長方向に x 軸, 幅方向に y 軸, いずれにも垂直方向に z 軸をとり, 原点は翼幅中央の弦長中点に置くことにする。

三次元空洞翼の流れ解析では翼部分と空洞部分のそれぞれの流れの線形的積み重ねと考えるから, アスペクト比が大きい場合には前者は従来からの揚力線, 後者は先に提案した空洞線による巨視的表現とし, 両者の共存による合成流れとする。揚力, 空洞両線解析のそれぞれの特徴と意義を明確にするために特性量および誘導量の対応性が表1に示されている。これは明らかに, 三次元空洞翼の流れ解析には揚力線と空洞線の共存が流れの表現と解析に適切であることを示すもの

* 原稿受付 平成6年9月8日。

*1 正員, 石巻専修大学理工学部 (〒986 石巻市南境新水戸1-1)。

表1 揚力線と空洞線との対応性

	Cavitating-Line		Lifting-Line	
Characteristic Quantity	Flow Rate	$Q(y)$	Circulation	$\Gamma(y)$
Fluid Force	Drag	$\rho V \int_{-b/2}^{b/2} Q(y) dy$	Lift	$\rho V \int_{-b/2}^{b/2} \Gamma(y) dy$
Trailing Sheet	Source	$\frac{dQ}{dy}$	Vortices	$\frac{d\Gamma}{dy}$
Induced Velocity	Horizontal Component	$u_i(y)$	Vertical Component	$w_i(y)$
Effective Quantity	Cavitation Coefficient	$\sigma_e(y)$	Attack Angle	$\alpha_e(y)$
Induced Drag	Source Sheet	$\rho \int_{-b/2}^{b/2} Q(y) u_i(y) dy$	Vortices Sheet	$\rho \int_{-b/2}^{b/2} \Gamma(y) w_i(y) dy$

図1 三次元空洞翼の流れと座標

で、貴重な示唆を与えている。しかしながら、両線が共存する場合に相互に全く独立かまたは強く干渉するかはもっぱら弦長方向の翼断面形状に依存しており、迎え角をもつ三次元空洞翼は後者に属する。

3. 流れ解析の基礎

3.1 特性量 二次元空洞翼の流れについて巨視量として翼部分には循環、空洞部分には流量をそれぞれ定義すると、揚力および抗力は

$$l \equiv \frac{1}{2} \rho V^2 c C_l(\alpha, \sigma) = \rho V \Gamma(\alpha, \sigma) \quad (1)$$

$$d \equiv \frac{1}{2} \rho V^2 c C_d(\alpha, \sigma) = \rho V Q(\alpha, \sigma) = 2 \rho V^2 \delta \quad (2)$$

ここに

$$\sigma = (p_\infty - p_c) / \frac{1}{2} \rho V^2$$

で与えられるから、式(1)、(2)より

$$C_l = 2 \frac{\Gamma(\alpha, \sigma)}{Vc} \quad (3)$$

$$C_d = 2 \frac{Q(\alpha, \sigma)}{Vc} = 4 \frac{\delta}{c} \quad (4)$$

部分または超空洞二次元翼については半閉鎖モデルに対する C_l および C_d の解析解⁽⁴⁾ を用いることができる。

3.2 誘導速度 揚力線では、循環の翼幅方向変

化に伴う随伴渦面、空洞線では流量の翼幅方向変化に伴う随伴吹き出し面がそれぞれ発生するので、線位置における誘起速度は

$$w_i(y) = \frac{-1}{4\pi} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{d\Gamma}{d\eta} \frac{d\eta}{y-\eta} = -V\alpha_i(y) \quad (5)$$

$$u_i(y) = \frac{-1}{4\pi} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{dQ}{d\eta} \frac{d\eta}{y-\eta} = -\frac{V}{2} \sigma_i(y) \quad (6)$$

ここに、 $\alpha_i(y)$ および $\sigma_i(y)$ はそれぞれ誘導迎え角および誘導キャピテーション係数である。式(5)、(6)はいずれも負であるから、それぞれ吹下し速度、堰止め速度となる。したがって有効迎え角および有効キャピテーション係数は

$$\alpha_e(y) = \alpha + \alpha_i(y) = \alpha + \frac{w_i(y)}{V} \quad (7)$$

$$\sigma_e(y) = \sigma + \sigma_i(y) = \sigma - 2 \frac{u_i(y)}{V} \quad (8)$$

3.3 基礎式-連立積分方程式 アスペクト比が大きいので翼幅上における局所流れは有効値に関しては二次元性が成立しているから循環と流量は式(3)、(4)から

$$\Gamma(y) = \frac{1}{2} Vc C_l(\alpha_e, \sigma_e) = \frac{1}{2} Vc C_l(\alpha + \alpha_i, \sigma + \sigma_i) \quad (9)$$

$$Q(y) = \frac{1}{2} Vc C_d(\alpha_e, \sigma_e) = \frac{1}{2} Vc C_d(\alpha + \alpha_i, \sigma + \sigma_i) \quad (10)$$

一般に誘導量は小さいので $\alpha \gg \alpha_i$, $\sigma \gg \sigma_i$ であるからテーラー展開し式(5)、(6)を用いると

$$\Gamma(y) = \frac{1}{2} Vc \left[C_l(\alpha, \sigma) + \frac{1}{4\pi V} \left\{ 2 \frac{\partial C_l}{\partial \sigma} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{dQ}{d\eta} \frac{d\eta}{y-\eta} - \frac{\partial C_l}{\partial \alpha} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{d\Gamma}{d\eta} \frac{d\eta}{y-\eta} \right\} \right] \quad (11)$$

$$Q(y) = \frac{1}{2} Vc \left[C_d(\alpha, \sigma) + \frac{1}{4\pi V} \left\{ 2 \frac{\partial C_d}{\partial \sigma} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{dQ}{d\eta} \frac{d\eta}{y-\eta} - \frac{\partial C_d}{\partial \alpha} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{d\Gamma}{d\eta} \frac{d\eta}{y-\eta} \right\} \right] \quad (12)$$

これより揚力線と空洞線が共存するとその誘導流れが有効迎え角および有効キャピテーション係数を通して互いに強い影響を与えることが明らかとなる。したがって、それぞれの特性量である循環と流量を決定するには式(11)、(12)を連立積分方程式として解けばよいからこれが揚力線と空洞線とが相互依存形共存する場合の基礎式となる。ただし、二次元値 C_l , $\partial C_l / \partial \sigma$,

$\partial C_l / \partial \alpha$ および C_d , $\partial C_d / \partial \sigma$, $\partial C_d / \partial \alpha$ には未知数である空洞長さ l を含むので, 式(11), (12)には非線形性を有している。特殊な場合として, 空洞がない三次元翼の場合は式(11)より, 揚力がない三次元対称体の空洞の場合は式(12)より既存式と一致する結果が得られる⁽³⁾⁽⁴⁾。

3.4 解法 翼幅上の循環および流量分布を有限フーリエ級数に展開する。

$$\Gamma(\theta) = bV \sum_0^n a_{2n+1} \sin(2n+1)\theta \quad \cdots \cdots (13)$$

$$Q(\theta) = bV \sum_0^n b_{2n+1} \sin(2n+1)\theta \quad \cdots \cdots (14)$$

ここに

$$y = \frac{b}{2} \cos \theta$$

式(13), (14)を式(5), (6), 式(11), (12)へ代入すると吹下し速度と堰止め速度さらに連立積分方程式はそれぞれ

$$w_i(\theta) = -\frac{V}{2} \sum_0^n (2n+1) a_{2n+1} \frac{\sin(2n+1)\theta}{\sin \theta} \quad \cdots \cdots (15)$$

$$u_i(\theta) = -\frac{V}{2} \sum_0^n (2n+1) b_{2n+1} \frac{\sin(2n+1)\theta}{\sin \theta} \quad \cdots \cdots (16)$$

$$\begin{aligned} \sum_0^n (2n+1) \left[2 \frac{b}{c} a_{2n+1} - \left(\frac{\partial C_l}{\partial \sigma} b_{2n+1} - \frac{1}{2} \frac{\partial C_l}{\partial \alpha} \frac{a_{2n+1}}{\sin \theta} \right) \right] \sin(2n+1)\theta = C_l(\alpha, \sigma) \end{aligned} \quad \cdots \cdots (17)$$

$$\begin{aligned} \sum_0^n (2n+1) \left[2 \frac{b}{c} b_{2n+1} - \left(\frac{\partial C_d}{\partial \sigma} b_{2n+1} - \frac{1}{2} \frac{\partial C_d}{\partial \alpha} \frac{a_{2n+1}}{\sin \theta} \right) \right] \sin(2n+1)\theta = C_d(\alpha, \sigma) \end{aligned} \quad \cdots \cdots (18)$$

任意平面形の空洞翼に対して翼幅上の有限数の θ_n で連立方程式(17), (18)を満足させることにより得られる一次式から逐次近似により係数 a_{2n+1} , b_{2n+1} の収束値が決定される。

3.5 流体力 係数を用いると揚力と抗力, さらに随伴する渦面と吹出し面による誘導抗力はそれぞれ次式より得られる。

$$C_L \equiv L / \frac{1}{2} \rho V^2 s = \int_{-b/2}^{b/2} l(y) dy = \frac{\pi}{2} \lambda a_1 \quad \cdots (19)$$

$$C_D \equiv D / \frac{1}{2} \rho V^2 s = \int_{-b/2}^{b/2} d(y) dy = \frac{\pi}{2} \lambda b_1 \quad \cdots \cdots (20)$$

$$\begin{aligned} C_{Di} &\equiv D_i / \frac{1}{2} \rho V^2 s \\ &= \frac{\lambda}{2\pi} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\Gamma(y)}{bV} dy \int_{-b/2}^{b/2} \frac{d}{d\eta} \left(\frac{\Gamma(\eta)}{bV} \right) \frac{d\eta}{y-\eta} \end{aligned}$$

$$= \frac{\pi}{4} \lambda \sum_0^n (2n+1) a_{2n+1}^2 \quad \cdots \cdots (21)$$

$$\begin{aligned} C_{Dci} &\equiv D_{ci} / \frac{1}{2} \rho V^2 s \\ &= \frac{\lambda}{2\pi} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{Q(y)}{bV} dy \int_{-b/2}^{b/2} \frac{d}{d\eta} \left(\frac{Q(\eta)}{bV} \right) \frac{d\eta}{y-\eta} \\ &= \frac{\pi}{4} \lambda \sum_0^n (2n+1) b_{2n+1}^2 \quad \cdots \cdots (22) \end{aligned}$$

ここに

$$\lambda = b^2 / s$$

一方, 空洞抗力は局所空洞抗力を翼幅方向に積分することにより得られる。

$$C_{Dc} = \lambda \int_{-b/2}^{b/2} \frac{c(\eta)}{b} C_{dc}(\alpha_e(\eta), \sigma_e(\eta)) d\left(\frac{\eta}{b}\right) \quad \cdots \cdots (23)$$

ここに, C_{dc} は二次元空洞抗力係数で, 半閉鎖モデルについて解析解⁽⁴⁾がある。

4. だ円平面形の空洞翼

4.1 係数の決定および循環と流量 だ円平面形の場合

$$c(\theta) = c_0 \sin \theta; \quad \lambda = 4b/\pi c_0 \quad \cdots \cdots (24)$$

は任意平面形の空洞翼の基本となる。式(24)を式(17), (18)へ代入し, $\sin \theta, \sin 3\theta, \dots$ の係数比較から

$$\begin{aligned} \frac{\pi\lambda}{2} a_1 = C_l(\alpha, \sigma) + \frac{\partial C_l}{\partial \sigma} b_1 - \frac{1}{2} \frac{\partial C_l}{\partial \alpha} a_1, \\ a_3 = a_5 = \dots = 0 \quad \cdots \cdots (25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\pi\lambda}{2} b_1 = C_d(\alpha, \sigma) + \frac{\partial C_d}{\partial \sigma} b_1 - \frac{1}{2} \frac{\partial C_d}{\partial \alpha} a_1, \\ b_3 = b_5 = \dots = 0 \quad \cdots \cdots (26) \end{aligned}$$

これより係数 a_1 , b_1 は次のようになる。

図2 揚力・抗力と運動量法則

$$a_1 = \left(C_l(\alpha, \sigma) + \frac{C_d \frac{\partial C_l}{\partial \sigma}}{\frac{\pi \lambda}{2} - \frac{\partial C_d}{\partial \sigma}} \right) / \left(\frac{\pi \lambda}{2} + \frac{1}{2} \frac{\partial C_l}{\partial \alpha} + \frac{\frac{1}{2} \frac{\partial C_l}{\partial \sigma} \frac{\partial C_d}{\partial \alpha}}{\frac{\pi \lambda}{2} - \frac{\partial C_d}{\partial \sigma}} \right) \dots\dots\dots (27)$$

$$b_1 = \left(C_d(\alpha, \sigma) - \frac{a_1}{2} \frac{\partial C_d}{\partial \alpha} \right) / \left(\frac{\pi \lambda}{2} - \frac{\partial C_d}{\partial \sigma} \right) \dots\dots\dots (28)$$

したがって、微分値 $\partial C_l / \partial \alpha$, $\partial C_l / \partial \sigma$, $\partial C_d / \partial \alpha$, $\partial C_d / \partial \sigma$ は二次元解より得られるからアスペクト比ごとに係数 a_1 , b_1 が式(27), (28)より求められる。したがって、式(13), (14)より

$$\Gamma(\theta) = b V a_1 \sin \theta = 2b V \frac{C_l}{\pi \lambda} \sin \theta \dots\dots\dots (29)$$

$$Q(\theta) = b V b_1 \sin \theta = 2b V \frac{C_D}{\pi \lambda} \sin \theta \dots\dots\dots (30)$$

となり、循環およびいずれも円分布となる。

4.2 有効迎え角および有効キャビテーション係数

揚力線における吹下し速度および空洞線における堰止め速度は式(15), (16)より

$$w_i(\theta) = -\frac{V}{2} a_1 = -V \frac{C_l}{\pi \lambda} \dots\dots\dots (31)$$

$$u_i(\theta) = -\frac{V}{2} b_1 = -V \frac{C_D}{\pi \lambda} \dots\dots\dots (32)$$

したがって式(7), (8)より

$$\alpha_e(y) = \alpha - \frac{a_1}{2} = \alpha - \frac{C_l}{\pi \lambda} \dots\dots\dots (33)$$

$$\sigma_e(y) = \sigma + b_1 = \sigma + 2 \frac{C_D}{\pi \lambda} \dots\dots\dots (34)$$

これより有効迎え角および有効キャビテーション係数はいずれも翼幅上で一定となる。

4.3 揚力、抗力と運動量法則

無限下流における渦面および吹出し面における誘起速度は最先端にある線位置の2倍となるからそれぞれ $2w_i$, $2u_i$ で与えられる。翼幅 b を直径とし、流れに垂直な円を単位時間に通過する質量 $(\pi/4)\rho b^2 V$ の流体を下方へ吹下すときおよび上流へ押出すときのそれぞれの運動量について式(31), (32)を用いると次の関係を得る。

$$\frac{\pi}{4} \rho b^2 V \cdot 2w_i = \frac{\pi}{4} \rho b^2 V \cdot 2 \frac{C_l}{\pi \lambda} V$$

$$= \frac{1}{2} \rho V^2 s C_L = L \dots\dots\dots (35)$$

$$\frac{\pi}{4} \rho b^2 V \cdot 2u_i = \frac{\pi}{4} \rho b^2 V \cdot 2 \frac{C_D}{\pi \lambda} V$$

$$= \frac{1}{2} \rho V^2 s C_D = D \dots\dots\dots (36)$$

これは図2に示すように三次元翼の見掛け質量 $(\pi/4)\rho b^2 V$ のもつ垂直下方および水平前方の運動量

変化に対する反力として揚力、抗力が発生していることを示すもので、随伴する渦面および吹出し面の役割および運動量法則の成立が明らかとなる。

4.4 誘導抗力および空洞抗力 式(21), (22)より

$$C_{Di} = \frac{\pi \lambda}{4} a_1^2 = \frac{C_l^2}{\pi \lambda} \dots\dots\dots (37)$$

$$C_{Dci} = \frac{\pi \lambda}{4} b_1^2 = \frac{C_D^2}{\pi \lambda} \dots\dots\dots (38)$$

となり、渦面および吹出し面によるそれぞれの誘導抗力はいずれも最小であることが明らかである。一方、式(33), (34)に対応して $C_{ac}(\alpha_e, \sigma_e)$ は翼幅上で一定となるから式(23)より次式を得る。

$$C_{DC}(\alpha, \sigma) = C_{ac}(\alpha_e, \sigma_e) \dots\dots\dots (39)$$

これは有効迎え角と有効キャビテーション係数を用いると三次元空洞抗力は二次元空洞抗力から求められることを示している。

4.5 空洞形状 式(33), (34)に対応して有効値

について翼幅上では二次元性が成立しているから、空洞長さおよび空洞後端厚みの局所値 $l(y)/c(y)$ および $\delta(y)/c(y)$ は一定値をとる。したがって式(24)を用いると

$$l(\theta) \sim \sin \theta \dots\dots\dots (40)$$

$$\delta(\theta) = \frac{b}{2} b_1 \sin \theta = \delta(0) \sin \theta; \delta(0) = b \frac{C_D}{\pi \lambda} \dots\dots\dots (41)$$

となり、空洞長さおよび空洞後端厚みは円分布となる。

4.6 アスペクト比による特性換算

アスペクト比 λ_1 , 迎え角 α_1 , キャビテーション係数 σ_1 における揚力、抗力係数が C_L , C_D のときにアスペクト比 λ_2 における迎え角とキャビテーション係数は式(33), (34)を用いると

$$\alpha_2 = \alpha_1 - \frac{C_L}{\pi} \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) \dots\dots\dots (42)$$

$$\sigma_2 = \sigma_1 + 2 \frac{C_D}{\pi} \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) \dots\dots\dots (43)$$

一方、式(37), (38)よりアスペクト比 λ_1 における揚力係数 C_L と誘導抗力係数 C_{Di} , 抗力係数 C_D と誘導抗力係数 C_{Dci} が既知のときにアスペクト比 λ_2 では

$$C_{Di2} = C_{Di1} - \frac{C_L^2}{\pi} \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) \dots\dots\dots (44)$$

$$C_{Dci2} = C_{Dci1} - \frac{C_D^2}{\pi} \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) \dots\dots\dots (45)$$

式(42), (43)および式(44), (45)はそれぞれ迎え角、キャビテーション係数、渦面および吹出し面に由来する誘導抗力に対するアスペクト比間の換算式となる。なお、揚力線、空洞線が単独のときの換算式を導くと、

既存結果と一致している⁽²⁾⁽³⁾。

4・7 三次元修正 基礎特性量である揚力と抗力について二次元値との比として三次元修正値を定義すると

$$K_L \equiv C_L / C_{L_0} \dots\dots\dots (46)$$

$$K_D \equiv C_D / C_{D_0} \dots\dots\dots (47)$$

したがって式(19), (20)と式(27), (28)を用いると次式を得る。

$$K_L = 1 - \frac{1}{\pi\lambda} \left(\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} - 2 \frac{C_d}{C_l} \frac{\partial C_L}{\partial \sigma} \right) \dots\dots\dots (48)$$

$$K_D = 1 - \frac{1}{\pi\lambda} \left(\frac{C_l}{C_d} \frac{\partial C_d}{\partial \alpha} - 2 \frac{\partial C_d}{\partial \sigma} \right) \dots\dots\dots (49)$$

これを用いると循環と流量などの特性量, 有効迎え角と有効キャピテーション係数および渦面と吹出し面に由来する両誘導抗力などの誘導量は

$$\Gamma(0)/2bV = \frac{C_l}{\pi\lambda} K_L \dots\dots\dots (50)$$

$$Q(0)/2bV = \frac{C_d}{\pi\lambda} K_D = \frac{\delta(0)}{b} \dots\dots\dots (51)$$

$$\alpha_e/\alpha = 1 - \frac{C_l}{\pi\lambda} \frac{K_L}{\alpha} \dots\dots\dots (52)$$

$$\sigma_e/\sigma = 1 + 2 \frac{C_d}{\pi\lambda} \frac{K_D}{\sigma} \dots\dots\dots (53)$$

図3 循環と流量の翼幅方向分布

図6 空洞長さのアスペクト比による変化

図4 吹下し速度と堰止め速度

図7 空洞後端厚みのアスペクト比による変化

図5 有効キャピテーション係数

図8 適用不可能なアスペクト比範囲

$$C_{Di} = K_L^2 \frac{C_l^2}{\pi \lambda} \dots\dots\dots (54)$$

$$C_{Dci} = K_D^2 \frac{C_d^2}{\pi \lambda} \dots\dots\dots (55)$$

となり、いずれも三次元修正値 K_L, K_D から容易に求められることになる。

4.8 適用限界 空洞後端厚みは常に正である必要があるから式(41)より

$$\delta(y) - b_1 > 0 \dots\dots\dots (56)$$

が成立しなければならない。したがって、式(28)において分母は常に正($\partial C_d / \partial \sigma < 0$)であるから分子が正でなければならない。

$$C_d - \frac{a_1}{2} \frac{\partial C_d}{\partial \sigma} > 0 \dots\dots\dots (57)$$

これは空洞長さ λ と空洞後端厚みの二次元値に応じてアスペクト比の範囲に制限が存在することを示している。一方、線理論であるから本来アスペクト比の大きい範囲が適用対象となっている。

図9 揚力と抗力のキャビテーション係数による変化

図10 揚力に対する三次元修正値

5. 三次元特性

だ円平面形の平板翼が迎え角 10° にて超空洞状態にある場合の三次元特性について検討考察した。三次元計算には空洞長さ λ と空洞後端厚みの二次元値を必要とするので、それぞれ $l/c=2, 3$ および $\delta/c\alpha=0.5, 0.7$ を当初に採用した。なお、三次元効果をより明確にするために、二次元値を点線にて示してある。

5.1 循環と流量 図3には、循環と流量の翼幅方向分布を示してある。大きさは相対的には前者が大きい、アスペクト比の低下による減少量は後者のほうが大きい。これに対応して誘導量である吹下し速度と堰止め速度を図4に示してある。アスペクト比の低下とともに前者は単調に増加するが、後者は増加した後に減少している。いずれも空洞長さが短い程大きく、三次元性の強いことを示している。

5.2 空洞特性 図5には有効キャビテーション係数のアスペクト比による変化を示してある。空洞長さが短い程キャビテーション係数からの増加量が大きく、アスペクト比による変化は図4の堰止め速度に対応している。さらに $l(y)/c(y)$, $\delta(y)/c(y)$ はいずれも

図11 抗力に対する三次元修正値

図12 渦面と吹出し面に基づく誘導抗力

図 13 空洞抗力および三次元修正値

翼幅上一定であるが、これらのアスペクト比による変化を図 6, 7 に示してある。アスペクト比の低下と共に空洞長さは短くなり、二次元値からの減少量は空洞長さが長い程大きい。一方、空洞後端厚みもアスペクト比の低下と共に減少するが、本来空洞長さが長い程空洞後端厚みは薄いので、アスペクト比の特に小さい領域で零を経て負となる。これは物理的に不合理であるから、これが線理論の適用限界と考えることができる。図 8 の適用不可能アスペクト比の領域は斜線で示すように通常空洞後端厚みの二次元値に対してはほぼアスペクト比が 3 以下で、線理論の適用可能なアスペクト比の大きい範囲からずれていることが明らかである。

5.3 揚力と抗力 図 9 には揚力と抗力のキャピテーション係数による変化を示してある。いずれもキャピテーション係数と共に減少するが、アスペクト比の低下による減少量および空洞後端厚みの二次元値の増加による増加量は揚力に比し抗力が相対的に大きい。さらに図 10, 11 には揚力、抗力に対する三次元修正値 K_L, K_D のアスペクト比による変化を示してある。 K_L は空洞長さが長くなる程小さくなっており、三次元性が強まることを示している。吹下し速度のみを考慮した点線⁽⁶⁾に比較するといずれも K_L が大きくなっており、このことは随伴吹出し面による堰止め速度は三次元性を弱める働きをすることを示している。この傾向は空洞後端厚みの二次元値が大きい程著しい。一方、 K_D は一般に小さく、これは空洞後端厚みに及

図 14 翼幅中央における空洞長さ

図 15 揚力のキャピテーション係数による変化

図 16 全抗力のキャピテーション係数による変化

ぼす三次元効果が大きいことを示しており、この傾向は空洞長さの二次元値が大きく、アスペクト比が低下する程著しい。

5.4 誘導抗力 図 12 には、随伴する渦面および吹出し面による両誘導抗力のアスペクト比による変化

を示してある。渦面による誘導抗力は空洞長さが短い程、空洞後端厚みが小さい程大きい、アスペクト比の低下と共に増加している。一方、吹出し面による誘導抗力は、空洞後端厚みの二次元値が大きい程大きい、アスペクト比の低下と共に減少する。したがって、両誘導抗力はアスペクト比の低下と共にその差が大きくなる。これらは図4の両誘導速度の変化傾向に対応している。なお、吹下し速度のみを考慮した点線との比較から堰止め速度をも考慮すると渦面による誘導抗力は増加することが明らかとなる。

5・5 空洞抗力 図13には空洞抗力およびそれに対する三次元修正値のアスペクト比による変化を示している。いずれもアスペクト比の低下と共に減少し、特に低アスペクト比領域で減少が著しいのは吹下し速度による有効迎え角の減少が一因である。吹下し速度のみを考慮した点線との比較から堰止め速度による影響は、空洞抗力を増す働きがあることが明らかとなる。

5・6 既存理論値および実験値との比較 翼幅中央における空洞長さ、揚力および全抗力について、既存理論値および実験値との比較検討したものを図14、15および図16に示してある。まず、空洞長さは空洞後端厚みの二次元値によって変化し、本計算結果が実験値に近いことは確かであるが、どの二次元値が適切かなど立ち入った考察をするにはさらに実験値を必要とする。なお、参考のために吹下し速度を用い、空洞後端に微小垂直平板をおいた空洞モデルによる漸近展開第2近似⁽⁸⁾を破線にて示してある。

揚力の計算結果は、空洞後端厚みの二次元値が0.5の方が実験値に近く、キャビテーション係数に対する変化傾向も同一であるが、全般的にやや大きめである。なお点線は、吹下し速度のみを考慮した計算値である。参考のために吹下し速度を用い、漸近展開によるもの⁽⁸⁾を破線、二重らせん渦モデルによるもの⁽⁹⁾を鎖線にて示してあるが、特に二点鎖線で示す半閉鎖モデル($\delta/c\alpha=0.5$)を用いた漸近展開による結果⁽¹⁾は、本計算結果に極めて近い。

全抗力は両誘導抗力に空洞抗力を加え、さらに腹面摩擦抗力係数として概略値0.004を補正してある。なお、点線は吹下し速度のみを考慮した計算値である。

本計算結果は空洞後端厚みの二次元値が0.5の方が実験値に近い。参考のために、吹下し速度を用い漸近展開によるもの⁽⁸⁾を破線、二重らせん渦モデルによるもの⁽⁹⁾を鎖線にて示してある。なお誘導抗力の点線の上、下はそれぞれ吹出し面と渦面に基づく成分を示している。

6. 結 言

空洞線理論の展開により、空洞を伴う有限幅翼の三次元特性解析の基礎構成とこれによる三次元性の解明を試みた。主要な内容をまとめると次のようになる。

(1) アスペクト比の大きい三次元空洞翼は循環と流量を特性量とする揚力線と空洞線の共存による巨視的表現が適切で、随伴する渦面と吹出し面の発生による誘起速度が三次元性の主因であることが明らかにされた。

(2) 循環と流量に関する連立積分方程式が基礎式となることおよびその解法が提示された。この結果、二次元空洞モデルの翼幅方向変化の決定に対する三次元的根拠が明確となり、二次元空洞モデルと翼および空洞の三次元特性との関連および揚力線と空洞線との干渉が鮮明にされた。

(3) 基本となるだ円平面形空洞翼については、有効迎え角および有効キャビテーション係数が翼幅上で一定値をもち、循環と流量および空洞長さと空洞後端厚みはいずれもだ円分布となることおよび渦面と吹出し面による両誘導抗力はいずれも最小値をもつことが解明された。さらに超空洞の場合について実験値との比較から本解析結果の信頼性が確認された。

文 献

- (1) Kida, T. and Miyai, Y., *J. Ship Res.*, **23**-3(1979), 218.
- (2) 西山, 機論, **61**-581, B(1995), 96.
- (3) Prandtl, L., *NACA TR* 1161(1921).
- (4) Nishiyama, T. and Ōta, T., *Trans. ASME, J. Basic Eng.*, **93**, D(1971), 550.
- (5) 西山・太田, 機論, **35**-278(1969), 2077.
- (6) 西山, 機論, **35**-278(1969), 2071.
- (7) Leehey, P. and Stelling, T. S., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **97**(1975), 453.
- (8) Leehey, P., *IUTAM Symp.*, (1971), 277, Leningrad.
- (9) 倉田・ほか2名, 機論, **44**-383(1978), 2290.