絞り部に生じるキャビテーションの発生遅れについて*

山口 惇^{*1}, 柯 堅^{*2}Delay of Nonsteady Cavitation in Restrictors
for Fluid Power Systems

Atsushi YAMAGUCHI and Jian KE

In fluid power systems, cavitation under nonsteady flow conditions is a major factor limiting the response and reliability. As the most fundamental phenomenon, the time lag of nonsteady cavitation in restrictors is discussed. First, the times required to establish the single phase flow pattern and for bubbles to grow from cavitation nuclei are estimated and found to be much shorter than that required to generate the nuclei. Then, by applying both the hole theory and theory of rate processes, a predication formula for the time lag is derived. The calculated results coincide with the experimental ones.

Key Words: Fluid Power Systems, Cavitation, Inception, Choking, Restrictor, Hydraulic Fluid, Time Lag

1. 結 言

定常流れ場に生じるキャビテーションでも、流動する液体に着目すれば、気泡の発生・成長の過程は非定常現象である。液圧システムにおけるように、非定常流れが問題となる場合には、流れ場としての非定常性も合わせて検討することが必要となる。本研究は、絞り部の非定常キャビテーションの発生機構モデルを構築して、キャビテーションの発生遅れを検討し、その予測式を導くことを目的とする。

定常流れ場におけるキャビテーション発生に関し、特に水の場合、水中に存在する微小気泡(気泡核)の挙動に着目するのが一般的取扱いである。これは、水中の気泡核は、分子拡散理論で予測されるより(例えば数秒の大きさ)、極めて長期(数ないし数十時間の大きさ)にわたって存続することが実験的に確かめられていること⁽¹⁾で検証されている。石油系作動油についても、微小気泡が長期にわたって存続する場合のあ

しかしながら、入口に丸みのない絞りなどのように、流れのはく離が支配的となり、流体中にあらかじめ存在している核の影響が相対的に小さくなることがある。例えば、著者の一人は作動油の場合について絞り出口での気泡数を、ポンプを用いた循環式(開回路)と非循環式(圧力容器に長時間保持した作動油を一定圧力の下に押出す方式)とで比較したことがある⁽³⁾。気泡数は循環式の方が多かったが、キャビテーション閉塞を生じるキャビテーション係数には、ほとんど差がなかった。一方、循環式としても、ポンプあるいはタンクの状態によっては、同一の絞りでも、閉塞を生じるキャビテーション係数に差を生じることもある。

ここでは、気泡核の存在しない場合を主とするが、その存在する場合までを含めて、絞り部でのキャビテーション発生遅れを検討する。

2. 記 号

C : 薄刃オリフィスの流量係数

C_d : 円筒絞りの流量係数

d : 絞り内径

k : キャビテーション係数 $= (p_2 - p_v) / (p_1 - p_2)$

l : 絞り長さ

m : 液体分子の質量

* 原稿受付 平成6年10月5日。

*¹ 正員、横浜国立大学工学部 (〒240 横浜市保土ヶ谷区常盤台156)。

*² 横浜国立大学大学院。

p_1 : 絞り入口圧力
 p_2 : 絞り出口圧力
 p_3 : 絞り内圧力
 p_0 : 大気圧
 p_l : 気液界面の液体圧力
 p_v : 液体の蒸気圧
 q : 流量
 R : R_c を構成できる量の気体分子が含まれる液柱半径
 R_c : 気泡の臨界半径
 r_b : 渦の半径(渦の大きさ)
 T : 絶対温度
 T_0 : 273 K
 t : 時間, 発生遅れ
 u : 絞り内平均流速
 α : 流速比を表す係数
 δ : 液体分子の等価直径
 ϵ : 気体の溶解割合
 μ : 液体粘度
 ρ : 液体密度
 σ : 表面張力

3. 理 論

3.1 液相としての流れ場形成に要する時間 非定常キャピテーションに関与する事項を, まず, 流れ場の形成と気泡の生成・成長とに大別して考察する。

流れ場の形成については, 基本となる円筒絞り部(内径 d , 長さ l)のみを扱う。絞り入口圧力 p_1 , 出口圧力 p_2 , 入口流量 q_1 , 出口流量 q_2 とし, 絞り特性はイナータンス, キャパシタンスおよびレジスタンスの線形結合とする。さらに q_1 と q_2 との差が微小であることを仮定すれば, ラプラス変換を適用して

$$(P_1 - P_2)/Q_2 = \zeta + (\rho l/A)s \quad \cdots \cdots (1)$$

ここに, 大文字はラプラス変換値, s : ラプラスのパラメータ, $A = \pi d^2/4$, ρ : 流体密度, $\zeta = 128\mu l/\pi d^4$, μ : 液体粘度である。式(1)に液体の圧縮性と絞り出入口における液体慣性に対する補正係数 a , b を導入すると

$$(P_1 - P_2)/Q_2 = b\zeta + a(\rho l/A)s \quad \cdots \cdots (2)$$

横田らの実験式⁽⁴⁾を適用すると $\sigma_0 = \rho q_0/\mu l$ (q_0 : 動作点での時間平均流量)として

$$\left. \begin{aligned} a &= 1.1 \\ b &= 1.25 + 7.2 \times 10^{-2} \sigma_0 - 7.3 \times 10^{-5} \sigma_0^2 \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (3)$$

になる。式(2)より時定数 T を求めると

$$T = (a/b)\rho d^2/32\mu \quad \cdots \cdots (4)$$

式(3)は小さいレイノルズ数範囲で成り立つが, 例え

ば, $d = 1.5 \times 10^{-3}$ m, $l/d = 4$, $\mu = 43.4 \times 10^{-3}$ Pa·s, $\rho = 864$ kg/m³, $p_1 = 0.85$ MPa, $p_2 = 0.119$ MPa とすると, $T = 1.39 \times 10^{-4}$ s となる ($Re \sim 850$)。

このことから, 絞り前後に管路の存在する通常の場合には, 絞りよりも管路の影響が大きいことが言える。

3.2 気泡の成長に要する時間 一方, 気泡の生成・成長については, 主流とはく離部との境界でのせん断層における成長を, まず検討してみる。円筒絞りに生じるキャピテーション閉塞は, 混相としての音速を生じるのに必要な気泡の量と流速の大きさの存在が前提となるからである。この所要時間の見積りには, 個々の気泡に着目するよりも, 流れ場としての総合的な取扱いが妥当であろう。清水ら⁽⁵⁾の渦法を用いた計算(二次流れ)によれば, 等間隔に流出した微小渦が群れを形成し, 低圧のスポットが生成されるまでの時間は, 代表時間(絞りの幅/絞りの平均流速)の100倍程度(幅 1×10^{-3} m, 平均流速 30 m/s として, 3.3×10^{-3} s)である。この扱いは, 組合せ渦の中心に気泡核が位置づけられた場合に相当するから, 円筒絞りのキャピテーション発生遅れ, それも閉塞限界に近い場合の発生遅れは, 3.1節の検討結果を考慮しても, 主として, 気泡核の生成に要する時間によって決まると考えるのが妥当であろう。

3.3 気泡核の生成に要する時間 以上の検討結果から, 円筒絞りに生じるキャピテーションの発生は, 気泡核の生成が律速となると判断できる。一度, この核が生成されれば, キャピテーションの発生(明確な基準として, 本報では閉塞を論ずる)は, 比較的短時間を要するにすぎない。

絞り入口で液体中に気泡核が存在しないとし, 流れは軸対称であると仮定する。したがって, 主流とはく離部との間に生じる渦も気泡も, 実質的に二次元として扱えるものとする。さらに, ここで扱う気泡の大きさの限界は, 次式で与えられる⁽⁶⁾とし, 液柱に生成される気泡がその大きさに達するまでの時間が, 発生遅れを与えるものとする。すなわち,

拡散による成長の臨界半径

$$R_{cd} = \sigma/(p_0 - p_l + p_v) \quad \cdots \cdots (5)$$

蒸発による成長の臨界半径

$$R_{cv} = \sigma/2(p_v - p_l) \quad \cdots \cdots (6)$$

この臨界値にまで成長した微小気泡は, 拡散あるいは蒸発により成長し, 3.2節に記した局所的な低圧スポットを容易に形成できるものとする。つまり, ここの検討は, 空孔をもつ液体中に渦が形成され, 式(5)あるいは式(6)に与えられる気泡核が生成される

図1 流れ場

までの時間を求める問題に帰着される。なお、流れ場は短時間で形成されることを踏まえ、渦の圧力分布は準定常の扱いが可能であるとする。

図1に示すはく離に伴う速度差は、自由噴流に比べ主流垂直方向に短い距離で生じるから、組合せ渦よりも強制渦としての性格が支配的であろう。角速度を ω 、半径座標を r 、渦中心の圧力を p^* とすると、渦内部の液体圧力は

$$p = p^* + \rho(\omega r)^2/2$$

$r = R_c$ で $p = p_l$ 、速度 ωR_c が絞り主流速度 u に比例するとする。比例定数を改めて α と書くと

$$\omega = \alpha u / R_c$$

となり、結局圧力分布

$$p = p_l - \rho(\alpha u)^2[1 - (r/R_c)^2]/2 \quad (7)$$

が定まる。一方、 $r = r_b$ ($2r_b$ は速度差を生じる層の厚さ)で、 $p = p_3$ とすると

$$p_3 = p_l - \rho(\alpha u)^2[1 - (r_b/R_c)^2]/2 \quad (8)$$

速度の不連続を渦列として表現する手法に従えば、 $2r_b$ を隔てて u の速度差があることから、 $\omega = u/2r_b = \alpha u/R_c$ より

$$\alpha = R_c/2r_b \quad (9)$$

を得る。

渦内部にある液体分子に作用する遠心力 F は、質量を m として

$$F = m r (\alpha u / R_c)^2 \quad (10)$$

F に基づく分子の移動速度は、絶対反応速度論により

$$w \approx \frac{\delta^2 f_0}{kT} F \exp\left(-\frac{A}{kT}\right) \quad (11)$$

で与えられる⁽⁷⁾⁻⁽⁹⁾。ここに、 δ :液体分子径、 f_0 :分子振動数、 k :ボルツマン数、 T :絶対温度、 A :1分子当りの活性化エネルギーである。活性化エネルギーと粘度との間に

$$\mu \propto \frac{kT}{\delta^3 f_0} \exp\left(-\frac{A}{kT}\right) \quad (12)$$

が成り立つから

$$w \propto F / \mu \delta \quad (13)$$

が導かれる。

ストークス式が、このような液体分子に対して成立つとすれば、上式の比例定数が定まり

$$w = F / 3\pi\mu\delta \quad (14)$$

式(10)を代入すると

$$w = \frac{m (\alpha u / R_c)^2}{3 \pi \mu \delta} r \quad (15)$$

このことは、空孔が $-w$ の速度で渦中心に集まることを意味する。

さて、液体分子が $r = \delta/2$ から R まで移動するに要する時間 t は

$$t = \int_{\delta/2}^R \frac{1}{w} dr = \frac{3\pi\mu\delta}{m} \left(\frac{R_c}{\alpha u}\right) \ln\left(\frac{2R}{\delta}\right) \quad (16)$$

ここで、 R は式(5)あるいは式(6)で与えられる臨界気泡を構成できる量の気体分子が含まれる、空孔を有する液柱の半径である。

液柱に存在する空孔の割合を f 、そのうち気体分子を含む割合を ϕ とすると、臨界気泡中に含まれる気体分子数を n_G として

$$n_G = \phi f \cdot \pi R^2 L / (\pi \delta^3 / 6) = \frac{\pi R_c^2 N L}{\Re T} \left[p_l - p_v + \frac{\sigma}{R_c} \right] \quad (17)$$

ここに、 N :アボガドロ数、 L :液柱の長さ、 $\Re$:気体定数。

一方、体積 $\pi R^2 L$ 中に含まれる気体は、大気圧(p_0)、 0°C (T_0 K)の換算値として、 $\varepsilon \pi R^2 L$ (作動油の場合、 $\varepsilon = 0.07 \sim 0.1$)である。したがって、空孔数 n_H との関係として

$$\phi = \frac{n_G}{n_H} = \frac{\varepsilon \pi \delta^3}{f \cdot 6 \Re T_0} N p_0 \quad (18)$$

式(17)、(18)より

$$R = R_c \left[\frac{p_l - p_v + \sigma / R_c}{\varepsilon p_0} \cdot \frac{T_0}{T} \right]^{1/2} \quad (19)$$

一方、液体分子の質量は

$$m = \rho \pi \delta^3 / 6(1-f)$$

となる。通常の液体(自由体積模型)で $f \sim 0.1$ となる⁽¹⁰⁾ことから、ここでは

$$m = \rho \pi \delta^3 / 6 \quad (20)$$

とする。ここで作動油の空孔割合について、検討しておく。いま、大気圧下における見掛けのモル容積を V_0 、空孔がないとした容積を V_s とすると

$$f = (V_0 - V_s) / V_0$$

圧力 p における体積弾性係数を K_p とすると

$$K_p = K_0 + a(p - p_0)$$

ここに、 a :定数。圧力が p_s まで増大し、液体が凝固した状態が空孔のない V_s に対応するとして、これら2式から

$$f = 1 - \left[\frac{K_0 + a(p_s - p_0)}{K_0} \right]^{-1/a}$$

が求まる。石油系潤滑油などの凝固圧力は、196 MPa 以下とされる⁽¹¹⁾。 $K_0 = 1\,373$ MPa, $a = 5.3$, $p_s - p_0 = 196$ MPa とすると、 $f \sim 0.1$ を得る。

ここでの取扱いにおいて、空孔中の気体分子の存在が液体分子の運動に影響を及ぼさないとしている。念のため、後述の数値を用いて式(18)の ϕ を求めると、 $\phi \approx 0.10$ となる。すなわち、空孔1個に気体分子1個を割振っても、気体分子を含む空孔は10%に過ぎない。

本節の終わりに、絞り部流れとの関係を整理しておく。絞り内の平均流速 u は流量 q との間で

$$\left. \begin{aligned} u &= q / (\pi d^2 / 4) \\ q &= C_d (\pi d^2 / 4) \sqrt{2(p_1 - p_2) / \rho} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

ここに、流量係数 C_d は、キャビテーション閉塞の限界を論じる立場から、日比らの式⁽¹²⁾

$$C_d = 1 / (1.16 + 6.25 \sigma_*^{0.61}), \quad \sigma_* = \rho q / \mu l \quad \dots\dots (22)$$

を用いる。また、定常流れの閉塞に対応する限界キャビテーション係数として

$$k_{ch,d} = \left(\frac{p_2 - p_v}{p_1 - p_2} \right)_d = (C_d / C)^2 - 0.93 \dots\dots\dots (23)$$

を採用する⁽¹³⁾。ここに、薄刃オリフィス流量係数として

$$\left. \begin{aligned} C &= 0.620 + 2.3 \times 10^{-7} Re^{-2.8} \\ &\quad (Re \geq 2 \times 10^3) \\ &= 0.550 + 0.924 \, 15 Re^{-0.3219} \\ &\quad (5 \times 10^2 \leq Re < 2 \times 10^3) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

を採用する [文献(13)参照]。

4. 数値例および実験との比較

円筒絞りのキャビテーション閉塞の発生遅れについて、数値的に検討する。ただし、液体は表1に示す石油系作動油 (ISO VG 32) とする。

絞り内主流の圧力 p_3 は、絞り中間位置での圧力の実測値が閉塞発生以前(時間遅れ内)では、出口圧力 p_2 より低下はしないことから⁽¹⁴⁾、ここでは、 $p_3 = p_2$ とす

表 1 石油系作動油の物性

δ	$= 20 \times 10^{-10}$ m
ε	$= 0.09$
μ	$= 27.5 \times 10^{-3}$ Pa·s
ρ	$= 858$ kg/m ³
σ	$= 27.9 \times 10^{-3}$ N/m
p_v	$= 0.0$ Pa
T	$= 313$ K
R	$= 8.31$ J/(mol·K)

る。また、比 r_b/R_c は実験との比較から定めることとし、関連して式(9)の α も、実験結果に基づき調整する。一般的傾向として、式(9)の下に r_b/R_c を大きくすると、あるいは、 r_b/R_c 一定の下に α を増すと、時間遅れは短くなる。また、 p_3 を小さくすれば、時間遅れも短くなる。

直径 4.5×10^{-3} m、長さ 20.0×10^{-3} m の絞りについて、 $p_1 = 0.490$ MPa 一定での時間遅れの計算値を、図2, 3に示す。図4に示す既報⁽⁶⁾の実験結果との比較から、 $r_b/R_c = 3$, $\alpha = 0.19$ としている [式(9)から求まる α の値は0.1667である]。図2において、横軸のキャビテーション係数は、定常流れにおいて閉塞が発生している範囲に限定しており、 p_3/p_2 をパラメータとしている。実線は、拡散の臨界値に到達するまでの所要時間を示す。破線は、蒸発の臨界値に到達する時間

図 2 発生遅れ (p_3/p_2 の影響)

図 3 発生遅れ (初期気泡核の大きさの影響)

図4 理論と実験との比較

の方が、拡散の場合より短い範囲を示す。つまり、臨界値から閉塞に至るまでの成長過程も、蒸発が主体となるとした扱いである。石油系作動油において、すでにキャビテーション閉塞を生じている場合、 p_3 は0.002~0.008 MPaとなるから⁽¹³⁾、一度、閉塞を生じると、その持続は容易になることが分かる。

3章に導いた理論では、液体中に空孔は存在するが気泡核はないとしている。しかしながら、気泡核が渦中心に存在する場合に対して、理論を拡張することは容易である。すなわち、式(16)の積分の下限を気泡核の半径とすればよい。この場合の数値例を図3に示す。気泡核が大きいくほど、遅れが短くなる。また、この扱いでは、半径が R_c より大きい気泡核の場合、遅れはないことになる。

実験との比較は、例えば、図2と図4とを対比すればよい。 r_b/R_c などを実験的に選定しているが、全体として一致は良好である。気泡核の存在しない場合の結果は、最大の時間遅れを与え、核の大きさに応じ時間遅れも短くなる。既報の実験結果は、 p_1 一定あるいは q 一定での流れのステップ変化に対する発生遅れを調べたものである。後者は、 p_1 と p_2 とが同じ大きさだけステップ変化する場合であり、単相としての流れ場は基本的には変わらない。これに対し、前者は、 p_2 を p_1 と同じ大きさからステップ変化させる場合であり、流れ場も大きく変化する。ところで、 q 一定に対して、 p の変化以前に絞り入口部に気泡の付着が認められた場合(aeration)、と初生の場合(inception)とに区別してある[文献(6)の図3]。当然のことながら、inception状態の方が閉塞に至る時間が短く、そのばらつきも小さい。一方、 p_1 一定の場合は、初期流れが存在しないため、 q 一定の場合に比べ時間遅れにばらつきが多く、長時間だけでなく短時間となる場合も認められる。これは、基本的に加圧状態での気泡核の残存状態

図5 発生遅れ(液体分子の大きさの影響)

に依存すると考えられる。事実、同一圧力に加圧した場合でも、静止保持時間が短くなると時間遅れも短くなることが確かめられている⁽⁶⁾。このことから、 q 一定との差異には、変化前の p_1 の大きさが関与していると考えられる。

本報に示した理論においては、ステップ変化後の流れ場が同一になる場合、気泡径の初期値を除き差異を生じない。そして、空孔のみが存在していたとすれば、すでに記したように、最長の時間遅れを与える。

一般の非定常流れに対しては、式(5)、(6)に与えた R_c までの気泡の生成が律速であることから、流れの圧力や流量を時間の関数として与え、式(16)を適用すればよいことになる。

図2、3に示した計算値では、発生遅れは大きい。しかしながら、例えば、 p_1 を高圧にすれば時間遅れは小さくなり、蒸発に対する臨界半径が主たる役割を果たすことになる。図5に $p_1=10.0$ MPa、 $d=2.0 \times 10^{-3}$ m、 $l=10.0 \times 10^{-3}$ mの場合を示す。なお、数値例において、石油系作動油の分子の大きさ δ を 20×10^{-10} mとしている。これは、曾田の著書⁽¹⁵⁾に記載されている潤滑油

と脂肪酸の値からの推定値である。一定の μ の下に δ だけを変えると、時間遅れは δ の増大につれ減少する。

5. 結 論

絞り部の非定常キャビテーションの発生遅れについては、臨界気泡の生成が律速であることを論じ、発生遅れの最大値を与える場合、すなわち、絞り入口に気泡核の流入しない場合について、流速差のために生じる強制渦に絶対反応速度論を適用して、キャビテーションの発生遅れ時間を求めた。

計算値は、比較的低圧での実験結果とよく一致する。

文 献

- (1) 例えば, 大場・ほか5名, 機論, **46**-408, B(1980), 1485.
- (2) 山口・林・朴, 機論, **48**-434, B(1982), 1930.
- (3) 山口, 未発表.
- (4) 横田・中野, 油圧と空気圧, **13**-3(1982), 199.
- (5) 清水・山口・風間, 油圧と空気圧, **22**-1(1991), 57.
- (6) 山口, 油圧と空気圧, **10**-6(1979), 368.
- (7) アイリング, H., 絶対反応速度論(下), (1964), 500, 吉岡.
- (8) Finch, R. D., *Phys Fluid*, **12**-9(1969), 1775.
- (9) 佐藤, 物性定数推算法, (1954), 251, 丸善.
- (10) 小谷・戸田・黒沢, 物質の構造 I, (1966), 61, 朝倉.
- (11) 菅, 粘度測定(工業物理学講座), (1956), 45, 日刊工業.
- (12) 日比・市川・宮川, 油圧と空気圧, **2**-2(1971), 72.
- (13) 山口・鈴木, 油圧と空気圧, **9**-2(1978), 113.
- (14) 文献(6), (13).
- (15) 曾田, 摩擦と潤滑, (1954), 100, 岩波.