失速および非失速不均一翼列のねじりフラッタ* (翼配列を考慮したフラッタ抑制効果の評価法)

長 井 浩^{*1}, 藤 本 一 郎^{*2}
田 中 英 穂^{*3}, 石 井 進^{*1}

Torsional Flutter of Stalled and Unstalled Mistuned Cascades (Estimation of Flutter Suppression Effects Concerning Blade Arrangements)

Hiroshi NAGAI, Ichiro FUJIMOTO,
Hideo TANAKA and Susumu ISHII

As an approach to flutter suppression, mistuning effects on fully stalled cascades and unstalled cascades in the torsional mode are investigated, focusing on the fact that the cascade blades fluctuate at a natural frequency brought about through manufacturing processes. Under both stalled and unstalled conditions within the range of normal blade manufacturing imperfection, the larger the coefficient of variation of the natural frequency of a blade group, the more stable the cascade. The flutter suppression effect due to slighter mistuning is expected for stalled cascades rather than for unstalled ones. An irregularly distributed zigzag arrangement gives a fairly high flutter velocity, while an alternating arrangement, which is concluded to be optimum in an unstalled condition, is inferior in the stalled one. Further more, an evaluation method to estimate the flutter velocity from the blade-mistuned arrangement and which takes into account the flutter modal change is proposed.

Key Words: Cascade, Torsional Flutter, Mistuning, Unsteady Flow, Unsteady Aerodynamics, Stalled Flutter, Unstalled Flutter, Leading Edge Separation

1. ま え が き

軸流圧縮機やタービンなど翼列を構成する翼の固有振動数や質量比などの弾性条件を調べると、決して均一でなく数%のばらつきをもっている。このような不均一翼で翼列を構成した場合、均一翼で見られる全翼が等しいモードのフラッタは起きず、White headは実機に近い非失速翼列でフラッタ限界を求め、フラッタ速度が上昇することを明らかにした⁽¹⁾。

著者らは個々の翼固有振動数のばらつきが翼列フラッタ発生に及ぼす影響について、フラッタ限界の低い失速圧縮機翼列を中心に、非失速翼列と対比しながらフラッタ抑制の見地から研究を進めている。これまで前縁はく離する失速翼列において、非失速翼列で高いフラッタ抑制効果が確認されている⁽²⁾⁽³⁾ 2種類の翼を交互に配列した翼列モデルの解析を行い、失速翼列でも弾性条件を不均一にするとフラッタ速度の向上が認められ、非失速翼列に比べわずかな固有振動数の違いで同程度のフラッタ抑制効果が期待できることを示し

た⁽⁴⁾。さらに、8枚の異なる固有振動数翼で構成される翼群を周期的に配した翼列モデルで、翼群のばらつき増加に伴うフラッタ速度上昇時におけるフラッタモードの移行過程を示し、失速翼列と非失速翼列モードの相違を明らかにした。また、不均一効果を吟味するため代表的な6種類の翼配列を想定して各フラッタ速度を求め、フラッタ限界を向上させるのに効果的な配列の検討を行った。そして、フラッタ抑制に大きく影響を及ぼすのは、非失速翼列では隣接する2枚の翼の関係であるのに対して、失速翼列はほぼ3枚の隣接する翼の固有振動数の関係が重要であることを示した⁽⁵⁾。

本論文では、より現実的な翼列に近づけるため1つの翼群が20枚の翼で構成され、その翼固有振動数のばらつき範囲が8%程度までと想定し、固有振動数のばらつき、翼配列等がフラッタ速度に及ぼす影響を調べている。さらに、これまでの失速翼列と非失速翼列の結果⁽⁴⁾⁽⁵⁾を含め、フラッタ抑制の見地から翼配列の不均一の要因を考慮したフラッタ速度の評価方法について述べている。

2. 理 論

解析はねじりモードの1自由度振動系とした二次元

* 原稿受付 平成6年9月22日。

^{*1} 正員, 日本大学生産工学部 (〒275 習志野市泉町1-2-1)。

^{*2} 正員, 拓殖大学工学部 (〒193 八王子市館町815-1)。

^{*3} 正員, 東海大学工学部 (〒259-12 平塚市北金目1117)。

直線翼列を仮定し、環状翼列におけるフラッタの周期性を考慮して、固有振動数の異なる N 枚の翼で構成される翼群が周期的に配列される図1のモデルで行う。

$$\begin{aligned}
 & \alpha_1 M_1 + \alpha_2 M_N e^{-i\tau} + \dots + \alpha_i M_{N+2-i} e^{-j\tau} + \dots + \alpha_N M_2 e^{-j\tau} = I_1 \ddot{a}_1 + K_1 a_1 \\
 & \alpha_1 M_2 + \alpha_2 M_1 + \alpha_3 M_N e^{-i\tau} + \dots + \alpha_i M_{N+3-i} e^{-i\tau} + \dots + \alpha_N M_3 e^{-j\tau} = I_2 \ddot{a}_2 + K_2 a_2 \\
 & \vdots \\
 & \alpha_1 M_{i-1} + \alpha_2 M_{i-2} + \dots + \alpha_{i-1} M_i + \alpha_i M_N e^{-j\tau} + \dots + \alpha_N M_i e^{-j\tau} = I_{i-1} \ddot{a}_{i-1} + K_{i-1} a_{i-1} \\
 & \alpha_1 M_i + \alpha_2 M_{i-1} + \dots + \alpha_i M_1 + \alpha_{i+1} M_N e^{-j\tau} + \dots + \alpha_N M_{i+1} e^{-j\tau} = I_i \ddot{a}_i + K_i a_i \\
 & \vdots \\
 & \alpha_1 M_N + \alpha_2 M_{N-1} + \dots + \alpha_i M_{N+1-i} + \dots + \alpha_N M_1 = I_N \ddot{a}_L + K_N a_N
 \end{aligned} \quad (1)$$

翼列の定常性能を損なわずに不均一にするため翼群の翼固有振動数のみを変化させ、減衰項を省略した振動方程式(1)を考える。ここで i 番翼の慣性モーメントを $I_i = m r^2$ (m : 質量, r : 回転半径), ねじり剛性を $K_i = I_i \omega_i^2$ (ω_i : i 番翼の固有振動数), 振動角変位を $a_i e^{j\omega t}$ (a_i : i 番翼の複素振幅, ω : 円振動数)とする。式(1)をマトリックス表示すると次式となる。

$$[A_{il}][a_i] = 0 \quad (i, l = 1, 2, \dots, N) \quad (2)$$

ここで $[a_i]$ は翼群内の N 枚の翼の振動を表す固有ベクトルで、係数マトリックス $[A_{il}]$ は式(3)となる。

$$A_{il} = \begin{cases} M_{i-l+1} & (i > l) \\ M_1 + I_i(\omega^2 - \omega_i^2) & (i = l) \\ M_{N+i-l+1} e^{-j\tau} & (i < l) \end{cases} \quad (3)$$

ただし、 ω はフラッタ振動数、 τ は翼群間位相差を表している。 M_i は、すべての翼群の1番翼のねじり振動により着目する翼群内の i 番翼に誘起される非定常モーメントである。この一翼振動時の非定常モーメント⁽⁴⁾⁽⁵⁾は、表1の翼列条件で前縁はく離する失速翼列⁽⁶⁾と非失速翼列⁽⁷⁾の全翼振動時の非定常モーメント

表1 翼列条件

Cascade	Stalled	Unstalled
Aerofoil	Flat plate	Double circular arc
Camber angle		16°
Attack angle	α	30°
Stagger angle	G	$\pm 30^\circ$
Solidity(chord/pitch)		1.0
Torsional axis	P.C	50%
Mass ratio	μ	3.00
Radius of gyration	γ	$\sqrt{0.073}$

図1 翼列モデル

トを、線形重ね合わせの条件を考慮して分解し求めたものである。そして、一翼群の翼枚数を N とし無限に繰返される場合の固有方程式(2)を解き、フラッタ振動数として固有値 ω/ω_1 およびフラッタモードとして固有ベクトル $\{a_i\}$ を求める。

無次元振動数 $k = c\omega/U$ (c : 翼弦長, U : 上流側相対速度)と定義すると、次式よりフラッタ速度 $U/c\omega_m$ が決定される。

$$\frac{U}{c\omega_m} = \frac{U}{c\omega} \frac{\omega}{\omega_1} \frac{\omega_1}{\omega_m} \quad (4)$$

式(4)で得られたフラッタ速度 $U/c\omega_m$ (ω_m : 翼群の平均固有振動数)の中で最小となる値が、フラッタ発生の限界を示すフラッタ速度 V_{cr} として決定される。

3. 解析結果

3.1 代表的翼配列のフラッタ抑制効果 文献(5)では8枚翼で翼群が構成される図2に示す翼群A, B, Cの固有振動数の分布を考え、翼の配列について検討を行い、失速翼列および非失速翼列ともに翼

図2 翼群の固有振動数分布

配列によりフラッタ速度が異なることを示している。現実の状態に近づけ本研究では一翼群を $N=20$ 枚とし、同一固有振動数翼が数枚ずつ含まれ正規分布に類似した図 2 に示す D 翼群を中心に、8 枚翼群で検討した 6 種類の配列⁽⁵⁾ を目指しフラッタ速度に及ぼす影響の比較を行っている。検討する翼配列の特徴は、配列 1 では固有振動数を順次高くし、隣接翼群の翼との間で急激に低固有振動数となる傾斜形配列であり、配列 2 は固有振動数を順次高くし翼群中央の半周期めで最高となり以後順次低下する山形配列である。配列 3 は配列 1 の傾斜形配列が 1 周期中に二度出現する二傾斜形配列、配列 4 は翼群前半に固有振動数の低い翼を、後半に固有振動数の高い翼を配する段形配列である。そして、配列 5、6 は固有振動数の高い翼と低い翼を交互に配列するが、配列 5 では固有振動数の段差が一周期中に平均的に配列する非減衰的交互配列、配列 6 は固有振動数段差が順次減少する減衰的交互配列を想定し、20 枚の翼を配置している。

まず翼群の翼固有振動数のばらつきがわずかなとき、非失速翼列に比べフラッタ発生に影響を受けやすい⁽⁵⁾ 失速圧縮機翼列 ($\alpha=30^\circ$, $G=30^\circ$) のばらつきを示す変動係数 $\sigma/\omega_m=1.628 \times 10^{-2}$ (σ : 固有振動数の標準偏差, ω_m : 平均値) の結果を表 2 に示す。各配列のフラッタは均一から派生したモードで発生し、翼群記号-翼配列番号ごとに上段にはフラッタ発生速度 V_{cr} を、下段括弧内は均一翼列のフラッタ速度に対する比フラッタ速度 $V_{cr}/V_{cr}(\text{均一翼列})$ を表している。配列 1, 2, 3, 4 は隣接翼群ならびに翼群内の隣接固有振動数差の大きな段差と、それにより分割された翼のばらつきが単調に変化する配列である。これらは配列 2, 4, 1, 3 の順にフラッタ速度が上昇し、固有振動

数の大きな段差数の増加と隣接する翼の固有振動数のばらつきの増大に対応する数枚の翼との空力弾性的連成のし難い順にフラッタが起こり難くなっている。文献(5)において翼群 A, B, C の配列 6 はフラッタ抑制に比較的效果的な配列であったが、翼群 D では翼枚数の増加に伴い翼群後半において失速翼列で避けるべき 2 種類の固有振動数の翼が交互に配列された結果⁽⁴⁾⁽⁵⁾ となり、高いフラッタ速度は期待できなくなっている。配列 5 は、一周期中で隣接翼間の固有振動数差が平均的に大きくなるよう高低固有振動数翼を配し、さらに隣接する 3 枚の翼内に同一固有振動数の翼が配列されないよう配置されたため、検討した配列で最もフラッタ速度が高く、フラッタ抑制の見地から好ましい配列であることわかる。

次に翼群のばらつきを増加し、 $\sigma/\omega_m=3.259 \times 10^{-2}$ における失速翼列 ($\alpha=30^\circ$) および非失速翼列 ($\alpha=4^\circ$) の圧縮機 ($G=30^\circ$) とタービン ($G=-30^\circ$) の結果を表 3 に示す。失速翼列と非失速翼列の比フラッタ速度を全体的に比較すると、不均一化によるフラッタ抑制効果は失速翼列でより高くなることが認められる。さらに圧縮機とタービンを比較すると、タービン側でわずかに大きなフラッタ抑制効果が認められることがわかる。

失速圧縮機翼列 ($\alpha=30^\circ$, $G=30^\circ$) では、表 2 と比べ σ/ω_m 増加によりフラッタモードが変化した配列があつて前述の結果とは異なっている。つまり、文献(5)で示したようにばらつきが増大し隣接翼の固有振動数差が過大となり、それまでの均一から派生したフラッタモードから他のフラッタモードに移行し、フラッタ速度は頭打ちとなっている。特に隣接翼間の固有振動数差や段差が大きくなるように翼を配した配列 5 など

表 2 失速翼列の翼配列によるフラッタ速度(翼群 D)

Upper: V_{cr} , Lower: $V_{cr}/V_{cr}(\text{Tuned})$	
Blade Arrangement ($G=30^\circ$, $\sigma/\omega_m \times 10^2 = 1.628$)	Stalled $\alpha=30^\circ$
D-1	0.9344 (1.583)
D-2	0.9206 (1.559)
D-3	0.9408 (1.594)
D-4	0.9290 (1.574)
D-5	0.9667 (1.637)
D-6	0.8507 (1.441)

表 3 翼列条件による翼配列のフラッタ速度(翼群 D)

Upper: V_{cr} , Lower: $V_{cr}/V_{cr}(\text{Tuned})$					
Blade Arrangement ($\sigma/\omega_m \times 10^2 = 3.259$)		Stalled ($\alpha=30^\circ$)		Unstalled ($\alpha=4^\circ$)	
		$G=30^\circ$	$G=-30^\circ$	$G=30^\circ$	$G=-30^\circ$
D-1		0.9239 (1.565)	1.612 (1.609)	2.622 (1.119)	2.258 (1.169)
D-2		0.9252 (1.567)	1.765 (1.761)	2.621 (1.119)	2.239 (1.159)
D-3		0.9579 (1.623)	1.786 (1.782)	2.625 (1.120)	2.250 (1.164)
D-4		0.9215 (1.561)	1.728 (1.718)	2.625 (1.120)	2.240 (1.160)
D-5		0.9455 (1.602)	1.853 (1.849)	2.632 (1.123)	2.285 (1.182)
D-6		0.8661 (1.467)	1.852 (1.848)	2.611 (1.114)	2.276 (1.178)

では、他の配列に比べわずかなばらつきで高いフラッタ速度となり、フラッタ抑制への効果が得られる。しかし、ばらつきの増大で固有振動数差が過大となる状態に早く到達しフラッタモードが移行するため、その後はフラッタ速度が頭打ちとなり、他の配列よりフラッタ速度は低くなる。フラッタモードが移行すると3・4節に示すが、比フラッタ速度の急激な増加はもはや見られない。

非失速圧縮機翼列 ($\alpha=4^\circ$, $G=30^\circ$) における翼配列の影響は、隣接する翼の固有振動数の間に段差がない配列2でフラッタ速度は低く、検討した中で最もフラッタが発生しやすい。段差が増えるにつれ配列1, 4, 3とフラッタ速度は上昇し、フラッタは発生し難くなっている。配列5は、同一固有振動数翼が連続して配列されず、高いフラッタ速度を示し最もフラッタが発生し難いことがわかる。

参考までにタービン翼列 ($\alpha=4, 30^\circ$, $G=-30^\circ$) における影響も示すが、これまで述べたフラッタ速度に及ぼす各配列の全体的特性は継続して見られる。配列5はフラッタ速度が最も高く、圧縮機のみならずタービン側でもフラッタ抑制に効果的な配列であることがわかる。

以上のことから、フラッタ発生を抑制する見地から6種類の中で効果的な翼配列は、隣接翼間の固有振動数差が平均的に大きくなるよう高低固有振動数翼を配した配列5で、高いフラッタ抑制効果が期待される。一方、隣接翼の固有振動数が順次増加する傾斜形配列の配列1や隣接翼の固有振動数が順次増加したのち順次減少する山形配列の配列2は、翼群の翼枚数が増えると同一固有振動数翼が多数並ぶことが考えられ、他の配列に比較しフラッタ速度が相対的に低くなるため、避けるべきであることが示された。

3・2 翼群の固有振動数分布の影響 製造中の翼母集団から、どのような翼群を形成すればよいかを知るため、3・1節のフラッタの抑制に好ましい配列5に着目し検討を行う。翼固有振動数の分布を変化させ、

図2に示す平均値周りに集中した翼群E、分布範囲を拡大した翼群Fの失速圧縮機翼列 ($\alpha=30^\circ$, $G=30^\circ$) の結果を表4に示す。翼群のばらつきがわずかなときの均一から派生したフラッタモードでは、翼列全体を通しての傾向であるばらつきの増大に伴うフラッタ速度上昇に対応し、翼群E, D, Fと σ/ω_m の増加順にフラッタ抑制効果が増大することが認められる。この場合、翼群Eは配列中に失速圧縮機翼列で避けるべき2種類の翼が交互に配列しているため、他の翼群に比べフラッタ速度の上昇割合は特に低くなっている。

同様に配列5で σ/ω_m をさらに増加させた失速翼列 ($\alpha=30^\circ$) と非失速翼列 ($\alpha=4^\circ$) の圧縮機 ($G=30^\circ$) およびタービン ($G=30^\circ$) の結果と均一翼列 ($\sigma/\omega_m=0.0$) におけるフラッタ速度を表5に示す。表4と表5の失速圧縮機翼列を比較すると翼群の σ/ω_m により異なり、ばらつきのわずかな翼群Eではフラッタ速度が上昇するが、過大な翼群D, Fではフラッタ速度は頭打ちとなって、フラッタ抑制効果の増大は見られない。つまり、翼群Eでは固有振動数の分布範囲が狭く隣接翼間の固有振動数差がわずかなため、均一から派生したフラッタモード上でフラッタが発生している。これに対し、表5の翼群D, Fでは σ/ω_m の増大により隣接翼間の固有振動数差が過大となり、モードが移行した後のモード上でフラッタが発生しているため速度に低下が見られる。

失速圧縮機翼列を除く翼列では、ばらつき σ/ω_m の増大に対応し翼群E, D, Fの順に、均一から派生したフラッタモードでのフラッタ速度に上昇が見られ、調べた範囲内では、ばらつき増大によるフラッタ抑制効果も増加が期待できる。いずれの場合も均一翼列のフラッタ速度と比較しフラッタ速度は上昇しており、翼固有振動数のばらつきによる不均一化のフラッタ抑制効果は継続して認められる。

以上のことから、翼固有振動数の分布範囲が広くな

表4 配列5に対する翼群の変動係数の影響

(Upper: V_{cr} , Lower: $V_{cr}/V_{cr(Tuned)}$)		
Blade Arrangement ($G=30^\circ$)	Stalled $\alpha=30^\circ$	σ/ω_m $\times 10^2$
D-5	0.9667 (1.637)	1.628
E-5	0.8836 (1.497)	0.825
F-5	0.9675 (1.639)	2.265

表5 配列5に対する各翼列条件による変動係数の影響

Blade Arrangement		(Upper: V_{cr} , Lower: $V_{cr}/V_{cr(Tuned)}$)				σ/ω_m $\times 10^2$
		Stalled ($\alpha=30^\circ$) $G=30^\circ$	Unstalled ($\alpha=4^\circ$) $G=30^\circ$	Unstalled ($\alpha=4^\circ$) $G=-30^\circ$	Unstalled ($\alpha=4^\circ$) $G=-30^\circ$	
D-5		0.9455 (1.602)	1.853 (1.849)	2.632 (1.123)	2.285 (1.182)	3.259
E-5		0.8907 (1.509)	1.639 (1.635)	2.451 (1.046)	2.064 (1.068)	1.600
F-5		0.9265 (1.569)	1.901 (1.897)	2.731 (1.166)	2.380 (1.232)	4.316
Tuned Cascade		0.5903 (1.000)	1.002 (1.000)	2.344 (1.000)	1.933 (1.000)	0.000

ることを目指した翼群Fで、高いフラッタ抑制効果が期待される。しかし、翼群のばらつきが過大となると、失速圧縮機翼列で示したようにフラッタモードが移行するため、フラッタ速度は頭打ちとなる傾向を呈する。

3.3 翼群を構成する翼種類の影響 3.1節でフラッタ抑制に効果的な配列として、失速翼列、非失速翼列とも配列5であることが示された。したがってここでは、翼群を構成する翼の種類が2種類の交互翼群から翼種類 m を順次増加させて図2に示すAlternate, G, H, I, J, A 翼群より配列5を構成し、翼固有振動数のばらつきを変化させフラッタ発生時の比フラッタ速度との関係を図3ならび図4に表し、翼種類の及ぼす影響を調べる。

図3の失速圧縮機翼列 ($\alpha=30^\circ, G=30^\circ$) の結果より、交互配列(図3中の記号◇)から翼種類が順次増加するに伴って、フラッタ速度も上昇することがわかる。そして、6～8種類の翼で翼群を構成するJやAになるとフラッタ速度上昇への影響は頭打ちとなり、もはや翼種類増加によるフラッタ抑制への効果は表れなくなる。また、翼種類が増加するにつれフラッタモ

ードの移行点、つまりフラッタ速度が頭打ちとなり始める変動係数 σ/ω_m の値は増大する傾向となる。したがって、翼群を構成する翼種類が6種類程度以上になると、少ない場合に比べ高いフラッタ抑制の効果が期待される。

一方、非失速圧縮機翼列 ($\alpha=4^\circ, G=30^\circ$) の結果を図4に示すが、失速翼列に比べ σ/ω_m の増大によるフラッタ速度への変化は少なく、翼種類の相違による影響もわずかである。そして、翼種類を増加させると失速翼列とは異なり、きん少であるがフラッタ速度の低下する傾向が見られる。つまり、フラッタ速度に影響を及ぼす隣接翼の翼枚数は失速翼列に比べ少なく、より効果的なフラッタ抑制を期待するには、多くの翼種類で翼群を構成することは避けるべきである。

以上のことから、失速翼列では数種類の固有振動数の翼で翼群を構成することが望ましいが、非失速翼列ではわずかな種類の翼で翼群を構成することで十分なフラッタ抑制効果が得られることがわかる。

3.4 変動係数による比フラッタ速度の評価 固有振動数の異なる翼で翼群を構成する場合、翼配列によってフラッタ速度は異なり、翼列条件で違うが基本

図3 失速翼列の翼種類数による比フラッタ速度(配列5)

図5 失速翼列翼群の変動係数と比フラッタ速度の関係

図4 非失速翼列の翼種類数による比フラッタ速度(配列5)

図6 非失速翼列翼群の変動係数と比フラッタ速度の関係

的には翼固有振動数のばらつき σ/ω_m がある程度大きいとフラッタ速度は上昇し、安全になることが見いだされた。そこで翼列フラッタの発生に対する不均一化の抑制効果を評価するため、これまで検討した翼群の翼固有振動数に関する変動係数と比フラッタ速度の関係について、圧縮機 ($G=30^\circ$) の失速翼列 ($\alpha=30^\circ$) を図 5 に、非失速翼列 ($\alpha=4^\circ$) を図 6 に示す。図 5, 6 中には文献(4)で報告した図 2 に示す 2 種類の翼の交互配列、ならびに文献(5)で報告した図 2 に示す 8 枚翼群 A, B, C の結果も含まれる。翼群 A, B, C, D は約 6 種類の配列について検討したが、これらは同一の σ/ω_m 上に同一記号でプロットされ、図 5, 6 中には翼群 D の表 2, 3 の結果を破線で囲み例示している。また翼群 E, F, G, H, I, J は配列 5 の結果が示している。

図 5 に示す失速翼列の結果から、どの翼群の配列も均一翼列から $\sigma/\omega_m \leq 0.01$ の翼固有振動数のわずかなばらつき増大に対して、フラッタ速度は急激に上昇し、フラッタ抑制効果に向上が認められる。そして、翼群により異なるが $\sigma/\omega_m = 0.01$ から 0.02 付近で、これまでのばらつき変化に対するフラッタ速度の変動割合は減少を始め、フラッタ速度は頭打ちの値となる。つまり、失速翼列では固有振動数のばらつきが 2% 程度までの範囲で、均一翼列から派生したフラッタモードのフラッタが発生し、フラッタ速度は急激に上昇する。さらにばらつきが増大するとフラッタモードは移行し、フラッタ速度は頭打ちとなって、もはやフラッタ速度に大きな変化が見られない状態に到達する。したがって、このフラッタモードではばらつきの増大に伴うフラッタ抑制効果の増加は期待できない。

これら失速翼列のデータを詳細に検討すると、非失速翼列でフラッタ抑制に最も効果的であった 2 種類の翼を交互に並べた交互配列のみならず、配列の一部にそれが含まれる翼群 C, D の配列 6, そして翼群 E の配列 5 などについても、同一翼群の他配列に比較するとフラッタ速度は明らかに低下している。つまり、失速翼列では配列中に 2 種類の翼で交互配列を構成することは、フラッタ速度上昇を妨げフラッタ抑制への効果を低下させるため避けるべきである。

一方、図 6 の非失速翼列の翼固有振動数ばらつきの増大に対応する比フラッタ速度は、失速翼列とは異なり σ/ω_m の広範な領域にわたり緩徐な上昇傾向が見られる。 $\sigma/\omega_m \leq 0.08$ の範囲では、均一翼列のフラッタモードから派生したモード上でフラッタが発生し、他のフラッタモードへの移行は認められなかった。

$\sigma/\omega_m \leq 0.02$ 程度のばらつきは、失速翼列では急激な

フラッタ速度上昇をもたらしたが、非失速翼列では比フラッタ速度は 1.0 からわずかに上昇し、ほとんどフラッタ抑制への効果は期待されない。さらに σ/ω_m を増大すると比フラッタ速度は上昇してフラッタ抑制効果が期待され、翼群や翼配列の相違による影響もそれに対応して大きく表れる。詳しく見ると、2 種類の翼の交互配列(記号◇)は、他に比べわずかに高いフラッタ速度の値を示し、顕著なフラッタ抑制効果が期待されることが認められる。3・3 節においても明らかにしたように、配列 5 のフラッタ速度は他の配列のフラッタ速度に比べ高く、フラッタ抑制に対し交互配列に匹敵する効果的配列であると認められる。

翼群の枚数に着目し失速、非失速翼列の図 5, 6 において 8 枚と 20 枚の結果を比較すると、変動係数と比フラッタ速度の関係は翼枚数にかかわらず同程度の値となり、一般的な翼列に及ぼす固有振動数のばらつきや配列の影響の検討は、翼枚数 8 枚程度で検討を行っても差し支えないことが示される。

以上のことから、失速圧縮機翼列における翼群の翼固有振動数 2% 程度までのばらつきでは、フラッタ速度は急激に上昇し、高いフラッタ抑制効果が期待できる。さらにばらつきが増加すると、フラッタモードが移行しフラッタ速度は頭打ちとなるが、それまでのばらつきと同程度のフラッタ抑制効果が継続して期待できる。一方、非失速圧縮機翼列ではばらつきの広い範囲にわたり、均一翼列から派生したフラッタモードのフラッタが発生している。そのフラッタ速度は緩徐に上昇し、失速翼列ほど高くはないがばらつきが増大するに従い徐々にフラッタ抑制効果が大きくなる。

2 種類の固有振動数翼による交互配列の場合、非失速翼列では他の不均一翼群のすべての配列のフラッタ速度に比べ最も高く、逆に失速翼列では最低のフラッタ速度となり、相反する結果を示している。また、配列の一部を 2 種類の固有振動数の翼を交互にして構成することは、それを含まない配列に比べフラッタ速度の低下を招くため、そのような翼配列にすることは避けるべきである。

以上のことから、翼製造過程における固有振動数のばらつきを 8% 程度までと想定すると、均一翼列のフラッタ速度で無次元化した比フラッタ速度は、失速翼列では翼群や配列の影響によって大きく異なり 1.25~1.62 倍となっており、フラッタモードの変化も認められる。一方、非失速翼列では翼群や配列による変化はわずかで 1.20~1.30 倍に上昇することが予想され、調べた範囲ではフラッタモードの変化は認められない。

3・5 翼配列を考慮した比フラッタ速度の評価

3・4節において、翼列を構成する翼群の固有振動数に関する変動係数と比フラッタ速度の相関関係が示されたが、固有振動数分布が同じ翼群で翼配列が異なっても同一の σ/ω_m 上のフラッタ速度で示され、翼配列の影響は変動係数 σ/ω_m では表すことができない。そこでこれまで解析を行った変動係数とフラッタ速度の結果を用い、変動係数に替わる変数として、着目している翼と各翼の固有振動数差および翼間距離等を考慮した評価関数 λ_ω を使用し、フラッタ速度と関係づけることを試みた。これまでの結果からフラッタモードが移行するまでの範囲においては、平均的に隣接翼間の固有振動数差が小さいほどフラッタは起こりやすく、固有振動数差が大きいほどフラッタは起こり難い。また近隣の翼ほど影響が大きいことを考慮し、フラッタの起こり難さを式(5)の評価関数で考える。

$$\lambda_\omega(Z, Z_b, \Delta\omega) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\sum_{j=i+1}^{i+n/2} \left\{ \frac{[|\omega_i - \omega_j|, \Delta\omega]}{|i-j|^{Z_b}} \right\}^Z \right. \\ \left. + \sum_{j=i-n/2}^{i-1} \left\{ \frac{[|\omega_i - \omega_j|, \Delta\omega]}{|i-j|^{Z_b}} \right\}^Z \right]^{1/Z} \dots\dots\dots (5)$$

ここで

$$[|\omega_i - \omega_j|, \Delta\omega] = \begin{cases} |\omega_i - \omega_j| & (|\omega_i - \omega_j| < \Delta\omega) \\ \Delta\omega & (|\omega_i - \omega_j| \geq \Delta\omega) \end{cases}$$

の値を示す。

このとき、一般に固有振動数差がある程度増大するとフラッタモードが移行しフラッタ速度は増加しなくなるが、 $\Delta\omega$ はそのような状態、つまりフラッタ速度の上昇に影響を及ぼさなくなる状態での固有振動数差で、 Z はその影響指数を示す。 Z_b は翼間の距離に対する評価指数を示している。例えば $Z=2.0$, $Z_b=0.0$, $\Delta\omega=\infty$ は、すべての翼列の影響を考慮した σ/ω_m に対応する λ_m の値を示している。 n は考慮する環状翼列の翼枚数を示し、一般的な環状翼列の枚数を $n=$

80 としている。まず翼固有振動数差の影響の上限 $\Delta\omega$ を設けず ∞ とし、 $Z=0.5 \sim 3.0$, $Z_b=0.0 \sim 2.0$ をおのおの 0.5 ごとに変化させ検討を行った。

非失速翼列 ($\alpha=4^\circ$, $G=30^\circ$) では、フラッタモード変化によるフラッタ速度の頭打ちが見られず、比フラッタ速度変化が単調でまとまりやすいことが予想され、図7に良好な結果を示す。図7では、図6で同一の σ/ω_m 上にあった各翼群の配列の V_{cr}/V_{cr} (均一翼列) は、 $Z=2.0$, $Z_b=0.5$ の式(5)で求めた λ_ω で整理すると、正の相関関係に移動し、推定曲線上にまとまっていることがわかる。つまり、式(5)の評価指数 $Z=2.0$, $Z_b=0.5$ は、フラッタの起こり難さを評価する λ_ω に対して、着目している翼と各翼の固有振動数差の二乗に比例し、翼間距離に反比例した量を考慮したことに対応しており、評価関数 λ_ω と比フラッタ速度とがまとまりよく関係づけられる。さらにこの関係を図7中の実線で示す二次関数で推定すると、

$$V_{cr}/V_{cr}(\text{均一翼列}) = 1.0 + 0.90059\lambda_\omega + 0.19507\lambda_\omega^2$$

となる。これより、翼固有振動数および翼配列が決定されると、不均一化によるフラッタ速度の上昇程度の予測が可能となる。

図8 失速翼列翼群の評価関数と比フラッタ速度の関係 ($Z=2.0$, $Z_b=0.5$, $\Delta\omega=\infty$)

図7 非失速翼列翼群の評価関数と比フラッタ速度の関係 ($Z=2.0$, $Z_b=0.5$, $\Delta\omega=\infty$)

図9 失速翼列翼群の評価関数と比フラッタ速度の関係 ($Z=1.0$, $Z_b=0.5$, $\Delta\omega=\infty$)

図 10 失速翼列翼群の評価関数と比フラッタ速度の関係
($Z=1.0$, $Z_b=0.5$, $\Delta\omega=0.1+\sqrt{m} \times 0.0001$)

失速翼列 ($\alpha=30^\circ$, $G=30^\circ$) に対しても非失速翼列と同様に、評価指数を $Z=2.0$, $Z_b=0.5$ とした結果を図 8 に示し、表 2, 3 で求めた値を図 8 中に破線で囲み表す。検討を行った他の評価指数の結果に比べ、各翼群の値はまとまる傾向となっている。しかし、図 5 と比較すると、フラッタモード移行後のフラッタ速度が頭打ちとなる範囲では、同一の翼群における各配列の値は散逸して改善がされていないことがわかる。さらに評価指数 Z を変化させ、固有振動数の影響を減少した $Z=1.0$, $Z_b=0.5$ の場合を図 9 に示し、表 2 および表 3 の結果を破線で囲み表している。図 8 に比べフラッタモードの移行前は、わずかに λ_m の増大に伴い比フラッタ速度の上昇する全体的な傾向にまとまっている。また、モード移行後は各翼群の同一 σ/ω_m ごとに、 λ_m の増大に伴い比フラッタ速度の上昇する傾向に収れん方向となり、図 5 に翼配列の影響を考慮した関係図となることがわかる。

つまり、式 (5) の評価指数 $Z=1.0$, $Z_b=0.5$ は、着目している翼へ各翼の及ぼす影響を翼の固有振動数差に比例し、翼間距離の平方根に反比例して全翼を評価すると、翼群ごとの各配列の結果は正の相関関係を維持しながら収れんする傾向となり、図 5 に比べ翼列形状とフラッタ速度関係を対応づけた結果が得られている。モード移行後の結果を詳細に見ると、翼群中に同一固有振動数翼を含まない翼群 A や一組み含む翼群 B はまとまりがよい。しかし、2 種類の翼の交互配列翼群や翼群 C, E, F 中で同様な交互配列を含む配列や同一固有振動数の翼が比較的多く存在する配列の比フラッタ速度は、高い比フラッタ速度の全体的な傾向値に比べ低下している。この理由は、文献 (5) で述べたように $\sigma/\omega_m=0.02$ 付近でフラッタモードが移行し、モード移行後はフラッタ速度が頭打ちとなる傾向が考慮されていないからである。

そこでさらに、翼の固有振動数差がフラッタに影響を及ぼす範囲を表す評価指数 $\Delta\omega$ の導入を考える。図 9 の $Z=1.0$, $Z_b=0.5$ において、 $\Delta\omega$ をフラッタ速度の頭打ちとなる翼固有振動数や翼群の翼種類の特性を考慮して評価指数は、 $\Delta\omega=0.01+\sqrt{m} \times 0.0001$ (m : 翼種類) で変化させている。まとまりのよい結果を図 10 に示しているが、これまで示したフラッタモード移行に伴う比フラッタ速度の変化、ならびに翼配列による比フラッタ速度の相違が、フラッタの起こり難さを表現する評価関数 λ_m でとらえられている。 λ_m と比フラッタ速度の関係を三次関数で推定し求めると、

$$V_{cr}/V_{cr}(\text{均一翼列})$$

$$=1.0-0.10966\lambda_\omega+14.934\lambda_\omega^2+7.2020\lambda_\omega^3$$

となる。図 10 中に推定曲線を実線で示すが、フラッタ速度の低い 2, 3 種類の翼で構成される翼群 Alternate, C を除くと、全データが比較的良好にまとまっているのがわかる。

以上のことから、非失速翼列 ($\alpha=4^\circ$) と失速翼列 ($\alpha=30^\circ$) の圧縮機 ($G=30^\circ$) において、翼列の翼配列が決定されると、フラッタモードの移行にかかわらず翼の固有振動数のばらつきと配列の影響を考慮した評価関数 λ_ω により、比フラッタ速度の上昇程度が予測ができる。つまり、ミスチューニングによるフラッタ抑制効果の予測が可能となることが示された。

4. 結 論

翼周りの流れが前縁はく離する失速翼列と非失速翼列のねじりフラッタにおいて、一般的な翼列の翼固有振動数のばらつきが 8% 程度以内と想定し、さらにより現実的な翼群を構成するように翼枚数を 20 枚に増加しミスチューニングによるフラッタ抑制に関する解析を行い、以下の結論が得られた。

(1) 失速翼列 ($\alpha=30^\circ$) と非失速翼列 ($\alpha=4^\circ$) の圧縮機 ($G=30^\circ$) において、翼群の翼固有振動数と翼種類および翼配列がフラッタ速度に及ぼす影響を考察し、固有振動数のばらつき σ/ω_m に替わる評価関数 λ_ω を提案し、フラッタ抑制の効果を予測することが可能となった。

(2) 失速圧縮機翼列の翼固有振動数のばらつきが 2% 程度までは、均一翼列から派生したフラッタモードでフラッタが発生し、フラッタ速度は急激に上昇し高いフラッタ抑制の効果が期待できる。さらにばらつきが増大すると、フラッタモードが変化しフラッタ速度は頭打ちとなるが、抑制効果は継続して期待される。一方、非失速圧縮機翼列では広い範囲にわたり均

一翼列から派生したフラッタモードでフラッタが発生し、徐々にフラッタ速度は上昇し、緩徐なフラッタ抑制の効果が期待できる。

(3) 失速翼列($\alpha=30^\circ$)と非失速翼列($\alpha=4^\circ$)で隣接翼間の固有振動数差が平均的に大きくなるよう高低固有振動数翼を交互に配した配列(配列5)は、他の配列に比べフラッタ速度が高くフラッタ抑制効果が認められる。しかし、失速翼列で2種類の固有振動数翼によって交互配列を構成することは、フラッタ抑制効果の低下を招くため注意が必要である。一方、フラッタ抑制効果が相対的に低くなる配列は、隣接翼の固有振動数が順次増加する傾斜形配列(配列1)や隣接翼の固有振動数が順次増加したのち順次減少する山形配列(配列2)である。また同一固有振動数翼を続けて並べるのは、隣接翼間の空力弾性的な相互干渉が受けやすくなりフラッタ速度の向上が望めないため避けるべきである。

本研究ではミスチューニングをフラッタ抑制策として積極的に活用するため、翼固有振動数のばらつきや個々の翼の配列を検討し、さらにこれらに影響因子とするフラッタ抑制効果の推定方法を提案した。現在、これまでに述べたねじりモードの翼列を構成する翼群の翼固有振動数の不均一化によるフラッタ抑制効果を、風洞実験により確認する準備を進めている。

文 献

- (1) Whitehead, D. S., *J. Mech. Eng. Sci.*, 8-1(1966), 15.
- (2) 花村・田中, 機論, 46-403, B(1980), 373.
- (3) Tanaka, H., Hanamura, Y. and Fujimoto, I., *Proc. '83 Tokyo Int. Gas Turbine Cong.*, 2(1984), 651.
- (4) 長井・藤本・田中・平野・石井, 機論, 56-527, B(1990), 136.
- (5) 長井・藤本・田中・石井, 機論, 60-572, B(1994), 1275.
- (6) Yashima, S. and Tanaka, H., *Trans. ASME, J. Eng. Power*, 100-2(1978), 317.
- (7) Tanaka, H. and Fujimoto, I., *Proc. 4th Int. Symp. U. A. A. T. P.*, (Aachen), (1987), 547.