回転円柱を有する矩形流路内の流動と熱伝達*

小 森 勝 夫*¹, 稲 垣 照 美*²Characteristics of Heat Transfer and Fluid Flow
in the Rectangular Duct with a Rotating Cylinder

Katsuo KOMORI and Terumi INAGAKI

An experimental investigation was performed to study the effect of a rotating cylinder near the wall of a rectangular duct on heat transfer coefficient and fluid flow of forced convection. Local heat transfer coefficients were first measured by varying the rotational speed and the distance between cylinder and wall. The results showed that the positions of maximum and minimum in the profiles of the heat transfer at a fixed distance from the wall were almost invariable even when the cylinder was rotating. The wall temperature and fluid flow were also visualized using a liquid crystal sheet and fluorescent paint. It was noted that low-temperature streaks appeared on the wall, and that they strongly affected heat transfer characteristics. It was further determined that the position of the reattachment shifted upstream as rotational speed increased.

Key Words: Rotating Cylinder, Heat Transfer Enhancement, Flow Visualization, Liquid Crystal, Rectangular Duct, Forced Convection, Turbulent Flow

1. 緒 言

強制対流熱伝達において、伝熱促進を図る試みは実に多くの研究がなされてきた。例えば、伝熱面上に突起物を設置し、その上端ではなく離れたはく離せん断層の再付着効果を利用する方法は、Nunner⁽¹⁾の研究以来、平行平板流路⁽²⁾⁽³⁾ および矩形流路^{(4)~(6)} に円柱を置いた場合、伝熱面にすきまを設けて二次元円柱を挿入した場合⁽⁷⁾⁽⁸⁾、多孔板形プロモータを設置した場合⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾、三次元リブを挿入した場合^{(11)~(13)} など種々報告されている。これらの方法は熱伝達が促進される反面、圧力損失の増大を伴うため総合的な性能評価を行う必要がある。しかし、実際の応用においてこの圧力損失の増加は、熱エネルギーの有効利用や省資源の観点から必ずしもマイナス要因ばかりではないとの考え方⁽⁴⁾ もある。一方、高発熱密度化された電子機器内において、電子回路部品の信頼度を確保するために流体摩擦損失などの不利益因子の存在を認めたとて熱除去を優先する場合も考えられる。また、発熱体の近傍には各種形状の部品が存在し伝熱を複雑にしている。

本研究では、伝熱面近傍に存在する円柱が回転する系を対象として、熱伝達率の促進および劣化領域を確認する観点から実験的な検討を加えることにした。伝熱面温度分布の可視化には感温液晶シートを用い、低温度すじ状模様の出現を観察した。

また、流れの可視化には色素を流してそのフローパターンを観察した。

2. 実験装置および測定

実験装置の概略を図1に示す。矩形流路はその前後に設置したヘッドタンクにベルマウスを介して取付けられている。上流側ヘッドタンクには流れを静定するためのフィルタを設けるとともに、矩形流路入口に整流格子およびトリッピングワイヤを取付けた。矩形流路は透明アクリル製で、断面は250×50 mm²、全長1400 mmである。矩形流路の入口より下流400 mmから1000 mmまで下壁面を伝熱面とするため、厚さ30 μmのステンレスはく(幅83 mm×長さ600 mm)を直列に張り付け、交流定電圧電源で通電加熱した。したがって、等熱流束条件を満足している。伝熱面温度を測定するため、ステンレスはく裏面のスパン方向中心線上流れ方向40箇所にφ100 μmのクロメル-アルメル熱電対をスポット溶接した。伝熱面裏面には熱の

* 原稿受付 平成6年9月7日。

*¹ 正員、豊田工業高等専門学校 (〒471 豊田市栄生町2-1)。*² 正員、茨城大学工学部 (〒316 日立市中成沢町4-12-1)。

逃げを防止するため、厚さ 30 mm の発泡スチロール製断熱材を取付けた。

挿入する円柱は直径 10 mm で、矩形流路入口から下流 500 mm の位置に水平に配置し、可変速モータで駆動した。供試流体として水を用い、貯水タンクに入れた水を水中ポンプで循環させた。流量は流量調整弁を調節し、排水管からの流出量を計量器に一定容量採取してその経過時間から求めた。

伝熱実験は、矩形流路の等価直径 d_e を代表長さとする流れのレイノルズ数 $Re_{de} = u_m \cdot d_e / \nu = 5 \times 10^3$ から 1.5×10^4 までの間の 6 種類、挿入円柱底部と伝熱面とのすきまが $c = 2, 5, 10$ mm および 20 mm の 4 種類、回転数が $n = 0, 6, 15, 30, 50$ rpm および 100 rpm の 6 種類の場合について行った。伝熱面熱流束はジュール加熱量から求め、伝熱面温度と主流体温度との差は最大でも 20°C 程度とした。したがって、流体の物性値変化が熱伝達に及ぼす影響は無視できるものとした。また、伝熱系に含まれるふく射熱量および伝導熱量は本実験の場合供試流体が水であり、温度差が比較的小さいので無視した。なお、無次元数中の物性値は伝熱面温度と主流体温度との平均値で評価した。熱電対出力はデジタルマルチメータから GP-IB インタフェースを経由してパーソナルコンピュータに取り込みデータ処理した。本実験を通して、同一位置での壁温と流体温度との差は $\pm 3\%$ 以内、 Nu_x 数の不確かさは約 5% であった。壁面温度場の可視化は、呈色温度領域が $26 \pm 2.5^\circ\text{C}$ の感温液晶シート (厚さ 100 μm) を、挿入円柱の前後の伝熱面上中央部に直接張り付け、時

間平均温度が発色温度領域となるように熱流束を所定の値に調節して行った。観察は、装置全体を暗幕で覆い液晶シートに単色光源を当てて行い映像をビデオ録画した。挿入円柱後方の壁面近傍流動構造の可視化は、上流側に設けた流出口から色素 (ローダミン B) を流して行った。CCD カメラは、円柱まわりの流れの様子を見やすくするため、円柱に対し約 25° の斜め方向に設置して撮影した。

3. 実験結果

3.1 平滑面上の強制対流熱伝達 はじめに伝熱面の検定をかねて平滑水平面上の強制対流熱伝達率を測定した。図 2 は熱流束 $q_w = 5.5 \times 10^3 \text{ W/m}^2$ において、局所レイノルズ数 $Re_x = u_m \cdot x / \nu$ に対する局所ヌッセルト数 Nu_x の変化をプロットしたものである。ここで、 x は加熱開始点から下流方向への距離である。本実験結果は、いずれのレイノルズ数 Re_{de} の場合もカルマンのアナロジーを平板に適用して求めた式 (1)⁽¹⁴⁾ に良好に対応していることがわかる。

$$Nu_x = \frac{0.0296 Pr \cdot Re_x^{0.8}}{1 + 1.54 Pr^{-1/4} \cdot Re_x^{-0.1} (Pr - 1)} \quad \cdots \cdots (1)$$

したがって、本伝熱面は以後の実験を行ううえで妥当なものであると判断した。

3.2 円柱を挿入して固定したときの熱伝達 図 3 は $Re_{de} = 5 \times 10^3$ の場合について、伝熱面近傍に円柱を挿入して固定したときの局所熱伝達率 $Nu_{x,F}$ を、円柱を挿入しないときの同位置における局所熱伝達率 $Nu_{x,N}$ で除した比を、すきま比 c/d をパラメータとして、無次元距離 x_c/d に対してプロットしたものである。ここで、 x_c は円柱挿入位置からの流れ方向への距離である。藤田ら⁽³⁾ が指摘しているように、図 3 の中に示した極大 $A(Nu_{x,F(A)}/Nu_{x,N} = 1.07 \sim 1.62$: $x_c/d =$

1. Rectangular Duct	9. Overflow Pipe
2. Rotating Cylinder	10. Filter
3. Bell-Mouth	11. Head-Tank
4. Honeycomb	12. Head Control Plate
5. Tripping Wire	13. Drain-Pipe
6. Water-Pump	14. Weighing Gauge
7. Flow Control Valve	15. Reservoir
8. Water-Pipe	16. Thermometer

図 1 実験装置

図 2 平滑面上の局所ヌッセルト数

図3 円柱を固定したときの局所熱伝達率比

0), $B(Nu_{x,F(B)}/Nu_{x,N}=1.45\sim1.77$; $x_c/d=5\sim8$) および極小 $a(Nu_{x,F(a)}/Nu_{x,N}=0.87\sim1.03$; $x_c/d=-2\sim-5$), $b(Nu_{x,F(b)}/Nu_{x,N}=0.84\sim1.04$; $x_c/d=3\sim5$) が存在するが、いずれの極大値も藤田らの結果より5~40%ほど大きくなっている。また、本実験では $c/d=0.5$ と 1.0 で極大 $C(Nu_{x,F(C)}/Nu_{x,N}=1.10\sim1.16$; $x_c/d=38$) および極小 $c(Nu_{x,F(c)}/Nu_{x,N}=1.0\sim1.06$; $x_c/d=24\sim26$) が認められた。

すきまが $c/d=0.2$ と狭い場合、円柱上部のはく離流れが円柱下部の加速流れを押さえ込む形で壁面上に再付着するのに対し、すきまが増加するにつれて円柱上部流れと下部流れが相互に巻き込み、大きなスケールの渦を生じ、大小の不規則な脈動を繰返しながら次第に沈静化して乱流強度を弱め、平滑面の値に一致していくが、これは宮下ら⁽⁶⁾の実験結果からも推測される傾向である。しかし、 $c/d=2.0$ とすきまが大きくなると円柱が壁面に及ぼす影響は小さくなる。極大値および極小値間の大小関係は、 $Re_{de}=5\times10^3\sim1.5\times10^4$ および $x_c/d=-8\sim48$ の実験範囲内において、(I) $A>B$ かつ $a<b$ ($c/d=0.2$)、(II) $B>A>C$ かつ $b>c>a$ ($c/d=0.5$)、(III) $B>A>C$ かつ $c>b>a$ ($c/d=1.0$)、(IV) $B>A$ かつ $a>b$ ($c/d=2.0$) となっている。いずれの場合も流路内の円柱は乱流促進体の役割を果たし、円柱径および流れのレイノルズ数に対応して伝熱促進をもたらす最適なすきまが存在する。本実験の $Re_{de}=5\times10^3$ では $c/d=1.0$ の場合に伝熱促進効果が最も著しく、円柱を挿入しないときに比べて局所的には80%、測定区間内を平均しても約20%増加している。また、 $c/d=0.2$ と 0.5 で約14%、 $c/d=2.0$ で約7%増加している。一方、伝熱劣化領域は円柱の上流側および円柱直後 $x_c/d=2\sim3$ ($c/d=2.0$ のみ $x_c/d=$

2~8)に限定されている。

3.3 円柱を挿入して回転したときの熱伝達 本節では、 $Re_{de}=5\times10^3$ の場合に限定して円柱の回転数およびすきま比による熱伝達率の変化を検討する。図4は円柱を挿入して回転したときの局所熱伝達率 $Nu_{x,R}$ を、円柱を挿入しないときの同じ位置における局所熱伝達率 $Nu_{x,N}$ で除した比を、回転数 n をパラメータとして、無次元距離 x_c/d に対してプロットしたものである。図中のA, B, Cおよびa, b, cは各すきまにおける $n=0$ での極大および極小に対応する位置を示している。また、表1は極大、極小の出現状況の詳細を示したものである。熱伝達率分布に現れる極大、極小の数およびその位置はすきま比によって異なるが、回転数の熱伝達率分布形に与える影響は本実験範囲内に限っては顕著な差異として認められなかった。したがって、円柱を回転した場合も、固定した場合と同様すきま比が重要なパラメータとなっている。各すきまごとに現れる極大、極小の位置は回転数が増加しても $n=0$ のときに現れる位置とほとんど変化せず保持されており、これとは別にすきまの変化に応じて新たな複数個の極大、極小が出現する分布となっている。

図4(a)はすきま比 $c/d=0.2$ でみられるパターンで、極大A, Bおよび極小a, bの位置は $n=0$ でのそれぞれの位置と大差はなく、極値間の大小関係は $A>B$ かつ $b>a$ となっている。しかし、 $n=6$ rpmでは極大Bより後方の $x_c/d=11$ で極小 $b_2=1.22$ 、および $x_c/d=12$ で極大 $B_1=1.27$ が出現し、 $n=15$ rpmでは6 rpmの極大、極小の出現とは別に、極小bより後方の $x_c/d=4$ で極大 $B_0=1.21$ 、および $x_c/d=6$ で極小 $b_1=1.07$ が出現している。 $n=30$ rpmでも15 rpmと同様のパターンを示しながら次第に減衰して $Nu_{x,R}/Nu_{x,N}=1.0$ に漸近していく。図4(b)はすきま比 $c/d=0.5$ でみられるパターンで、 $n=0$ で現れる極大A, B, Cおよび極小a, b, cの位置は回転時でも変わらず、極値間の大小関係は $A>B>C$ かつ $b>c>a$ となっている。このほかに数多くの極大、極小が出現し激しい脈動がみられる。各回転数において、極大Bより後方の $x_c/d=8\sim9, 12\sim13, 16$ で極大 B_1, B_2, B_3 および極小cより後方の $x_c/d=32\sim34$ で極大 C_0 が出現している。また、極大Bより後方の $x_c/d=6\sim7, 10\sim11, 14$ で極小 b_1, b_2, b_3 および極小cより後方の $x_c/d=36$ で極小 c_1 が出現している。

図4(c)はすきま比 $c/d=1.0$ でみられるパターンで、 $n=0$ で現れる極大、極小の位置は回転しても変わらないが、極値間の大小関係に一定の傾向はみられな

い。各回転数において、極大 B より後方の $x_c/d=22$ で極大 B₁ および極小 c より後方の $x_c/d=34$ で極大 C₀ が出現している。また、極大 B より後方の $x_c/d=11\sim14$ で極小 b₁ および極小 c より後方の $x_c/d=36$ で極小 c₁ が出現している。極値の出現数は異なるが、分布形は全体的に $c/d=0.5$ の場合とほぼ同じ傾向を示している。

図 4 (d) はすきま比 $c/d=2.0$ でみられるパターンで、 $n=0$ で現れる極大 A, B および極小 a, b のほかに、 $c/d=0.2$ および 0.5 の出現位置とほぼ同一場所に極大 C および極小 c が現れている。このほかに各回転数において、極小 b より後方の $x_c/d=12$ で極大 B₀ および極小 c より後方の $x_c/d=30$ で極大 C₀ が出現している。

また、極大 B より前方 $x_c/d=14$ で極小 b₁ および極大 C より前方 $x_c/d=36$ で極小 c₁ が出現している。

次に、円柱回転時の伝熱劣化領域は $c/d=0.2$ および 2.0 では固定時とくらべて大差はない。しかし、 $c/d=0.5$ および 1.0 では円柱の上流側および円柱直

後の $x_c/d=2\sim3$ のほかに $x_c/d=13\sim14$ および 24~28 でも伝熱劣化がみられる。そこで、本実験範囲 ($x_c/d=-8\sim48$) 内における円柱回転時の平均熱伝達率を求めると、 $c/d=0.2$ ではすべての回転数で円柱固定のときより 1~4.5% 減少している。 $c/d=0.5$ の $n=50$ rpm までは 1.3~5.4%、 $c/d=1.0$ の $n=30$ rpm までは 1.7~5.5% 減少している。しかし、これ以上の回転数および $c/d=2.0$ では 1~9.2% 増加している。したがって、放熱性能の面からみた場合回転物体は伝熱面から 15 mm 以上のすきまを設けることが望ましい。ただし、本実験で得られた回転による平均熱伝達率の促進および劣化率は、 Nu 数の不確かさが約 5% であることを考慮するとき、意味のある値かどうかは微妙である。本実験において、測定は 5 回繰返してその時間平均値を求め、さらに同一条件で 5 回繰返して得られた値の平均値を最終的な熱伝達率としているのでここでは一つの知見として提起する。

3.4 感温液晶による伝熱面温度場および色素による壁面近傍流れの可視化 強制対流の可視化を援用

(a) $c/d=0.2$

(c) $c/d=1.0$

(b) $c/d=0.5$

(d) $c/d=2.0$

図 4 円柱を回転したときの局所熱伝達率比

表 1 熱伝達率の極大値・極小値および位置 ($n=6\sim 100$ rpm)(a) $c/d=0.2$

	a	A	b	B ₀	b ₁	B	b ₂	B ₁
$Nu_{x,R}$	0.82	1.52	0.95	1.21	1.07	1.27	1.22	1.25
$Nu_{x,N}$	~0.85	~1.61	~1.03	~1.22	~1.13	~1.35	~1.29	~1.33
x_c/d	-5 (-5)	0 (0)	2~3 (3)	4	6	8~10 (8)	11~12	12~14

(b) $c/d=0.5$

	a	A	b	B	b ₁	B ₁	b ₂	B ₂	b ₃	B ₃	c	C ₀	c ₁
$Nu_{x,R}$	0.85	1.49	0.91	1.23	1.13	1.29	0.97	1.12	0.78	1.03	0.95	1.11	1.04
$Nu_{x,N}$	~0.98	~2.02	~1.18	~1.27	~1.21	~1.35	~1.23	~1.27	~1.10	~1.16	~1.07	~1.25	~1.14
x_c/d	-2~3 (-3)	0 (0)	2~3 (3)	4~5 (5)	6~7	8~9	10~11	12~13	14	16	24~26 (26)	32~34	36

(c) $c/d=1.0$

	a	A	b	B	b ₁	B ₁	c	C ₀	c ₁	C
$Nu_{x,R}$	0.80	1.47	0.70	1.42	0.84	1.12	1.04	1.25	1.11	1.16
$Nu_{x,N}$	~1.08	~1.89	~0.94	~1.59	~1.14	~1.24	~1.14	~1.36	~1.32	~1.35
x_c/d	-3 (-4)	0 (0)	2 (3)	6~7 (6)	11~14	22	24 (24)	34	36	38 (38)

(d) $c/d=2.0$

	a	A	b	B ₀	b ₁	B	c	C ₀	c ₁	C
$Nu_{x,R}$	0.99	1.15	0.65	1.12	0.87	1.21	1.08	1.25	1.16	1.18
$Nu_{x,N}$	~1.11	~1.40	~1.01	~1.22	~1.04	~1.43	~1.13	~1.39	~1.28	~1.32
x_c/d	-2~3 (-2)	0 (0)	4~5 (5)	12	14	16~20 (16)	26~28	30	36	38 (38)

Figures in the parentheses show the position of maximum and minimum at the rotational speed $n=0$.

した研究から、壁面近傍には大きなスケールの流体運動が存在し、それが壁面上にある周期で発生・消滅を繰返す低温模様を生じさせることが見いだされている。すなわち、この低温模様が壁面-流体間の熱輸送に重要な役割を果たしていると考えられる。

本実験で用いた液晶シートの応答時間は1 s程度であるため、可視化実験は $Re_{de}=2\times 10^3$ ($u_m=0.05$ m/s)で行った。図5に、代表例としてすきま比 $c/d=0.5$ の場合の可視化写真(白黒写真は判別し難いので、スケッチを付図する。なお、スケッチ図は原図に基づいて描いてある)と壁面近傍の流れのパターンを示す。写真の原図はカラー写真であり、白黒写真上では白く見える箇所が実際には黄または黄緑色で中間温度部に、白く囲まれた暗部が実際には赤色で低温部にそれぞれ対応している。また、その他の黒く見える部分は青色

で高温領域を示している。本伝熱面は等熱流束で加熱されているので、温度の高い青系領域は局所的に熱伝達率が低く、温度の低い赤系領域は局所的に熱伝達率が高いといえる。液晶写真は $x_c/d=-3\sim 12$ の範囲を対象としている。図5(b)は回転数 $n=6$ rpm(円柱の周速度 ≈ 0.003 m/s)の場合で、図5(a)の $n=0$ のパターンとほとんど変わらない。円柱前後 $x_c/d=-1\sim 2$ の領域は中間温度を示し、熱伝達率[図4(b)]のa~AおよびA~bの領域に対応している。 $x_c/d=5$ より下流ですじ状の赤褐色の低温領域(この領域の開始点が熱伝達率の点Bに相当する)と黄緑色の中間温度領域の境界に青色の高温領域がすじ状に現れている。なお、この低温すじ模様の幅は時間的に若干不規則であるが、出現位置にはほとんど変化はなかった。また、 $x_c/d=2\sim 5$ の青色の高温領域は熱伝達率のb近傍に

図5 伝熱面温度分布の可視化および流れのパターン ($c/d=0.5$)

相当し、伝熱劣化が生じていることを示している。一方、流れのパターンにおいて円柱は主流方向に回転しており、円柱上部の流れは加速されて円柱表面付近の流れを下向きにし、壁面上への再付着を若干早め、 $x_c/d=5$ (熱伝達率の点Bに対応) が再付着点となっている。円柱直下では円柱周りの流れと主流とがぶつかり合って混合し、大きなスケールの渦を生じて乱流強度を高め、伝熱促進を促している (熱伝達率の点A)。図5(c)は回転数 $n=50$ rpm (周速度 ≈ 0.026 m/s) の場合で、低温すじ模様の幅が細くなるとともに本数が増加し、反対に青色のすじ模様が減少している。また、赤褐色の低温領域の開始点がやや上流側に移行して、円柱直後の伝熱劣化領域が縮小するとともに、黄緑色のはん点が生じて、この領域の伝熱を向上させる傾向

にある。流れのパターンをみると、最初の再付着は $x_c/d=4.3$ と上流側に移行している。円柱上部流れと下部流れは相互に巻き込み合いながら大小の不規則な脈動を繰返し、最終的には次第に沈静化して乱流強度を弱めていくものと思われる。図5(d)は回転数 $n=100$ rpm (周速度 ≈ 0.052 m/s) の場合で、主流速度と周速度がほぼ同一となっている。再付着は $x_c/d=3.3$ とさらに早まっており、低温すじ模様がより鮮明となり、また低温領域の開始点が円柱直後の中間温度領域に接続寸前で、円柱直後の伝熱劣化領域がほとんど消滅状態になっている。このように低温領域の占有面積の増加に応じて熱の輸送が増大し、伝熱性能の向上をもたらすことになる。

4. 結 言

本研究は、矩形流路の伝熱面近傍に存在する回転円柱が伝熱面上の流動と熱伝達に与える影響を明らかにするため、液晶による可視化を併用した実験を行い、次の結果を得た。

(1) 円柱が固定されているときの熱伝達率分布に出現する極大・極小の位置は、回転時においてもほとんど変化しないが、それとは別にすきまの変化に応じて新たな極大・極小が複数出現し、激しい脈動を繰返す。

(2) 円柱回転時の伝熱劣化領域はすきま比 $c/d=0.2$ および 2.0 では固定時とくらべて大差はないが、 $c/d=0.5$ および 1.0 では、円柱の上流側と円柱直後の領域のほかに $x_c/d=13\sim 14$ および $24\sim 28$ の領域でも劣化がみられる。

(3) 本実験範囲 ($x_c/d=-8\sim 48$) 内において、円柱回転時の平均熱伝達率は固定時にくらべ、 $c/d=0.2$ で $1\sim 4.5\%$ 、 0.5 ($n=6\sim 50$ rpm) で $1.3\sim 5.4\%$ 、 1.0 ($n=6\sim 30$ rpm) で $1.7\sim 5.5\%$ 減少している。しかし、 $c/d=0.5$ と 1.0 の高回転時および 2.0 では $1\sim 9.2\%$ 増加している。

したがって、放熱性能の面からは 15 mm 以上のすきまを設けることが望ましい。ただし、 Nu 数の不確かさを考慮するときこの促進および劣化率は今後詳細な検討を要する。

(4) 液晶による可視化から、伝熱促進は伝熱面上に現れる低温しま模様と密接に関係している。また、回転数の増加によって、再付着位置が上流側に移行することが液晶の可視化写真および色素による流れのパターンから明確になった。

文 献

- (1) Nunner, W., *VDI-Forschungsheft*, D, **22**(1956), 1.
 - (2) 藤田・ほか2名, 機論, **42**-361(1976), 2828.
 - (3) 藤田・ほか2名, 機論, **47**-414, B(1981), 317.
 - (4) 宮下・ほか3名, 化工論, **6**-2(1980), 152.
 - (5) 宮下・ほか2名, 化工論, **7**-4(1981), 349.
 - (6) 宮下・ほか2名, 化工論, **10**-5(1984), 637.
 - (7) 丸茂・ほか3名, 機論, **46**-407, B(1980), 1211.
 - (8) 鈴木・ほか1名, 機論, **54**-503, B(1988), 1716.
 - (9) 棚沢・ほか3名, 機論, **49**-439, B(1983), 676.
 - (10) 棚沢・ほか3名, 機論, **50**-451, B(1984), 896.
 - (11) Han, J. C., ほか2名, *Int. J. Heat Mass Transf.*, **21**-8(1978), 1143.
 - (12) 馬淵・ほか3名, 機論, **53**-487, B(1987), 1009.
 - (13) 馬淵・ほか3名, 機論, **53**-487, B(1987), 1016.
 - (14) 甲藤, 伝熱概論, (1968), 122, 養賢堂.
-