境界要素法と離散渦法による
クロスフローファン内部流れの解析*陳 次 昌^{*1}, 深 野 徹^{*1}, 原 義 則^{*1}Flow Analysis in a Cross-Flow Fan
by Boundary Element Method and Discrete Vortex Method

Cichang CHEN, Tohru FUKANO and Yoshinori HARA

An analysis method has been developed for the prediction of flow in a cross-flow fan with a casing. The method has no simplifying assumptions regarding the geometry of either the impeller blades or the casing. Taking into consideration the effect of the boundary layer on the upper wall surface of the casing, the internal flow is analyzed using both the boundary element method and the discrete vortex method by assuming that the flow is two-dimensional, inviscid and incompressible. In order to satisfy Kelvin's theorem, vortices are shed at the trailing edges of each impeller blade. The discrete vortex method is used to approximate the convection of the free vortices. Results are given for the cross-flow fan with two different configurations of the casing with an identical impeller.

Key Words: Computational Fluid Dynamics, Internal Flow, Blower, Cross-Flow Fan, Boundary Element Method, Discrete Vortex Method

1. 緒 言

クロスフローファンは、機構上の簡単さや、小形で大きな全圧係数が得られること、二次元性もよく、羽根車長さを自由に選ぶことができるので、羽根長さを長くするだけで大風量化が可能であることなどにより、小形化、薄形化に要求されている家庭用空調機をはじめ小形送風機として、幅広く使用されている。

その設計法には、スクロールや羽根形状を最適にして、ファンの内部流れが合理的で、そのうえ高性能化、低騒音化が計れるということが要求されるが、それに対応できる方法はまだ確立されていない。このような観点からクロスフローファン内部流れの解析は実用問題として重要である。

クロスフローファンに特有の偏心渦は、ファンの性能に強く影響を及ぼすこと、この偏心渦の位置がケーシングの形状に依存していることなどが深野ら⁽¹⁾の研究により明らかになった。したがって解析法にはさまざまな境界の形状に対して、この偏心渦を良好にシミュレーションすることが要求されている。

田附ら⁽²⁾は特異点法により、羽根車をアクチュエー

タとして取扱った解析法を提案しているが、羽根からの渦放出は考慮していない。一方、多久ら⁽³⁾はFEM法にCIC法を組合せた方法により、クロスフローファン内部における渦流出のある流れを解析しているが、田附らと同じように羽根車を羽根枚数無限大のアクチュエータとしている。そのためこれらの解析法では流れに及ぼす羽根枚数や羽根形状をはじめとする羽根車の影響を考慮することができない。また、岡本ら⁽⁴⁾は円弧翼羽根の厚さを無視して、羽根の反り線上に分布した渦点で近似し、特異点法とCIC法の組合せ方法を提案した。

本研究ではクロスフローファンの最適設計法を確立することを意図して、直接境界要素法とCIC法を併用し、厚さのある任意翼形の羽根車をもつクロスフローファン内部の非定常流に対する解析法を検討する。本解析法では流体は基本的には非粘性としているが、境界層や羽根によって誘起される自由渦の減衰は考慮に入れている。本報ではこの解析法を用いて、手始めとしてケーシング形状の流れに及ぼす影響を調べた。その結果は実験結果と比較的よく一致しており、本方法はクロスフローファンの最適設計法の一助になることを示した。

* 原稿受付 1994年12月20日。

^{*1} 正員、九州大学工学部 (〒812 福岡市東区箱崎6-10-1)。

2. 解 析 法

2・1 基礎式 クロスフローファン内の流れを非圧縮、非粘性の二次元流れであると仮定すれば、その基礎式は渦度の定義式より、流れ関数 ψ を用いて、次のように表される。

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\gamma \quad \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 γ は流れ場における渦度である。

上式にグリーンの定理を適用することによって、次の境界積分式を得る。

$$\pi\psi - \int_S \left(\ln r \frac{\partial \psi}{\partial n} - \frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial n} \psi \right) ds - \int_A \ln r \gamma dA = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 r は位置ベクトル、 S は境界、 A は計算する面積領域、 n は境界上の外向き法線方向である。

図1に示すような計算領域の境界を境界要素に分割し、各境界要素において図2のような要素座標 ξ (要素端において、 $\xi = \pm 1$) を導入する。境界要素の形状を以下のように線形要素で近似する。

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{1-\xi}{2} x_1 + \frac{1+\xi}{2} x_2 = \phi_{j,1} x_1 + \phi_{j,2} x_2 \\ y &= \frac{1-\xi}{2} y_1 + \frac{1+\xi}{2} y_2 = \phi_{j,1} y_1 + \phi_{j,2} y_2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (3)$$

ここで (x_1, y_1) , (x_2, y_2) は境界要素の端節点の座標、 (x, y) は要素内任意点の座標、 $\phi_{j,1}$, $\phi_{j,2}$ は形状関数で、 $\phi_{j,1} = (1-\xi)/2$, $\phi_{j,2} = (1+\xi)/2$ である。

境界微小長さ ds は

$$\begin{aligned} ds &= \{(dx)^2 + (dy)^2\}^{1/2} \\ &= \frac{1}{2} \{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2\}^{1/2} d\xi \\ &= |J| d\xi \quad \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

となる。ただし、 $|J| = \{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2\}^{1/2} / 2$ である。

境界要素における未知の流れ関数 ψ を次のように線形関数で近似する。

図1 境界要素

図2 局所座標形

$$\left. \begin{aligned} \psi &= \frac{1-\xi}{2} \psi_j + \frac{1+\xi}{2} \psi_{j+1} = \phi_{j,1} \psi_j + \phi_{j,2} \psi_{j+1} \\ \frac{\partial \psi}{\partial n} &= \phi_{j,1} \left(\frac{\partial \psi}{\partial n} \right)_j + \phi_{j,2} \left(\frac{\partial \psi}{\partial n} \right)_{j+1} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで ψ_j , ψ_{j+1} , $(\partial \psi / \partial n)_j$, $(\partial \psi / \partial n)_{j+1}$ は境界節点での未知関数の値、 ψ , $\partial \psi / \partial n$ は境界要素内任意点の未知関数の値である。式(3)~(5)を式(2)に代入し、境界全体の積分を各境界要素における積分の和として表すと、次の離散化式を得る。

$$\sum_{j=1}^N H_{ij} \psi_j = - \sum_{j=1}^N G_{ij} \left(\frac{\partial \psi}{\partial n} \right)_j - \sum_{k=1}^M b_{ik} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで N は境界要素数、 M は領域内自由渦の点数である。ここで

$$H_{ij} = \pi \delta_{ij} - \bar{H}_{ij} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ただし

$$\bar{H}_{ij} = \int_{-1}^1 \phi_{j-1,2} \frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial n} |J| d\xi + \int_{-1}^1 \phi_{j,1} \frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial n} |J| d\xi \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$G_{ij} = \int_{-1}^1 \phi_{j-1,2} \ln r |J| d\xi + \int_{-1}^1 \phi_{j,1} \ln r |J| d\xi \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$b_{ik} = \ln r \gamma_k dA \quad \dots\dots\dots (11)$$

ただし、 γ_k は領域内 k 番めの微小面積 dA 上の渦度を表す。

連立方程式(6)を解くことにより、境界上のすべての ψ_j および $(\partial \psi / \partial n)_j$ が求まることになる。そこで領域内部の内点での ψ_i の値を全境界上の ψ_j および $(\partial \psi / \partial n)_j$ を使って、次式から求める。ただし速度が発散しないように内点位置は渦点をさけて選択した。

$$\begin{aligned} \psi_i &= \frac{1}{\pi} \left\{ \sum_{j=1}^N \left(\frac{\partial \psi}{\partial n} \right)_j \int_{s_j} \ln r ds \right. \\ &\quad \left. - \sum_{j=1}^N \psi_j \int_{s_j} \frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial n} ds + \sum_{k=1}^M \ln r \Gamma_k \right\} \quad \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

2・2 境界条件 絶対座標系において境界条件は次のように与える。

吸込口、吹出し口では

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} = 0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

ケーシング背面および前面では、それぞれ

$$\psi = 0 \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\psi = Q \quad \dots\dots\dots (15)$$

羽根面上では

$$\psi = \int_l V \cdot \bar{n} ds = \int_l V_b \cdot \bar{n} ds \quad \dots\dots\dots (16)$$

V は羽根面上にある点での流体の絶対速度、 V_b は

羽根面上の局所点での回転速度である。 $\bar{n}$ は n 方向の単位ベクトルであるから、図3からわかるように、 α は $\bar{n}$ と x 軸と成す角であるとする

$$\left. \begin{aligned} n_x &= \cos \alpha = \frac{\partial y}{\partial s} \\ n_y &= \sin \alpha = -\frac{\partial x}{\partial s} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

ゆえに

$$\begin{aligned} V_b \cdot n &= -(\omega \times r) \cdot n = \omega y n_x - \omega x n_y \\ &= \omega y \frac{dy}{ds} + \omega x \frac{dx}{ds} \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

式(17)、(18)を式(16)に代入すれば次式を得る。

$$\psi = \frac{\omega r^2}{2} + \text{const.} \dots\dots\dots (19)$$

2・3 渦の生成

クロスフローファンでは羽根車が回転する間に羽根表面に沿う循環が変動し、後流渦が生成される。図4のように羽根後縁圧力面側と負圧面側の相対速度はそれぞれ w_p および w_s とすると、羽根後縁から放出される流線の単位長さあたりの循環量 Γ_i は次式で計算する。

$$\Gamma_i = w_s - w_p \dots\dots\dots (20)$$

羽根後縁から渦の放出平均速度は $(w_p + w_s)/2$ であると考え、時間 Δt の間に放出した渦の移動距離 dl は次のようになる。

$$dl = \frac{w_s + w_p}{2} \Delta t \dots\dots\dots (21)$$

したがって1枚の羽根後縁から生成した循環量 Γ は

$$\Gamma = \Gamma_i dl \dots\dots\dots (22)$$

となる。

なお、渦が最初に形成される位置は羽根後縁から $dl/2$ の所とした。

2・4 渦の移流

羽根後縁で生成された渦は自由渦となり、減衰しながら、流線に沿って下流へ流れていくと考える。渦が点 (x, y) にあるとし、その点での x と y 方向の流速をそれぞれ u と v とすると、 Δt 時間後の渦点の位置は次式で与える。

$$\left. \begin{aligned} x^{i+1} &= x^i + u^i \Delta t \\ y^{i+1} &= y^i + v^i \Delta t \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

2・5 渦の減衰

本モデルにおける流体は基本的

には非粘性であるが、実際には羽根車から放出された渦の循環が粘性により時間の経過とともに減衰することを考えて、その減衰量を次式で与えた。

$$\Gamma^{n+1} = \Gamma^n e^{-ct} \dots\dots\dots (24)$$

ここで c は減衰パラメータで、文献(3)、(4)を参考にして、 $c=0.9$ とした。

2・6 領域積分

式(2)の第3項は本来計算領域内の連続的な渦分布を面積積分しなければならないが、ここではその連続的な渦を有限個の離散渦として取扱う。各渦の渦度 γ_k と面積 dA の積はその渦の循環と等しいから

$$\int_A \ln r \gamma dA = \sum_{k=1}^M \ln r \gamma_k dA = \sum_{k=1}^M \ln r \Gamma_k \dots\dots\dots (25)$$

となる。

2・7 誘起速度

二次元的な渦に誘起される速度は、ビオ・サバルの法則により次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} u_k &= -\sum_{k=1}^M \frac{\Gamma_k (y_k - y)}{2\pi |r_k - r|^2} \\ v_k &= \sum_{k=1}^M \frac{\Gamma_k (x_k - x)}{2\pi |r_k - r|^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

ただし、添字 k は k 番めの渦を表す。各点の速度は式(27)で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{\partial \psi}{\partial y} \\ v &= -\frac{\partial \psi}{\partial x} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

2・8 境界層計算

ケーシングのディフューザ部の上壁面の境界層は逆圧力こう配のため、はく離することが文献(1)の実験結果より明らかになった。このはく離はファンの性能に影響を与えるので、本研究では局部境界層計算でこのことを考慮した。

はく離のない境界層内において運動量式とエントレインメント式は次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial s} + \frac{1}{U} \frac{\partial U}{\partial s} (2\theta + \delta^*) &= \frac{\tau_0}{\rho U^2} \\ &+ k_{13} \left[\frac{1}{U^2} \int_0^\delta u \int_0^y \frac{\partial u}{\partial s} dy dy \right. \\ &+ \delta \frac{\partial}{\partial s} (\delta - \delta^* - \theta) + \frac{2\delta}{U} (\delta - \delta^* - \theta) \frac{\partial U}{\partial s} \\ &\left. - \frac{1}{U^2} \int_0^\delta \frac{\partial}{\partial s} \int_0^y u^2 dy dy + \delta \frac{\partial \delta}{\partial s} \right] \dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial s} (UH_e \theta) = U \frac{\partial \delta}{\partial s} - [W]_{y=\delta} \dots\dots\dots (29)$$

ただし、 s は主流の流線方向、 y は s と直交する方向、 u と W はそれぞれ境界層内 s と y 方向の速度成分、 U は境界層外縁での主流速度、 k_{13} は流線の曲率、 H は形状係数 ($=\delta^*/\theta$)、 τ は壁面摩擦応力、 δ は境界層厚さである。また、 δ^* 、 θ はそれぞれ排除厚さと運動量厚さで次の式で定義される。

図3 羽根表面の法線

図4 放出渦

$$\left. \begin{aligned} \delta^* &= \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy \\ \theta &= \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{U}\right) \frac{u}{U} dy \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (30)$$

境界層内の速度分布はベキ乗則⁽⁵⁾を用いて、次式で与える。

$$\frac{u}{U} = \eta^{(H-1)/2} \dots\dots\dots (31)$$

ここで $\eta = y/\delta$

式(28)、(29)の壁面摩擦応力とエントレインメントの項にそれぞれ Ludwig-Tillmann および Standen の経験式を使う。

$$\frac{\tau_0}{\rho U^2} = 0.123 \left(\frac{U\theta}{\nu} \right)^{-0.268} 10^{-0.678H} \dots\dots\dots (32)$$

$$U \frac{\partial \delta}{\partial s} - [W]_{y=\delta} = 0.0306 U (H_e - 3.0)^{-0.653} \dots\dots\dots (33)$$

ここで ν は動粘性係数で、 H_e は次式で与えられる一種の形状係数である。

$$H_e = (\delta - \delta^*)/\theta \dots\dots\dots (34)$$

式(28)と式(29)は H と θ に関する線形連立方程式で、 $H=1.4$ と $\theta=0.0001$ mm の初期値を用いて、前進差分で計算される。そのとき式中の k_{13} 、 U と $\partial U/\partial s$ はすでに非粘性計算で求められている値を使用する。形状係数は $H=3.0$ になれば、流れははく離すると判断し、それから下流での速度分布は

$$\frac{u}{U} = 3\eta^2 - 2\eta^3 \dots\dots\dots (35)$$

に従うものとし、主流からのエントレインメントがない場合の補助方程式(36)を用いて、計算を行った。

$$\frac{\partial \delta}{\partial s} = - \frac{\delta}{U} \frac{\partial U}{\partial s} \dots\dots\dots (36)$$

2.9 計算方法 本計算における境界要素分割数はファン入口で22、ケーシング背面で58、出口で10、ケーシング前面で62、1枚の羽根面で10に分割したので、全体の境界要素数は422である。渦放出の時間ステップは0.001 s、ファンの回転速度は $n=1000$ rpm とし、流量は実験における最高効率点における流量と同じく、ケーシング No. 3 の場合 $Q=10.25$ m³/min、ケーシング No. 1 の場合 $Q=7.7$ m³/min と設定した。

計算の手順は以下のとおりである。

(1) 羽根後縁での速度の初期値として、収束値に近ければ、収束が早くなるが、本計算では羽根車出口での平均流速を設定する。

(2) 式(6)によって境界上の各節点での ϕ と $\partial\phi/\partial n$ を求める。

(3) 境界上各節点での ϕ と $\partial\phi/\partial n$ を用いて、式

(12)から領域内部の内点での ϕ_i を求める。

(4) ϕ_i から各内点の速度を計算する。

(5) 羽根後縁から放出される渦の循環量を求める。

(6) 時間ステップ Δt の後の渦の新しい位置を式(23)で計算する。

(7) ディフューザ上壁面上の境界層計算を行う。

(8) 次の時間ステップの計算を(2)から繰り返し行う。

ただし以上の計算中に次々に新しい計算結果により、与えられた境界値を調整した。

3. 結果および考察

3.1 速度ベクトル図 本計算の代表例として、図5に示す一つの羽根車に対して、形状の異なる二つのケーシングについて数値解析を行った。実験によればスクロール No. 3 の場合のほうがよい性能を与える。また、この2種類のケーシング(No. 1, 3)のクロスフローファンの内部流れについてはすでに実験によって確かめられている⁽¹⁾。

図6はケーシング No. 3 と No. 1 の速度ベクトルの計算結果(図の下部)とそれぞれの実験結果(図の上部)とを比較して示したものである。全体としては解析結果は実験結果に近い値を与えているといえる。特に舌部付近の逆流および偏心渦の存在は計算結果からも認められる。計算による羽根車内径より内側の流れの様

図5 ケーシング

図6 速度ベクトル

子は、実験結果と比べて周方向成分がやや不足しているが、それは非粘性計算のためと思われる。

3・2 壁面静圧分布 図7はケーシング上部壁面に沿う静圧分布を示したもので、縦軸は静圧 P 、横軸はその壁面の全長に対する無次元長さ L である(図5)。計算では送風機出口の総圧の実測値を境界条件として用いた。図7(a)のケーシング No.1 の場合には出口に向けて圧力は徐々に上がっており、 $L=0.6$ の所から下がり始め、実験値では $L=0.78$ 、計算値では $L=0.72$ の所で圧力が極小になる。この位置はちょうど上部壁面の収縮部分と対応している。その後、断面の拡大により流れは減速し、圧力は急激に上昇して、出口までに大気圧に回復する。一方、図7(b)のケーシング No.3 の場合には舌部付近の断面積が拡大されているため、圧力が $L=0.8$ の所で多少降下するだけで、図7(a)のような急激な逆圧力領域はない。なお、本研究では $L=0$ から圧力極小点までをスクロール、それ

より下流側をディフューザと呼んでいる。

3・3 上部壁境界層 上述のような静圧分布は図8の境界層形状係数 H の計算結果に示されるように、上部壁面境界層の発達に影響を及ぼす。すなわち、No.3の場合、境界層ははく離していないのに対して、No.1の場合、約 $L=0.92$ で、はく離が生じた。また図9に示す境界層排除厚さの計算結果は、ディフューザ上部壁面上の静圧の変化に対応して、スクロールの部分では、No.3のほうが、やや厚いが、ディフューザの部分では、No.1のほうが厚くなった。また、境界層排除厚さの発達の様子は、図6にも破線で示されている。No.1におけるディフューザ部分での境界層はく離がNo.3では抑制されていることがNo.3の性能の改善の一つの要素である。

3・4 偏心渦 クロスフローファンの性能は偏心渦の位置に深くかわり、渦の中心位置が、周方向には舌部に、半径方向には羽根車の内径に近づくほど性能がいいようである⁽¹⁾。図10(a)には実験による渦中心の位置を示し、図10(b)、(c)にそれぞれの流線図の計算結果を示す。ディフューザ No.1 の上部壁面はNo.3より流路を狭くする形式をもつため、偏心渦がその影響を受けて、羽根車の中心へ移動している。このディフューザ形状による偏心渦中心位置の変化は計算結果にも反映されていることがわかる。図11はそれぞれ等速度線図の計算と実験結果を比較して示したものである。両者は比較的よく一致しているが、ディフ

(a) No.1

(b) No.3

図7 静圧分布

図8 形状係数

図9 境界層排除厚さ

図10 流線

図 11 等速度線

ユーザ部での流れの予測にはまだ改良の余地があるようである。

4. 結 言

本論文ではクロスフローファン内部流れの数値解析法として回転羽根の表面を含めて、直接境界要素法と離散渦法を併用する方法を提案した。この方法を用いて、ケーシングの異なる2種類のクロスフローファンの内部流れを計算し、実験結果との比較を行った。その結果、次の結論を得た。

(1) クロスフローファン内部の流れが本解析方法により解析でき、定性的に実験結果と一致する流れベクトル図を得た。

(2) 偏心渦の中心位置に及ぼすケーシング形状の影響は本解析方法を用いて、シミュレーションでできることがわかった。

(3) 本方法はクロスフローファンの設計にも有用であることを示した。

本研究は、科学研究費(課題番号 05555058)の援助により行われたものである。記して謝意を表す。

文 献

- (1) 深野・山下・原・木下, 横流ファンの騒音低減化に関する研究(第3報スクロール形状の影響), ターボ機械, 21-8(1992), 16.
- (2) 田附・辻本・霧崎・北川, クロスフローファンを通る流れの数値解析, 機構論, No. 900-85(1990), 25.
- (3) 多久・飯塚, クロスフローファンの内部流れの数値解析[CIC(Clouds-in-Cell)法とFEMの適用], 機論, 58-545, B(1992), 64.
- (4) 岡本・木下・大久保, クロスフローファン内部流れの離散渦法解析, 機論, No. 526(1992), 170.
- (5) 陳, 一種計算離心泵葉輪内部流動的方法, 流体工程(chinese), No. 3(1990), 20.