急加速される回転円筒内の流れの実験的研究*
(流れのLDV測定と可視化による速度分布の測定)川嶋元士*¹, 大上 浩*¹, Wen-Jei YANG*²Experimental Study on the Flow Pattern
of Suddenly Accelerated Rotating Drums
(Measurement of Velocity by LDV and Flow Visualization)

Genshi KAWASHIMA, Hiroshi OHUE and Wen-Jei YANG

The purpose of this study was to clarify the flow pattern inside a rotating drum that was abruptly accelerated from rest to a constant steady speed of rotation. Observations were made by flow visualization using light sheet methods and by measuring the time history of the velocity using LDV for 24 cases with 3 sizes of drum, liquid with 4 different viscosities, and 4 speeds of rotation. The experimental results are expressed in terms of two nondimensional parameters: π_1 , which is determined by the viscosity of the liquid, the speed of rotation, and the size of the drum; and π_2 , which indicates the time required to attain a constant steady speed. The relationship between these two nondimensional numbers is given by a single formula. Prior to an experiment, π_1 was fixed and the time required to attain a constant steady speed was estimated from this relationship using π_2 .

Key Words: Unsteady Flow, LDV, Flow Visualization, Rotating Drum, Nondimensional Number

1. ま え が き

円筒容器を回転することによって生じる内部流体の流れは、物質のかくはん、洗浄、温度の均一化を目的としてしばしば用いられるが、回転円筒容器の寸法、回転速度、流体の粘度等の相互の関係を明らかにしたものはあまり多く見あたらない。特に、停止状態から加速される場合や、定常回転から減速される場合のような非定常状態における流れは、かくはんや混合においては重要であるが、このような状態の流れについては種々の関係を取扱った例は多くない。

このため、著者らは回転円筒容器内の流れについていくつか報告をした^{(1)~(13)}が、ここでは、特に停止状態から急加速された場合の非定常流について、LDVにより円筒容器の中央断面および側壁付近における円周方向速度を計測し速度分布を求めた。また、円筒容器の中央断面、側壁付近および子午面内でレーザライトシート法により撮影した可視化写真から求めた半径方向および円周方向の速度分布と時間の関係、子午面内での流跡の状態等とLDVの計測結果との対比を行い、

流れの全体的な様子を実験的に明らかにした。これらの結果、非定常状態における流れの変化の様子を明らかにし、さらに回転円筒容器の寸法、回転速度、動粘度等と定常状態すなわち流体が剛体回転運動を始めるまでの所要時間との関係等を無次元数で表し、定常状態に至るまでの所要時間をあらかじめ予測できるようになった。

おもな記号

B : 円筒容器幅
 b : 円筒容器中央断面からの幅方向距離
 D_1 : 外筒直径
 D_2 : 内筒直径
 L : 代表寸法
 r : 半径方向位置
 S : 容器のぬれ面積
 T_s : 定常状態に至るまでの時間
 t : 時間
 V : 液体の体積
 v_r : 半径方向速度
 v_θ : 円周方向速度
 v_{os} : 定常状態に達したときの円周方向速度
 Δr : 半径方向変化量

* 原稿受付 1995年1月10日。

*¹ 正員、武蔵工業大学 (〒158 東京都世田谷区玉堤 1-28-1)。*² ミシガン大学 (Ann Arbor, MI 48109, USA)。

Table 1 Operation conditions and transient time to reach steady state

Test No.	Drum No.	ω (rad/sec)	Composition of Glycerin (%)	L (cm)	T_s (sec)	$\pi_1 = \nu / (\omega L^2)$	$\pi_2 = T_s \omega$
1	I	2.09	0	1.714	160.9	1.50×10^{-8}	3.37×10^2
2	II	2.09	0	1.091	85.1	3.60×10^{-8}	1.78×10^2
3	I	2.09	50	1.714	46.4	9.90×10^{-8}	9.71×10^1
4	I	1.26	0	1.714	187.4	2.40×10^{-8}	2.36×10^2
5	II	1.26	0	1.091	99.1	6.00×10^{-8}	1.25×10^2
6	III	1.26	0	1.105	100.9	5.80×10^{-8}	1.27×10^2
7	I	1.26	50	1.714	62.1	1.65×10^{-8}	7.80×10^1
8	II	1.26	50	1.091	29.3	4.08×10^{-8}	3.68×10^1
9	III	1.26	50	1.105	33.7	3.98×10^{-8}	4.23×10^1
10	II	1.26	80	1.091	9.3	3.81×10^{-1}	1.16×10^1
11	I	0.648	0	1.714	239.5	4.70×10^{-8}	1.55×10^2
12	II	0.648	0	1.091	126.3	1.16×10^{-8}	8.18×10^1
13	III	0.648	0	1.105	144.0	1.13×10^{-8}	9.33×10^1
14	I	0.648	50	1.714	75.6	3.21×10^{-8}	4.90×10^1
15	II	0.648	50	1.091	48.0	7.92×10^{-8}	3.11×10^1
16	III	0.648	50	1.105	42.4	7.72×10^{-8}	2.75×10^1
17	II	0.648	80	1.091	10.5	7.39×10^{-1}	6.80
18	I	0.314	0	1.714	310.4	9.70×10^{-8}	9.75×10^1
19	II	0.314	0	1.091	180.2	2.39×10^{-8}	5.66×10^1
20	I	0.314	50	1.714	88.5	6.62×10^{-8}	2.78×10^1
21	II	0.314	50	1.091	56.3	1.63×10^{-1}	1.77×10^1
22	III	0.314	50	1.105	58.1	1.59×10^{-1}	1.82×10^1
23	II	0.314	70	1.091	22.1	6.14×10^{-1}	6.94
24	II	0.314	80	1.091	12.6	1.52	3.95

Fig. 1 A Schematic of experimental apparatus

Fig. 2 Size of test drums

$\Delta\theta$: 円周方向変化量

π_1 : 無次元数 $= \nu / (\omega L^2)$

π_2 : 無次元数 $= T_s \cdot \omega$

ν : 動粘度

ω : 回転速度

2. 実験装置および実験方法

実験装置の概略図を図1に示す。実験に使用した円筒容器は3種類でその寸法を図2に示す。LDVによる流速測定は子午断面を幅方向および半径方向に5 mm 間隔(外筒, 内筒および側壁の付近では7.5 mm 間隔)の格子に分け, その中央の点で測定した。子午面内の測定点位置を各円筒について図3に示す。実験に使用した流体は, 蒸留水および50, 70, 80%グリセリン水溶液(体積比)である。またその回転速度 ω は, 0.314, 0.648, 1.26, 2.09 rad/sであり, 円筒容器, 回転速度,

Fig. 3 Measuring point for LDV

溶液の組合せ24種類を表1に示す。LDV計測に使用した散乱粒子は, 放置安定性のよい直径約 $1 \mu\text{m}$ のポリエチレンラテックスで, サンプルボリューム中に散乱粒子が1個程度含まれるような濃度とした。レーザーライトシート法による可視化実験に用いたトレーサ粒子は直径 $300 \mu\text{m}$ のプラスチック粉末で, 溶液中でか

くはんした後放置し、浮上もしくは沈降した物を除いた溶液中に滞留している物のみを用いた。レーザーライトシートの厚みは、照射面が円筒断面と平行な場合(鉛直面写真)は実験に応じて1~3 mmとし、照射面が円筒断面と直角な場合(子午面写真)は円筒の厚み方向の速度の大きさを測ることを目的とし10 mmとした。また、写真の撮影には、ダブルパルサを用いて露光時間を長短に分割し、トレーサ粒子の移動方向が識別できるようにした。本装置では、停止状態から一定回転数に至るまでの所要時間は約0.3 sであり、実験結果から判断してその影響は少ないと考えた。

3. 実験結果

実験結果の一例として、図4, 5に、それぞれ加速後、5 sおよび20 sにおける実験番号12(ドラムII, 使用流体; 水, 0.648 rad/s)の可視化写真を示す。(a), (b)および(c)はそれぞれ、円筒容器の子午断面、円筒中央断面($b=0$ mm)および側壁付近($b=12$ mm)の写真である。(a)に示されるように加速初期には側壁付近で半径方向外向きの、また中央断面では半径方向内向きの強い流れが認められる。このことは、(b), (c)でそれぞれ中央断面では半径方向内向きの流れ、および側壁付近で回転しながら半径方向外向きの流れ

(a) at meridional plane

(b) at midplane ($b=0$ mm)

(c) near a sidewall ($b=12$ mm)

Fig. 4 Flow patterns for drum II, water, 0.648 rad/sec at 5 sec after the initiation of a sudden acceleration from rest

(a) at meridional plane

(b) at midplane ($b=0$ mm)

(c) near a sidewall ($b=12$ mm)

Fig. 5 Flow patterns for drum II, water, 0.648 rad/sec at 20 sec after the initiation of a sudden acceleration from rest

として現れている。また、(c)ではレーザライトシートの幅を3mmとしているため、側壁付近の半径方向外向きの流れと同時に隣接した半径方向内向きの流れも撮影されており比較できる。図4, 5から、この流れは時間とともに減少し、やがて消滅して定常状態の剛体回転へと変化していく経過がわかる。

次に、LDVで測定した中央断面における円周方向速度 v_θ の時間変化を半径位置をパラメータとして表した結果の一例を図6に示す。半径位置がほぼ外筒に近い場合($r=115$ mm)では、 v_θ は回転開始時刻から連続的に加速して剛体回転時の定常状態速度に達している。しかし、 $r=80$ mmの位置では、 v_θ は回転開始直後は加速せず、約10 s後から連続的に加速し定常状態速度に達している。一方、半径位置が内筒に近い $r=45$ mmにおいては、 v_θ は回転開始のほぼ直後より加速を開始するが、その後は約20 s間、速度を一定に保った後、いったん、零まで減速し、やや不規則な変化を経て再び加速し定常状態速度に至っている。このことは、前述の可視化の写真に見られるように、中央断面では回転開始直後から生じた半径方向内向きの流れにより、まだ十分に円周方向に加速されていない流れが半径位置の小さい方向に流れ、その位置における円周方向の加速を妨げている。また、半径の小さい位置においては、十分に加速されていない外周部からの流れがその位置まで達していないため、いったんは加速を開始する。しかし、その後外周部からの流れがその位置にまで達し、円周方向速度は加速を妨げられ減速する。その後、全体が加速されることにより加速するが、しばらくの間、半径方向内向きの流れの影響により不規則に加速されていることを示し、可視化写真の結果とよく一致している。

Fig. 6 Angular velocity-time history in water inside drum II for a sudden acceleration to 0.648 rad/sec at midplane

4. 実験結果の解析

4.1 半径方向速度分布 中央断面もしくは側壁付近で撮影した可視化写真から図7に示すような方法で半径方向速度 v_r と円周方向速度 v_θ を求めた。以下にその解析法を述べる。

可視化写真はダブルパルサを用いているためトレーサ粒子の軌跡は長短の弧として現れ、軌跡の方向が判別できる。まず、写真上から円筒容器の回転軸中心Cを幾何学的方法で導き出す。次に、ある一つの粒子の軌跡について、Cから軌跡の始点Aまでの距離 r_1 、Cから軌跡の終点Bまでの距離 r_2 、始点Aから終点Bまでの距離 l を測定する。写真撮影時間内 Δt に移動した粒子の半径方向移動量 Δr 、円周方向移動量 $\Delta \theta$ は次のようになる。

$$\Delta r = r_2 - r_1, \quad \Delta \theta = \sqrt{l^2 - \Delta r^2}$$

したがって、半径方向速度 v_r と円周方向速度 v_θ は次のように求められる。

$$v_r = \Delta r / \Delta t, \quad v_\theta = \Delta \theta / \Delta t \quad \dots\dots\dots (1)$$

式(1)より求められた円周方向速度 v_θ とLDVにより測定された値とはよく一致している⁽⁶⁾⁽⁷⁾。半径方向速度 v_r と半径位置 r との関係を、時間をパラメータとして表した結果の一例を実験番号12の場合について図8(a), (b)に示す。図8(a)の中央断面($b=0$ mm)における測定結果に示されるように、回転初期の $t=14.6$ sでは、半径方向全域にわたり強い内向きの流れになっている。時間の経過に従いその値は小さくなり $t=29.1$ sになると内筒付近ではまだ内向きの流れがあるが、その他の領域では半径方向流れの大きさはほぼ零となる。これは前述の図4, 5に示した断面における可視化写真結果と図6に示した中央断面でのLDVによる測定結果との比較と一致している。

図8(b)の側壁付近($b=12$ mm)においては、回転初期の $t=14.6$ sでは、外筒内壁付近で内向きの流れ

Fig. 7 A diagram for analyzing the path of a tracer particle

が存在するが、時間の経過とともに半径方向外向きの速度分布へと変化している。これは、半径方向外向きの流れの層が時間とともに厚くなることを示し、図4、5に示す子午面での可視化写真結果とも一致する。

4・2 定常状態に至る所要時間 T_s 図6に示されるように、急加速された円筒容器内の流体は、回転初期には非定常な速度分布をもつが、時間の経過に従い剛体回転に至り定常状態になる。半径方向全域において定常状態に至るまでに要する時間を T_s とし、この T_s をLDVの測定結果より求めた。また、次元解析のためにこの T_s を式(2)のように表し、これら諸量

の関係を求め、得られた2個の無次元数を π_1 , π_2 とした。

$$f(T_s, L, \omega, \mu, \rho) = 0 \quad (2)$$

$$\pi_1 = \nu / (\omega L^2) \quad (3)$$

$$\pi_2 = T_s \cdot \omega \quad (4)$$

ただし代表寸法 L については、液体の体積 V と容器のぬれ面積 S との比として次のように定義した。

$$L = \frac{V}{S} = \frac{B(D_1 - D_2)}{4B + 2(D_1 - D_2)} \quad (5)$$

ここで、 B は円筒容器幅、 D_1 は外筒直径、 D_2 は内筒直径をそれぞれ表す。

(a) at midplane ($b=0$ mm)

(b) near a sidewall ($b=12$ mm)

Fig. 8 Radial velocity distribution in water inside drum II for a sudden acceleration to 0.648 rad/sec

Fig. 9 Relationship between nondimensional number π_1 and π_2

各容器の L の値, 各実験番号における時間 T_s , π_1 および π_2 の値を表 1 中に示す。これら無次元数の物理的意味は, π_1 はエックマン数であり, π_2 は定常状態に達するまでの回転角度(rad)を表している。また, 半径位置 r にある質量 m の流体に働く力を考え, 定常状態における半径方向の力 F_1 と回転開始から定常状態に達するまでの間に働く平均的な円周方向の力 F_2 との比を考えると, 式(6)のようになる。ただし, ここで v_{os} は定常状態に達したときの円周方向速度であり, 定常状態に達するまでの平均的な円周方向加速度を v_{os}/T_s とした。

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{mr\omega^2}{m(v_{os}/T_s)} = T_s \cdot \omega = \pi_2 \quad \cdots \cdots \cdots (6)$$

すなわち, π_2 は, 定常状態における半径方向加速度と回転開始から定常状態に至る間の平均的な円周方向加速度との比を表す量ともいえる。

上述のような意味をもつ π_1 と π_2 との関係を図 9 に示す。図 9 に示されるように, 実験を行った範囲では π_1 と π_2 の関係の直線性はかなりよく, 次式のように一次式で表せる。

$$\pi_2 = \pi_1^{-0.619} \times 10^{0.749} \quad \cdots \cdots \cdots (7)$$

すなわち, 容器の寸法 L , 回転速度 ω , 液体の動粘度 ν がわかれば, 液体が容器内で定常状態に至るまでの時間 T_s をあらかじめ予測することができる。

5. 結 び

3 種類の容器, 4 種類の液体, 四つの回転速度による 24 種類の組合せについて, 円筒容器を静止状態から急加速させたとき, 定常状態に至るまでの非定常状態の流れを, 可視化によるフローパターンの観察とその解析および LDV による流速の測定によりその様子を明らかにした。その結果, 回転円筒容器内の液体は定常状態に至る加速過程においては, 円筒中央断面および側壁付近においてそれぞれ半径方向内向き, 外向きの流れを有するが, 時間とともにこれらの流れは減少して剛体回転流れに至る。しかし, この半径方向の流れのために, 中央断面における円周方向の流れはその方向に時間経過に従っては加速されない。特に, 内筒付近においては外周方向から入り込む円周方向に十分加速されていない半径方向内向きの流れにより, 円周方向の速度が減速させられている様子を LDV による計測および可視化写真による解析から明らかにした。また, LDV による測定結果から, π 定理を用いて定常状態に至る時間 T_s を支配する無次元数を求め, これら

の関係が一つの直線で表されることを導きだし, T_s をあらかじめ予測できるようになった。

本研究を行うにあたり協力いただいた当時武蔵工業大学大学院生であった船越文彰君, 菊池康之君, 河野正樹君に感謝の意を表す。

文 献

- (1) Kawashima, G. and Yang, W.-J., Unsteady Flow in Rotating Drums Using Laser Doppler Velocimetry, *Exp. Fluids*, **6**(1988), 165-171.
- (2) Yang, W.-J. and Kawashima, G., Hydrodynamics in Unsteady Rotating Drums, *Proc. 2nd Int. Symp. Transport Phenomena, Dyn. Des. Rotat. Mach.*, **1** (1988), 33-43.
- (3) Kawashima, G. and Yang, W.-J., Light Sheet Visualization of Unsteady Recirculating Flow Inside Rotating Drums, *Flow Visualiz.*, **V**(1988), 633-639.
- (4) Yang, W.-J. and Kawashima, G., Experimental Study on Unsteady Convection in Rotating Drums with Inner Surface Heating, *Proc. 3rd Int. Symp. Transport Phenomena Dyn. Rotat. Mach.*, (1990), 156-166.
- (5) Kawashima, G. and Yang, W.-J., Experimental Study on Unsteady Recirculating Flow in Rotating and Stationary Drum Inner Surface Heating, *ASME FED*, **92** (1990), 219-224.
- (6) Kawashima, G. and Yang, W.-J., Determination of Unsteady Flow Inside Rotating Drums by Flow Visualization with Double-Exposure Photographs, *ASME FED*, **106**(1991), 41-46.
- (7) Yang, W.-J., Ohue, H. and Kawashima, G., Experimental Study by L.D.V. and Flow Visualization on the Unsteady Flow Pattern in Rotating Drums, *Proc. 4th Int. Symp. Transport Phenomena Dyn. Rotat. Mach.*, **B** (1992), 555-561.
- (8) Kawashima, G., Yang, W.-J. and Ohue, H., Image Processing of Flow Patterns in Rotating Drum with Inner Surface Heating Using Temperature Sensitive Liquid Crystal, *Proc. Int. Seminar Imag. Transport Processes*, (1993), 197-205.
- (9) Kawashima, G., Yang, W.-J. and Ohue, H., Unsteady Recirculating Flow in a Steadily Rotating Drum due to Inner Wall Heating, *ASME FED*, **133**(1993), 273-274.
- (10) Yang, W.-J., Kawashima, G. and Ohue, H., Visualization of Unsteady Flow in Rotating Drums, *Flow Visualiz.*, **VI**(1993), 62-66.
- (11) Ohue, H., Kawashima, G. and Yang, W.-J., Visualization and Image Processing of Thermal Fields in a Drum with Inner Surface Heating, *Proc. Joint Conf. 3rd ISHT 5th ISTP*, (1993), 1049-1054.
- (12) Kawashima, G., Yang, W.-J. and Ohue, H., Experimental Methods for Investigating Heat and Fluid Flow in Rotating System, *Proc. 6th Int. Symp. Transport Phenomena Thermal Eng.*, (1993), 291-296.
- (13) Ohue, H., Yang, W.-J. and Kawashima, G., Ekman Boundary Layers and Energy Dissipation in Rotating Drums During Spin-Down Process, *Proc. 5th Int. Symp. Transport Phenomena Dyn. Rotat. Mach.*, **A** (1994), 606-616.