超音速自由せん断層の二次元組織構造モデル*

梅 村 章^{*1}, 三 浦 和 人^{*2}Two-Dimensional Coherent Structure Model
for Supersonic Free Shear Layers

Akira UMEMURA and Kazuto MIURA

The results of a numerical simulation provide theoretical insight into the large-scale eddy structure which is formed in a supersonic free shear layer. It is found that the experimentally measured asymmetry of convective Mach numbers of the two free streams is caused by an acoustic interaction of the disturbed shear layer with a remote flow channel wall. The resulting coherent vortical structure is analyzed to disclose that the straight undisturbed vortex sheet is deformed to a travelling wavy one, creating a train of twin disturbance vortices. Its phase speed deviates from the mean free-stream speed to a greater degree when the deformation of the vortex sheet and thereby the wave number are smaller. The vortices are elongated so as to avoid the formation of shock waves as the flow Mach number increases. The proposed physical model is also useful in investigating the mechanism of noises generated by supersonic jets.

Key Words: Supersonic Flow, Shear Layer, Stability, Coherent Structure, Wave, Vortex, Modeling, Numerical Simulation

1. は じ め に

近年スクラムジェットエンジン開発に関連して超音速自由せん断層の研究⁽¹⁾が盛んに行われている。混合層での拡散燃焼の様態は流れの性状によって大きく変わるので、基礎になる流れの流体力学的構造を知っておくことは重要である。しかし、圧縮性せん断層の乱流特性については不明な点が多く、理論的基礎付けも未熟である。本報告では、最近 Papamoshou⁽²⁾によって得られた実験的知見を手がかりに、数値計算を援用して、超音速せん断層の渦構造を理論的に調べた結果について報告する。

Papamoshou は、吹出し形超音速風洞を用いて超音速せん断層に作られる大規模構造の移動速度 $\bar{c}_r$ を二重露光シュリーレン法によって測定し、高低速自由流(流速 $\bar{U}_1, \bar{U}_2$)の相対マッハ数 M_{c1}, M_{c2} を算出して両者の相関関係を調べた。図1の●印が、その結果である。同様の結果は Fourquette ら⁽³⁾によって円形ジェットに対しても求められている。これまで大規模構造の実験結果の相関付けに用いられてきた等エントロピ

図1 相対マッハ数の関係

図2 超音速せん断層渦構造モデル

* 原稿受付 1995年1月20日。

*¹ 正員, 山形大学工学部 (〒992 米沢市城南4-3-16)。*² 山形大学大学院。

一仮説⁽⁴⁾が成り立てば、両者は近似的に一致するはずであるが、実験データはせん断層を挟んだ自由流の速度段差の相対マッハ数が0.5を超えると直線関係より大きくずれている。Papamoschou ならびにその後の研究者⁽⁵⁾は、その原因を衝撃波の存在に求めていくつかの解析モデル(図2)が発表されているが、モデルが要求する大規模構造に付随した強い衝撃波はこれまでいづれの実験でも観測されていない。相対マッハ数の非対称性は自由流の平均流速からずれた位相速度があれば生じ、孤立せん断層の線形安定性解析⁽⁶⁾⁽⁷⁾からわかるように、必ずしも衝撃波の存在を必要としない。問題は、孤立せん断層の解からは $M < 1$ で平均自由流速度から大きくずれた位相速度を出すことができないことである。したがって、上記の特性は、実験者の意図とは異なり孤立せん断層の特性としては説明できないものである。本論文では、これらの実験結果がいかにして説明できるかについて記し、超音速せん断層の渦構造の新しい描像を提起する。

おもな記号

- A : 係数
 $\bar{a}$: 音速
 c_r : じょう乱波の位相速度 $= \bar{c}_r / (\bar{U}_1 - \bar{U}_2)$
 h : せん断層中央面と固体壁の間隔 $= \bar{h} / \bar{\delta}$
 i_x, i_z : デカルト座標系の基底ベクトル
 k_r : じょう乱波の波数 $= \bar{k}_r \bar{\delta}$
 k_i : じょう乱波振幅対数の空間的増幅率 $= \bar{k}_i \bar{\delta}$
 M : せん断層速度段差のマッハ数 $= (\bar{U}_1 - \bar{U}_2) / \bar{a}$
 M_{c1} : 組織構造に相対的な高速自由流のマッハ数 $= (\bar{U}_1 - \bar{c}_r) / \bar{a}$
 M_{c2} : 組織構造に相対的な低速自由流のマッハ数 $= (\bar{c}_r - \bar{U}_2) / \bar{a}$
 m : 見掛け上の体積わきだし $= \nabla \cdot v$
 n : 整数
 p : 圧力 $= \bar{p} / [\bar{\rho}(\bar{U}_1 - \bar{U}_2)^2]$
 t : 時間 $= \bar{t} / [\bar{\delta} / (\bar{U}_1 - \bar{U}_2)]$

- U : 非じょう乱速度 $= \bar{U} / (\bar{U}_1 - \bar{U}_2)$
 $\bar{U}_1$: 高速自由流速度
 $\bar{U}_2$: 低速自由流速度
 u : x 方向速度成分 $= \bar{u} / (\bar{U}_1 - \bar{U}_2)$
 v : y 方向速度成分 $= \bar{v} / (\bar{U}_1 - \bar{U}_2)$
 X : 移動座標 $= x - c_r t$
 x : 主流に平行なデカルト座標 $= \bar{x} / \bar{\delta}$
 y : 主流に垂直なデカルト座標 $= \bar{y} / \bar{\delta}$
 Δc_r : 移動座標系から見たじょう乱波の伝ば速度 $= c_r - 0.5$
 $\bar{\delta}$: せん断層の代表厚み
 ϵ : 微小量
 η : せん断層中心から測った y 座標 $= y - h$
 σ : 非じょう乱渦度分布の分散
 ρ : 密度 $= \bar{\rho} / \bar{\rho}_0$
 ϕ : スカラポテンシャル
 ϕ : ベクトルポテンシャルの z 成分
 Ω : 非じょう乱渦度 $= -dU/dy$
 ω : 渦度
 上付き記号
 $\sim$: じょう乱量
 $\sim$: 有次元量

2. 数値計算

2・1 基礎流と線形不安定波 図3は Hall ら⁽⁸⁾の実験で得られたシュリーレン写真を示す。図示の流れの相対マッハ数は Papamoschou の実験点の近くにくる。せん断層下側の低速自由流領域には、せん断層から放射されたマッハ波と流路壁で反射したマッハ波が写っており、せん断層構造が低速自由流に対して超音速で下流に移動していることが知れるが、衝撃波の存在は認められない。他方、せん断層の上側では、実験系から見て高速自由流が超音速であるために、試験部入口で作られた衝撃波が見えるものの、他にマッハ波らしきものは写っていない。せん断層構造と高速自由流の速度差は亜音速であることがわかる。

図3 シュリーレン写真

図 4 計算モデル

図 3 の目立ったせん断層幅の発達は三次元不安定波⁽⁹⁾が重畳している結果であると解される。三次元不安定波は、亜音速モードの一種であり、自由流の平均速度に一致した位相速度をもつので、相対マッハ数の非対称性は伝ば性のある二次元不安定波に由来すると思われる。そこで、実験の超音速せん断層をモデル化して図 4 に示す二次元流れを考える。固体壁に沿って下流に x 軸を取る。壁から高さ $y=h$ 離れた位置にせん断層の中心面がある。壁面は速度の滑りを許し、反射壁として作用すると仮定するので、問題の流れは鏡像のせん断層をもった二重せん断層流れと同じである。基礎流れの速度分布を双曲正接関数を用いて、

$$U = \frac{\tanh(y-h) - \tanh(y+h)}{2 \tanh h} + 1 \dots\dots\dots (1)$$

で与える。せん断層と壁との間の自由流も速度をもっているのが一般であるが、せん断層に励起される線形不安定波の速度依存性は自由流の速度段差だけに関係するので、ここでは最も不安定な線形じょう乱波が顕在化する位置を起点 $x=0$ に取ることにして、低速自由流の流速は零 ($\bar{U}_2=0$) と置いてある。粘性の効果は考えず、非じょう乱流の温度および圧力はいたるところ一定であるとする。速度段差 ($\bar{U}_1 - \bar{U}_2$) を音速 $\bar{a}$ で割って作ったマッハ数 M は圧縮性の効きを表す重要なパラメータである。

図 5 に $h=4$ の場合を例にとって、関数形 $\exp[k_i x] \exp[ik_r(x - c_r t)]$ に従って下流に発展する線形不安定波の固有値を示す。線形安定性解析は、孤立せん断層に対する Blumen ら⁽⁶⁾ の解析にならって行うことができる。相対マッハ数 $M_{c1} = (\bar{U}_1 - c_r)/\bar{a}$, $M_{c2} = (c_r - \bar{U}_2)/\bar{a}$ が 1 より小さいか大きいかによって四つの組合せが考えられる。亜音速モード ($M_{c1}, M_{c2} < 1$ で、図 5 の無地の部分) と壁のない側の自由流の相対マッハ数 M_{c1} が 1 より大きい超音速モード (陰を付けた部分) は、波数の小さなものを除いて、壁の影響はなく、基本的には孤立せん断層に対するものと同じ特性をもつ。考えている流れでは、それとは別に、壁の存在によ

図 5 線形不安定波の固有値

 図 6 渦度の時間的变化 ($M=1.2$)

って新しいモード (玉模様と斜線部) が現れる。位相速度 c_r で下流に伝ばする波に相対的な低速自由流の速度 (c_r に一致) が亜音速であれば、せん断層と遠く離れた壁との干渉は起きない。しかし、 $M_{c2} > 1$ の場合には、せん断層のじょう乱により下方に放射されたマッハ波は減衰することなく遠方に伝わり、固体壁で反射して戻ってきて、せん断層と干渉する。超音速流で比較的大きな不安定性を得るには少なくとも一方の自由流の相対マッハ数が 1 より小さくなければならない⁽¹⁰⁾ から、特に興味があるのは図 3 の実験条件に対応した $M_{c1} < 1$, $M_{c2} > 1$ の玉模様の部分である。音響的干渉モードが $M > 1$ 、従って Blumen らが用いた、せん断層速度段差の半値を基準にマッハ数では 0.5 以上で現れることに注意しよう。また位相速度が 0.5 から大きく隔たった値を取り得ることに注意しよう。

数値計算では、上述の線形安定性解析結果より所与のマッハ数 M で最も不安定な線形じょう乱波を選び基礎流 (1) に重ね合わせた流れを初期条件に取って、その後の時間的发展 (圧縮性ナビア・ストークス方程式に従う) を TVD 法⁽¹¹⁾ によって追跡した⁽⁹⁾。計算上の流れ領域は $0 < x < L$, $0 < y < h + H$ である。 $x=0$ において選定したじょう乱波の角周波数 $k_r c_r$ でつねに励振した。 $y=0$ では対称条件、 $y=h+H$ と $x=L$ では流出条件を適用した。 L, h の大きさは適当に大きく取り、格子寸法とともにその影響を吟味した。

2.2 非線形的発展 比較のため、計算はまず $M=1.2$ に対して行った。このマッハ数で最も不安定なじょう乱波は亜音速モードである。その非線形的発展を

図 7 流れの時間的发展

図 8 壁面圧力の時間的发展

追跡した結果は、波長と位相速度に変化は起きず、だ円形の渦の列からなる大規模構造が生成された(図 6)。

$M=2.4$ で最も不安定なじょう乱波は音響モードである。これを初期時刻に重ね合わせて計算した結果を図 7 に示す。下流に向かって発達する乱れの状態を見るには $x=0$ でじょう乱を加えるだけで十分であるが、線形解との比較をしたいので、このような計算を行った。時間が経過するに従って、計算領域内にある渦の数は 5 から 4 に減少している。励振周波数は一定に保

たれているので渦の位相速度 c_r が増大していることがわかる。この結果から求めた相対マッハ数を図 1 にプロットすると、計算点は Papamoshou の実験結果の近くにくる。図 8 に、壁上の圧力分布の時間的変化を示す。それを見ると、はじめ変動幅は下流に向かって指数関数的に増大しているが、時間が経つと大きな振幅をもった変動部が下流に流れ去って、最終的に小さな振幅での定常状態に入っていることがわかる。また、(じょう乱)圧力、密度、温度の等値線がほぼ同形であることより、粘性発熱およびパロクリニック効果は小さく、見掛けの体積わき出しによって渦に伸長、伝ば性がもたらされていると予想される。

3. 流力構造の考察

このように、Papamoshou の実験結果は、せん断層の乱れが音響場を通して流路壁と干渉してもたらされたものである可能性が高いことが示された。次に、数値解の特徴を詳しく調べて背後に潜む物理を明らかにしよう。

3・1 非線形性 図 7 を見ると、最後の等渦度線図は単に渦層の蛇行を示しているだけで、渦らしきものは見当たらない。図 7 から非じょう乱流の渦度を差引いて作ったじょう乱渦度の等値線図が、その右側に示してある。初期に与えた線形じょう乱波との相違は歴然である。最終的なじょう乱渦構造は、逆回転の渦が上下に配置した双対渦の連なりからなり、下側の渦が非じょう乱流の渦度と同符号である。さらに興味深いのは、じょう乱圧力などは主流方向に符号が反転し、正弦的に変化しているのに対して、じょう乱渦度は流れ方向に符号が変わっていないことである。線形不安定波と同じ範ちゅうにはいる不安定波であれば、すべ

てのじょう乱量が流れ方向に符号を交代することになるので、最終的に現れてきた不安定波はもともと非線形な波である。この一見矛盾を感じさせる結果は、次のように考えれば理解できる。Blumen らによる線形解析はせん断層の内部構造を分解するものであり、その手法として線形化を行っている。しかし古く Hatanaka⁽¹²⁾ らによって行われてきたように、大きなスケールで観察して、せん断層の内部構造を無視し、特異な渦面とみなし、その変形の安定性を考えることもできる。このときには内部構造は非線形な法則に従っても構わない。Hatanaka の単独渦面の解析によれば、超音速状態では伝ば性の中立解がでてくる(図1の破線)。いま、壁面が存在する場合に問題を移して、同様の解析を行えば図9の結果を得る。この場合もやはり中立波しか存在しないが、マッハ数に対応して種々の位相速度が現れる。これは、本計算で求めた特

性と同一特性を備えており、後に述べるように整合性をもって結び付けることができる。すなわち、せん断層の蛇行は、その内部での双対渦列の形成として認識でき、せん断層周囲の流れは断熱渦なし流れになっていると予想される。以下順次、この点を詳しく検討していく。

物理的考察は非散逸流体に対する下記の式に基づいて行うのが便利である。速度 v を、

$$v = \nabla \phi + \nabla \times \phi \mathbf{i}_z \quad \dots\dots\dots (2)$$

と分割すると、

$$m \equiv \nabla \cdot v = -\frac{D \ln \rho}{Dt} = \nabla^2 \phi \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\omega \equiv \nabla \times v = -\nabla^2 \psi \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに、見掛け上の体積わき出し m (密度 ρ の実質微分に関する) と渦度 ω は次式に従う。

$$\frac{Dm}{Dt} + \frac{\nabla^2 p}{\rho} = -\nabla \rho^{-1} \cdot \nabla p - \nabla v : \nabla v \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{D\omega}{Dt} = -m\omega - \nabla \rho^{-1} \times \nabla p \quad \dots\dots\dots (6)$$

式(5)は圧力 p に対する支配方程式と読むことができる。エネルギー方程式を断熱関係式 $p/\rho^\gamma = \text{const}$ で置き換えれば、圧力と密度が関数関係で結び付けられて、上の方程式系は数学的に閉じる。温度は状態方程式を用いて算出される。

3.2 じょう乱渦度分布

図7の最下位に示されたせん断層渦構造の解析から出発する。じょう乱渦度 ω' の等値線図において、左から教えて3番目の渦を代表例に取り上げて考える。1波長を4分割した五つの位置での y 方向の渦度分布を図10に示す。それによれば、図7のじょう乱双対渦は直線的な非じょう乱渦層が下方方向に変位してできたことがはっきりする。

図9 中立波の固有値

図10 1波長内での渦度・わき出し分布の変化

上記の事柄を定式化しよう。 $\eta = y - h$ と置いて、非じょう乱流の渦度分布 Ω をガウス分布

$$\Omega = -\frac{2M}{\sqrt{\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{\eta^2}{\sigma}\right) \dots\dots\dots (7)$$

で近似する [双曲正接形速度分布(1)に付随した渦度分布はせん断層中央部においてガウス分布と同形である]。 $2\sqrt{\sigma}$ はせん断層厚みに対応する。 ϵ を微小な定数と仮定して、非じょう乱渦層の中心面 $\eta = 0$ が、

$$\eta_0 = \epsilon [\cos \{k_r(x - c_r t)\} - 1] \dots\dots\dots (8)$$

に従って下方向に変位したとしよう。式(7)より、渦度分布は

$$\omega = \Omega + \omega' = -\frac{2M}{\sqrt{\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(\eta - \eta_0)^2}{\sigma}\right] \dots\dots (9)$$

となる。式(8)を式(9)に代入して、じょう乱渦度分布 ω' を ϵ に関して一次の近似で求めると、

$$\begin{aligned} \omega' = & -\epsilon \frac{4M}{\sqrt{\pi}\sigma^2} [\cos \{k_r(x - c_r t)\} \\ & - 1] \eta \exp\left(-\frac{\eta^2}{\sigma}\right) = -\nabla^2 \psi' \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

となる。比較のため、図10には上式から求めたじょう乱渦度分布も中央に破線で描いてある。パラメータ ϵ と σ は $[k_r(x - c_r t) = \pi, \eta = -\sqrt{\sigma}/2]$ の極値が数値計算結果と一致するように値が定められており、 $\epsilon = 0.0565$ および $\sigma = 0.742$ である。用いた非じょう乱渦度分布の裾野での減衰の仕方を考慮すれば、両グラフの一致は極めてよいといえる。

渦度分布(10)によって作られるじょう乱流の流れ関数 ψ' はポアソン方程式を解いて求まる。それよりじょう乱速度 (u', v') が次のように算出される。

$$\begin{aligned} u' = & \frac{\partial \psi'}{\partial \eta} = \frac{2\epsilon M}{\sqrt{\pi}\sigma} \\ & \left[\exp\left(-\frac{\eta^2}{\sigma}\right) - \cos \{k_r(x - c_r t)\} \right] \left\{ k_r E_+(\eta) \right. \\ & \left. - \exp\left(-\frac{\eta^2}{\sigma}\right) \right\} \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v' = & -\frac{\partial \psi'}{\partial x} = -\frac{2\epsilon M}{\sqrt{\pi}\sigma} k_r \sin [k_r(x - c_r t)] E_-(\eta) \\ & \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

ただしここに

$$\begin{aligned} E_+(\epsilon) = & \frac{1}{2} \left[\exp(k\eta) \int_{\eta}^{\infty} \exp\left(-\frac{\eta'^2}{\sigma} - k\eta'\right) d\eta' \right. \\ & \left. \pm \exp(-k\eta) \int_{-\infty}^{\eta} \exp\left(-\frac{\eta'^2}{\sigma} + k\eta'\right) d\eta' \right] \\ & \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

と置いてある。

上述のじょう乱渦モデルの構成にあたって固体壁の存在は考慮に入れていない。壁面での反射条件を満たすには、鏡面の渦層を考えればよい。しかし、解(11)、

(12)が示すようにじょう乱渦が作る流れはせん断層から離れるに従って指数関数的に減衰するので、ある程度 h が大きければ、壁との直接的な干渉は考える必要がない。しかし、このことよりせん断層のじょう乱渦の形成に固体壁が関与していないというわけではない。逆に、3・3節で詳述するように、上述の渦構造は、せん断層の下側の音響場を通して、壁と干渉することによって成り立っているものであるから、固体壁の存在は不可欠である。

じょう乱渦度の存在域において、各点間の相対速度は亜音速でなければならないと仮定する(数値計算結果は、この仮説を支持する)。実験室系から見た双対渦の中心速度の大きさは式(11)より $(4M\epsilon/\sqrt{\pi}\sigma)[1 - \sqrt{\pi}\sigma/4 + \sigma k_r/4 + \dots]$ となる。これより上の条件を満たすためには、 $4\epsilon M/\sqrt{\pi}\sigma < 1$ でなければならない。 $\sqrt{\sigma} \sim O(1)$ であるので、この条件は $\epsilon < M^{-1}$ であれば満たされる。すなわち、 M に対応して渦層の変形量 ϵ が減少すればよい。変形および波数の増加は衝撃波を作りやすくするので、これを避けるべく、波数は位相速度を大きくすることによって小さくなるであろう。以下、その機構について調べていく。

3・3 音響場 じょう乱渦度分布(10)は、ビオ・サパールの法則に従って速度場(11)、(12)を誘起し、圧力変動ならびに見掛けの体積わき出しを生み、これがまたじょう乱渦度の分布を変えて伝ば性をもたせる(渦度の伝ば性については後に詳しく述べる)。一つの双対渦の中心に乗って観察したとき、せん断層内で起きるこのサイクルが定常的である、すなわち、じょう乱波が中立であるための条件を考えよう。じょう乱渦構造が位相速度 $\bar{c}_r > \bar{a}$ で下流に並進しているとしよう。速度差が亜音速になれば、高速自由流側の流れは、上の話の中に含めて考えることができる。他方、低速自由流は静止しているから、ある定位置 x で観測した場合、渦構造の通過に際して [せん断層の下縁で評価した式(11)、(12)の流れによって] 下方に正弦状に変化する音波が放射される。この波は、静止流体中に伝わって壁にあたり、反射してせん断層に戻ってきて外乱として作用する(前の時刻に x を通過した流体粒子の影響、すなわち下流の情報が、後から来る流体粒子、すなわち上流に伝えられ、渦層内であらゆる方向に伝わっていく一壁での音波の反射によるフィードバック機構の存在)。したがって、もし反射波によってせん断層が過渡的な摂動を受ければ、せん断層の構造は時時刻刻変化していくことになるであろう。今は、じょう乱渦構造と周囲の音響場が一定の時間周期で変動する

場合に興味がある。この関係を満足する代表的な例として(1)放射波と入射波の位相が一致している(位置 x での気柱 $0 < h < y$ の音響振動において、せん断層 $y = h$ で腹になる)場合と(2)逆位相になっていて、互いに打ち消しあう(節)場合を考えてみよう。著者らの以前の研究⁽¹⁰⁾⁽¹³⁾によって、前者は本数値計算の初期条件に用いた不安定な音響干渉モード波の発現機構であることがわかっている。せん断層での有意な摂動の存在はじょう乱渦の時空間的發展をもたらすので、定常(中立)状態が可能なのは後者である。したがって、本数値計算では、(1)から出発して最終的に(2)が実現されたことになる。これより、せん断層から放射された音波(音速 $\bar{a}$)が壁で反射して帰ってくるまで、波数 $\bar{k}$ のじょう乱渦が速度 $\bar{c}_r$ で $(n+0.5)$ 波長だけ進む条件として

$$2(\bar{h}/\bar{a})\bar{c}_r = (n+0.5)(2\pi/\bar{k}) \quad \cdots \cdots \cdots (14)$$

なる関係式を得る。すなわち、中立波では、位相速度と波数は独立ではなく、 $\bar{c}_r$ が増大すれば、 $\bar{k}$ が減少し、渦が流れ方向に伸長されることになる。

上で述べた事柄は、次のようにして解析的に示せる。じょう乱渦に乗って見れば、せん断層の下側に超音速自由流が観測される。超音速流側への影響は、渦層の蛇行の程度が弱ければ、波状壁に沿って流れる超音速流の場合と同じであり、微小変動理論で適用できる。流れは等エントロピー的であり、速度ポテンシャルが存在して

$$(M_{c2}^2 - 1) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad \cdots \cdots \cdots (15)$$

によって支配される。壁面 $y=0$ 上で反射条件 $\partial \phi / \partial y = 0$ を満足し、かつ $y-h \sim O(1)$ で式(11)、(12)と同様に x 方向に周期的に変化する速度をもつ解は容易に求まり、次のようになる。

$$\phi = \frac{2\epsilon M}{\sqrt{\pi\sigma}} A \sin k_r(x - c_r t) \cos(k_r y \sqrt{M_{c2}^2 - 1}) \quad \cdots \cdots \cdots (16)$$

じょう乱圧力は $p' = -M_{c2} \partial^2 \phi / \partial x^2$ で与えられ、せん断層 $y \approx h$ で節になる条件を課すと、

$$k_r h \sqrt{M_{c2}^2 - 1} = (n+0.5)\pi \quad \cdots \cdots \cdots (17)$$

なる関係式が導かれ、近代的に式(14)に一致する。

実際のポテンシャル ϕ には、ここで求めたもののほかに、せん断層での見掛けの休積ゆう出による効果も含まれるべきであるから、解(16)は必ずしも正しくない。しかし、上の計算からせん断層の変形と壁との干渉の仕方について具体的な描像を得ることができる。関数(17)を満たす解(16)から求まる圧力分布と見掛けの体積わき出し分布は数値計算結果と似たものにな

り、わき出し分布も $y=h$ で零になることに注意しよう。

従来考えられてきた超音速せん断層渦モデル(図2)によれば、一樣流と異なった流れをする渦領域を物体に置き換えて考えることができ、渦に沿って流れる超音速流領域には圧縮波と希薄波が放出されることになる。この際には、例えば超音速流中に置かれたひし形翼の場合と同様、造波抵抗が渦に作用することになる。その大きさは、衝撃波を造ると大幅に上がり、系のエントロピー生成率を急激に上げる。抵抗力の作用は渦をせん断し、波長を延ばそうとするが、これは、上で述べたフィードバック機構により位相速度を上げることによってのみに可能である。もし、せん断層が、下部の音響場において節となるようになっていけば、波の放出はなく渦に大きな抵抗力が作用することもない。このようにして、音響場を通して渦層はエントロピー生成を最小にするように自ら構造を変え、最終的に上に述べたような状態へと向かうのであろう。すなわち、せん断層の蛇行の程度が小さく連続的であるので、変形したせん断層は単に音波を放出するだけで衝撃波を形成するには至らない。

3.4 伝ば性 最後に、蛇行渦層の伝ば機構について考える。

渦度の発展方程式(6)においてバロクリニック効果を見捨て、 $X = x - c_r t$ の座標変換を行い、じょう乱波の位相速度 c_r で下流に移動する座標系から見た記述に移せば、流れが定常であるときには、

$$-\Delta c_r \frac{\partial \omega}{\partial X} + \Delta v \cdot \nabla \omega = -m\omega \quad \cdots \cdots \cdots (18)$$

が成立しなければならない。ただし、ここに $\Delta c_r = c_r - 0.5$ 、 $\Delta v = v - 0.5i_x$ である。蛇行した渦層の移動速度が自由流の平均速度に一致しない場合、渦層は伝ば性をもつということにしよう。 ω の伝ば性の有無を示すには、ある一定の高さ y での方程式(18)の解を考えれば十分である。ここでは、 $U=0.5$ となるせん断層の中心位置 $y=h$ を取り上げよう。もし、流速 Δv が座標 $(X, \eta=y-h)$ に関してひずみ対称な流れになっていけば、 $\Delta v = m=0$ であるから $\Delta c_r = 0$ となって、渦層は伝ば性をもたない。

考えている流れでは、じょう乱渦は主流方向に伸長されているので、主流方向速度成分に比べて、直交成分は小さい。伝ば性に直接関係しない対流項[式(18)左辺第2項]の寄与を見捨て、圧力分布も前述の壁との干渉により、定常状態にあるとする。圧力分布は式(3)に従ってわき出し分布 m を生む。したがって、微小変量に関して一次の項だけを拾えば、圧力変動と

わき出しは線形的につながっており、圧力が伝ば性をもっているればわき出しも伝ば性をもつ。図10で、じょう乱渦はわき出し分布が y 方向にほぼ直線的に変化している部分に存在することに注意しよう。そこで、

$$m = -\epsilon A \eta \sin kX \dots\dots\dots (19)$$

とおくと、式(18)より、

$$\frac{\omega}{\Omega(\eta)} = \exp \left[\frac{\epsilon A \eta (\cos k_r X - 1)}{\Delta c_r k_r} \right] \dots\dots\dots (20)$$

を得る[この解は式(20)で、はじめ $\exp[k_r x]$ の空間的發展因子を挿入して積分し、初期分布を考慮した後 $k_i \rightarrow 0$ とおけば導ける]。式(20)で、 ϵ に関して一次の項を取れば、先に求めたじょう乱渦度分布式の表示式(5)と同形になり、確かに圧力分布と同期したわき出し分布の形成により渦度に伝ば性もたらされていることがわかる。また、渦度の非線形的特性は式(18)の右辺の非線形項を通して積分効果によっていることが知れる。線形化した式(20)を式(5)と比較して $2/\sigma = A/(k_r \Delta c_r)$ なる関係式を得る。これからも、(係数 A が定数であるとすれば)波数 k と位相速度 Δc_r の間には反比例の関係があることが確認される。

4. お わ り に

超音速自由せん断層に作られる二次元組織的構造を数値的に調べ、理論的考察を加えて新しい流体力学モデルを構築した。モデルは、亜音速自由せん断層の組織的構造とはまったく異なった描像を与え、実験事実を矛盾なく説明する。従来、超音速自由せん断層の実験および数値計算結果の解釈がうまくいかなかったの

は、亜音速自由せん断層の描像に捕らわれていたためである。

せん断層は蛇行して下流に伝ばする。新しい超音速自由せん断層の組織的構造のモデルによれば、蛇行の程度はマッハ数が大きくなると弱くなり、周囲の流れが等エントロピー的な流れになるようにじょう乱の強さは小さく抑えられる。この状態は、壁との間の自由流の音響場がせん断層位置を節とした定常振動になることによって保持され、この条件を満たすように層の波数と伝ば速度が決まる。

文 献

- (1) Chinzei, N., ほか4名, *Phys. Fluid*, **29**-5(1986), 1345-1347.
- (2) Papamoshou, D., *AIAA J.*, **29**-5(1991), 680, 681.
- (3) Fourguette, D. C., ほか2名, *AIAA J.*, **29**-7(1991), 1123-1130.
- (4) Brown, G. L. and Roshko, A., *J. Fluid Mech.*, **64**, Pt. 4 (1974), 775-816.
- (5) Barre, S., *AIAA J.*, **32**-1(1993), 211-213.
- (6) Blumen, W., ほか2名, *J. Fluid Mech.*, **71**, Pt. 2, (1957), 305-316.
- (7) Tam, C. K. W. and Hu, F. Q., *J. Fluid Mech.*, **229**(1991), 65-85.
- (8) Hall, J. L., ほか2名, *AIAA J.*, **31**-12(1993), 2247-2254.
- (9) Sandham, N. D. and Reynolds, W. C., *J. Fluid Mech.*, **224**(1991), 133-154.
- (10) 梅村(高山編), 自由せん断層に現れる衝撃波, 衝撃波ハンドブック, (1995 発行予定), 丸善.
- (11) 菱田・ほか3名, 名古屋大学大型計算機ニュース, **22**-4(1991).
- (12) Hatanaka, H., *J. Soc. Sci. Culture, Jpn.*, **2**(1947), 3-7.
- (13) 梅村・中村, 機論, **59**-565, B(1993), 2819-2827.