櫛形フィンの伝熱性能予測法の開発*

佐田 豊^{*1}, 岩崎 秀夫^{*1}, 石塚 勝^{*1}

Development of Prediction Technique for Cooling Performance of a Heatsink with Plate Fins

Yutaka SATA, Hideo IWASAKI and Masaru ISHIZUKA

Numerical calculation was carried out on flow and temperature fields around a heatsink with plate fins subjected to a uniform flow, varying the ratio of fin length L to the half-pitch of fins s . The average flow velocity between fins U_f became lower, as $Re_0 s/L$ decreased, where Re_0 was Reynolds number defined by uniform flow velocity and s . It was also found that friction resistance and heat transfer of the fins showed excellent agreement with those of parallel plates with uniform inlet flow velocity equal to U_f . A prediction technique for the cooling performance of the heatsink was developed in which U_f was estimated under the condition of constant pressure distribution at its downwind edge. The present technique can predict the heat transfer of the fins with error level below 30% under practical conditions of electronics design, while it underestimates U_f in the region of small $Re_0 s/L$.

Key Words: Heat Transfer, Forced Convection, Numerical Analysis, Electronic Equipment, Plate Fin Heatsink, Heat Transfer Prediction

1. 緒 言

近年、コンピュータに代表される電子機器においては、演算の高速化、および半導体モジュールや筐体の小型化が進んでおり、その発熱密度は著しく増大している。このような傾向の中で機器の信頼性を確保してゆくためには、電子・電気設計、機械設計と並んで基本設計の段階から熱設計が参画する設計体系、およびこのような体系を支える熱・流体解析技術の確立が極めて重要となる。特に、現在および近い将来においては筐体内部の全域にわたって熱流体数値計算を実行することは困難であると考えられるため、設計期間短縮、設計コスト削減などの要求から各モジュール温度の簡易かつ高精度な予測手法の確立に対する期待は大きい。

電子機器の冷却方式は液冷、強制空冷、自然空冷に大別される。中でも放熱フィンと送風ファンによる強制空冷方式は、比較的多量の熱をモジュールより奪うことができ、低コストでメンテナンスが容易であるといった利点を有していることから、最も広く利用され

ている冷却方法である。強制対流下における放熱フィンの伝熱性能に関しては数多くの研究があり、現在までに様々な実装条件下においてその整理⁽¹⁾⁽²⁾が試みられている。また、フィン伝熱性能の予測手法^{(3)~(6)}も少なからず提案されている。これらの予測法ではいずれもフィン周りの流れ場をモデル化することによってフィン間流速を評価し、このフィン間流速よりフィン伝熱性能を求める。しかしながら、著者らの知る限りフィン間の流速を測定した研究はない。また、フィン周りの流れ場の理解は必ずしも十分とは言えず、上述のモデルの正当性には検討の余地が残されている。

本研究では、一様流中に置かれた櫛形フィン周りの二次元熱流体数値計算を実行して、フィン周りの熱流動場を明らかにし、流れ場のモデル化に基づく新たなフィン伝熱性能の予測手法を提案する。

記 号

C_y : フィン側部の流路の半値幅
 E_A, E_B : 検査領域 A, B 内で散逸するエネルギー
 E_{int} : 検査領域 B から A へ拡散するエネルギー
 F_{pit} : 側面を除くフィンプレート片面に働くせん断力
 F_{side} : フィン側面に働くせん断力

* 原稿受付 1994 年 11 月 17 日。

^{*1} 正員, (株)東芝研究開発センター機械・エネルギー研究所 (〒210 川崎市幸区小向東芝町 1)。

L : フィン長さ
 N_f : フィンプレート枚数
 Nu_s : フィン平均ヌセルト数
 Pr : 流体のプラントル数
 Re_0 : レイノルズ数 $= U_0 s / \nu$
 Re_c : レイノルズ数 $= U_c C_y / \nu$
 Re_f : レイノルズ数 $= U_f s / \nu$
 s : フィンプレート間隔の半値
 U_0 : 一様流速
 U_c : フィン側部の x 方向平均流速
 U_f : フィン間の x 方向平均流速
 ρ : 流体の密度
 ν : 流体の動粘性係数

2. 数 値 計 算

横野ら⁽²⁾ は一様流中に置かれた様々な形状の櫛形フィンの熱伝達率を測定し、それらが $Re_0 s / L$ によって整理されることを示している。ここで s , L はそれぞれ、フィン間隔の半値、フィン長さであり、 Re_0 は一様流速 U_0 と s によって定義されるレイノルズ数である。方向次元解析によれば $Re_0 s / L$ は平行平板間流れの熱伝達を規定する無次元数であるから、フィンの伝熱性能は主にフィン間の熱流動場によって支配されており、その主要なパラメータは U_0 , s , および L であると考えられる。そこで本計算では上述以外のパラメータの影響を除外するために、フィン高さ無限大、フィンプレート厚さ 0 とした 2 次元フィンモデルを解析対象とし、一様流中に置かれた上記のフィンモデル周りの熱流動場を数値計算により求めた。

表 1 計算条件

	Fin			Parallel Plates
	$N_f = 2$	$N_f = 4$	$N_f = 6$	
s (mm)	2.5			
L/s	4, 8, 12	8	8	8
U_0 (m/s)	0.01, 0.1, 0.5, 1, 3, 5, 7, 10			
$Re_0 (U_0 s/\nu)$	1.56, 15.6, 77.9, 156, 468, 779, 1091, 1560			
Pr	0.717

図 1 計算領域

表 1 に流れ条件を示す。計算機メモリの制約からフィンプレート枚数 N_f を 2, 4, 6 とし、まず、 $L/s=8$ の条件下で N_f を変化させ、次に $N_f=2$ の下で L/s を 4, 12 とした計算を実行した。作動流体としては 30°C の空気を仮定し、各条件の下で $1.56 < Re_0 < 1560$ ($s=2.5$ mm, 1 cm/s $< U_0 < 10$ m/s に相当) の範囲で流速を変化させた。また、一様流入する平行平板間の熱流体計算も併せて実行した。

計算領域 (N_f を 4 とした場合) および座標系を図 1 に示す。流れ場の対称性を考慮してフィンの半分を計算対象とした。 x 方向計算領域は $8L$ とし、フィン上流、下流にそれぞれ、 $4L$, $3L$ の領域を設けている。入り口境界では流速、温度をそれぞれ、 U_0 , T_0 で一定とし、出口境界条件は自由流出とした。また、 y 方向にはフィン側部に幅 C_y の領域を設け、流れに平行な境界はともに対称境界とした。 C_y は N_f が 2, 4, 6 のときにそれぞれ、 $9s$, $12s$, $15s$ とし、 s に対して十分に大きくとったが、厳密に言えば本計算はスパン方向に間げき $2C_y$ でフィンを配列した条件下で熱流動場を解いていることとなる。また、フィンプレート上では non-slip, 壁温一定 (T_w) の条件を与えた。以下では、フィンプレートの一番外側の面をフィン側面と呼ぶこととする。

上述の熱流動場を密度一定、定常、層流の条件下で計算した。計算に用いた基礎方程式は二次元連続の式、Navier-Stokes 方程式、およびエネルギー方程式である。基礎方程式の離散化にはコントロールボリューム法を用い、圧力解法アルゴリズムは SIMPLE 法、計算格子はスタッガード格子を使用した。また、本計算に先立ち平板層流境界層の計算を実行し、その壁面せん断力および熱伝達率の結果が理論解⁽⁶⁾ に対して 4% 以内の誤差で収まるように計算格子数、格子間隔を決定した。例えば、隣接するフィンプレート間の格子数は $L/s=8$ のときに 62×80 であり、 $N_f=6$ の計算に用いた全格子数は 172×220 である。

3. 計 算 結 果

図 2 の (a) ~ (d) にそれぞれ、 $N_f=4$, $L/s=8$ の条件下における x 方向速度 U , y 方向速度 V , 圧力 P , 温度 T の分布を示す。 Re_0 が小さくなるに従って U/U_0 はフィン間で小さく、フィン側部の領域で大きくなり、フィン上流域で V が大きな値をとる。すなわち、 Re_0 が小さくなるほどフィンに向かう流れはフィン間に流入せずにフィンを迂回するようになる。また、フィン上流端のごく近傍を除けば、異なるフィン間の速度分布にはほとんど差が認められない。

図2 フィン周りの流れ場, 温度場

—— $Re_0=156$, $Re_0=1.56$

P はフィン上流端付近で流れの減速に伴い増大し, x/L 一定で比較すると, フィン側部の領域に比べフィン間で大きな値をとる。しかしながら, フィン下流端, すなわち $x/s=8$ では Re_0 によらずスパン方向にほぼ一定の値を示している。

フィン間の T は Re_0 が小さいほどフィン温度 T_w に近づく。 $Re_0=1.56$ の条件下ではフィン間のほぼ全域で $T=T_w$ であり, フィン上流端付近とフィン側面では放熱が行われていないことがわかる。また, この条件下ではフィン上流域で T が小さな値を示しており, 流れ方向の熱伝導が対流に対して無視できない大きさを持っていることがわかる。なお, 以上の流れ場の様子は全ての計算結果において認められた。

図3に各条件下におけるフィン間の x 方向平均流速 U_f を示す。 N_f , L/s によらず, U_f は Re_0s/L に対して単調増加関数でほぼ整理することができ, $Re_0s/L < 2$ の条件下ではフィンに向かう流れの50%以上がフィンを迂回することがわかる。

U_f と s で定義されるレイノルズ数を Re_f とし, フィンプレートの片面に働く流体のせん断力 F_{plu} の $Re_f s/L$ に対する分布を図4に示す。ここで, F_{plu} はフ

図3 フィン間平均流速

ィン側面を除いたフィンプレートの各面に働くせん断力の平均として求めた。なお, せん断力, および後述する熱流束の計算の際にはフィンプレート近傍の2格子のデータを用いてフィンプレート上での速度, および温度こう配を算出している。図中に一樣流入する平行平板間流れにおける平板のせん断力を $U_f=U_0$ として併せて示す。両者は極めてよく一致しており,

図 4 フィンプレート面に働くせん断力

図 6 フィン平均ヌッセルト数

図 5 フィン側面に働くせん断力

$Re_f s / L \rightarrow 0$ では発達した平行平板間流れの理論解に, $Re_f s / L \rightarrow \infty$ では平板層流境界層の理論解⁽⁶⁾ に漸近する。そこで, 上記の両理論解に漸近する関数型を用いて F_{pit} の当てはめを行い, 次の近似式を得た。

$$\frac{F_{pit}}{\rho_s U_f^2 / 2} = 1.328 (Re_f s / L)^{-0.5} + \frac{6 \times 12.9 (Re_f s / L)^{-1.255}}{1 + 12.9 (Re_f s / L)^{-0.255}} \quad \dots \dots \dots (1)$$

以下では近似式の残差をデータ値で除した値の標準偏差として近似式の精度を評価するが, 式(1)の当てはめ精度は 5.4% であった。

図 5 にフィン側面に働くせん断力 F_{side} の $Re_c C_y / L$ に対する分布を示す。ここで, Re_c はフィン側部の領域における x 方向平均流速 U_c と C_y で定義されるレイノルズ数である。図中に式(1)において $F_{pit} = F_{side}$, $U_f = U_c$, $s = C_y$ とおいた式, すなわち,

$$\frac{F_{side}}{\rho C_y U_c^2 / 2} = 1.328 (Re_c C_y / L)^{-0.5} + \frac{6 \times 12.9 (Re_c C_y / L)^{-1.255}}{1 + 12.9 (Re_c C_y / L)^{-0.255}} \quad \dots \dots \dots (2)$$

図 7 検査領域

を実線で示す。 N_f が大きくなると式(2)は数値計算結果より大きな値をとるものの, 全域にわたり F_{side} は式(2)でほぼ整理することができる。

図 6 にフィン平均ヌッセルト数 Nu_s の $Re_f s / L$ に対する分布を示す。ここで, Nu_s はフィン側面を除くフィンプレート面の平均熱流束を q として次式で定義する。

$$Nu_s = \frac{qs}{\lambda(T_w - T_0)} \quad \dots \dots \dots (3)$$

F_{pit} と同様に Nu_s も平行平板の平均ヌッセルト数の分布と非常によく一致しており, Iwasaki ら⁽⁵⁾ の指摘するようにフィン間の熱流動場は流速 U_f で一様流入する平行平板間流れで精度良く近似できると結論できる。

Nu_s は $Re_f s / L \rightarrow \infty$ のときに平板層流境界層の理論解⁽⁶⁾ に漸近する。また, $Re_f s / L \rightarrow 0$ のときには発達した平行平板間流れの理論解に漸近すると考えられる。発達した平行平板間流れでは対数温度差定義のヌッセルト数 Nu'_s と入り口温度定義のヌッセルト数 Nu_s の間には,

$$Nu_s = \frac{1 - 1/\exp\{Nu'_s / (Pr Re_f s / L)\}}{Nu'_s / (Pr Re_f s / L)} Nu'_s \quad \dots \dots \dots (4)$$

の関係がある。また, $Re_f s / L \rightarrow 0$ のとき $Nu'_s = 2.07$ である⁽⁷⁾。そこで, 平板層流境界層の理論解⁽⁶⁾ と式(4)に漸近する関数型を用いて Nu_s を整理した。以下に結果を示す。

$$Nu_s = \frac{1 - 1/\exp\{2.07/(Pr Re_f s/L)\}}{2.07/(Pr Re_f s/L)} \times \left\{ 2.07 + \frac{0.664 Pr^{1/3} \times 0.113 (Re_f s/L)^{1.213}}{1 + 0.113 (Re_f s/L)^{0.713}} \right\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

式(5)を図6中に実線で示すが、 $0.2 < Re_f s/L$ の領域における式(5)の当てはめ精度は1.9%と極めて高い。しかしながら、 $Re_f s/L < 0.2$ の領域では式(5)は計算結果よりかなり小さな値を示している。この理由としては、 U_0 が小さくなると x 方向の熱伝導が無視できなくなる、流れがプレートに対して平行に流入しなくなるといったことが考えられる。

上述のとおり、式(1)、(5)は平板層流境界層、および発達した平行平板間流れの理論解に漸近する関数である。したがって、 $Re_f s/L$ が本計算条件の範囲外においても F_{plt} 、 Nu_s の近似式として適用可能であると考えられる。

4. フィン熱伝達率の予測法

図6よりフィンの熱伝達率を予測するためにはフィン間の平均流速 U_f を正確に評価することが必要であることがわかる。松島ら⁽⁴⁾はフィンのすぐ上流とすぐ下流における動圧の差がフィン間の圧力損失に等しいとして U_f を評価している。また、Iwasakiら⁽⁵⁾の手法ではフィンを迂回する流れを急縮流・拡大流路で近似し、その圧力損失とフィン間の圧力損失が等しいと仮定して U_f を予測している。本研究では図2(c)に示した圧力分布の観察に基づき、フィン下流端位置においてスパン方向に圧力一定の条件からフィン間の流れとフィン外部の流れのエネルギー収支をモデル化して U_f を評価する手法を提案する。

フィン間、およびフィン外部の流れのエネルギー収支を考えるために、図7に示すような検査領域A、Bをとる。領域A、Bの間で質量の流入出がないように両領域間の境界は流線に完全に一致させる。また、両領域の上流側境界における速度、圧力は共に U_0 、 P_0 とする。さらに、下流側境界はフィン下流端位置にとり、圧力を P_1 、流出速度をA、Bでそれぞれ U_f 、 U_c とする。流れに平行な境界は対称境界であり、エネルギーの流入出はない。

領域A、B内で粘性散逸するエネルギーをそれぞれ、 E_A 、 E_B 、領域BよりAへ拡散するエネルギーを E_{int} とすると、上述の条件下における各領域のエネルギー収支は、

領域A、

$$\rho U_f (N_f - 1) s \left(\frac{U_0^2}{2} + \frac{P_0}{\rho} \right) = -E_{int} + E_A + \rho U_f (N_f - 1) s \left(\frac{U_f^2}{2} + \frac{P_1}{\rho} \right) \quad \dots\dots\dots (6)$$

領域B、

$$\rho U_c C_y \left(\frac{U_0^2}{2} + \frac{P_0}{\rho} \right) = E_{int} + E_B + \rho U_c C_y \left(\frac{U_c^2}{2} + \frac{P_1}{\rho} \right) \quad \dots\dots\dots (7)$$

となる。また、 U_c は質量保存則より、

$$U_c = U_0 \left\{ 1 + \frac{(N_f - 1)s}{C_y} \left(1 - \frac{U_f}{U_0} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

と評価できる。

式(6)、(7)中の未知数 E_A 、 E_B 、 E_{int} は以下のようにモデル化した。

エネルギーの散逸は速度こう配の二乗に比例するので、検査領域内で最も散逸の大きい場所はフィンプレート近傍であると考えられる。そこで、 $x/L < 0$ の領域内の散逸を無視し、 $0 < x/L < 1$ の領域内の散逸のみを考慮する。また、この領域に流入出する運動量の差は0であると仮定して F_{plt} 、 F_{side} を用いて E_A 、 E_B を次のようにモデル化した。

$$E_A = (N_f - 1) U_f F_{plt} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$E_B = U_c F_{side} \quad \dots\dots\dots (10)$$

また、 E_{int} は $Re_f s/L$ が十分に大きいときには式(6)、(7)中の他の項に比べ十分に小さいと考えられるので、ここでは $E_{int} = 0$ とした。

以上より式(6)、(7)を解くと次の関係が得られる。

$$\frac{F_{side}}{\rho C_y} + \frac{U_c^2}{2} = \frac{F_{plt}}{\rho s} + \frac{U_f^2}{2} \quad \dots\dots\dots (11)$$

上式の各項はすべて U_f の関数である。したがって、

図8 フィン間平均流速の予測値

図9 フィン平均ヌッセルト数の予測値

上式を満足する U_f を求めることによって式(5)からフィン熱伝達率を評価することができる。

図8に上述の手法によって評価されるフィン間平均流速 U_f^* と数値計算結果との比を示す。本手法は Re_{0s}/L が大きい領域では高い精度で U_f を予測することが可能であるが、松島ら⁽⁴⁾の予測法と同様、 $Re_{0s}/L < 10$ の領域では Re_{0s}/L が小さくなるに従って U_f を過小評価する傾向が認められる。フィンの実装条件はおよそ $1 < Re_{0s}/L$ の範囲であるが、この領域内では20%以内の誤差で U_f を評価することができる。

本手法によるフィン平均ヌッセルト数の予測値 Nu_s^* と数値計算結果との比を図9に示す。 Re_{0s}/L の小さい領域では U_f の過小評価に伴い、フィン伝熱性能も過小評価される傾向がある。しかしながら、 $1 < Re_{0s}/L$ の領域では30%以内、 $5 < Re_{0s}/L$ の領域では5%程度の精度でフィンの伝熱性能を予測することが可能である。

上述のとおり、本予測法では Re_{0s}/L が小さくなるに従って、 U_f 、および Nu_s を過小評価する傾向が認められる。これは式(6)、(7)中の E_A 、 E_B 、 E_{int} のモデル化において、 $x/L < 0$ の領域内の散逸は無視でき

る、および、 E_{int} は他の項に比べ無視できるとした仮定が Re_{0s}/L が小さくなるにしたがって成立しなくなるためと考えられる。従って、予測精度向上のためには、今後、これらの項のモデル化について十分な検討を加える必要がある。

5. 結 言

フィンプレート厚さを0とした二次元楕形フィンモデル周りの熱流体計算を実行し、その伝熱性能の予測方法について検討を加え、以下の結論を得た。

(1) Re_{0s}/L が小さくなるに従ってフィン上流流速に対するフィン間流速の割合は小さくなる。

(2) フィン下流端位置では圧力はスパン方向にほぼ一定となる。

(3) フィン間の熱流動場はフィン間平均流速で同様流入する平行平板間流れで近似することができる。

(4) フィン周りの熱流動場に基づく新たな楕形フィンの伝熱性能予測法を提案した。本予測法ではフィン下流端位置において圧力一定の条件の下でフィン間、およびフィン外部の流れのエネルギー収支をモデル化し、フィン間平均流速を評価する。

(5) 本手法は具体的なフィン実装条件の下で30%以内の精度でフィン伝熱性能を予測することが可能である。しかしながら、 Re_{0s}/L が小さくなるに従ってフィン間平均流速を過小評価する傾向がある。

文 献

- (1) Sparrow, E. M., Baliga, B. R. and Patankar, S. V., *Trans. ASME, J. of Heat Transfer*, Vol. 100(1978), 572-579.
- (2) 横野・佐々木・石塚, 機論, 53-495, B(1987), 3397-3402.
- (3) Ashiwake, N., Nakayama, W. and Daikoku, T., *ASME, Heat Transfer Div.*, Vol. 28(1983), 35-42.
- (4) 松島・柳田・近藤, 機論, 58-546, B(1992), 548-553.
- (5) Iwasaki, H., Ishizuka, M. and Sasaki, T., *Proc. of I-Therm.*, IV(1992), 144-147.
- (6) 甲藤, 伝熱概論, (1975), 64-65, 養賢堂.
- (7) 機械学会編, 伝熱工学資料, 第3版, (1975), 25, 日本機械学会.