熱対流系セルパターンのモード遷移確率制御に関する数値実験*

飯田 誠一^{*1}, 小河原 加久治^{*1}
向井 康祐^{*2}, 新 雅善^{*2}Numerical Simulation of Probability Control
for Thermal Convection Cell Pattern Mode TransitionSei-ichi IIDA, Kakuji OGAWARA,
Kousuke MUKAI and Masayoshi ATARASHI

In a thermal convection field constrained by right and left insulated walls, stable multiple solutions easily exist. In the case of a two-dimensional cavity with aspect ratio of 1.5, whose upper wall is cooled and lower wall is heated at a constant temperature, the two modes of thermal convection cell pattern are stable at Rayleigh number Ra of 2.0×10^5 . That is, one-cell-mode and two-cell-mode. However, as Ra increases to 3.5×10^5 , both modes become unstable, and appear in similar probability. The objective of this work is to demonstrate the possibility of controlling convection patterns under unstable conditions. We found that estimation using artificial neural network is effective to increase the probability of obtaining a desired mode, even in the slightly higher Ra of 2.5×10^5 .

Key Words: Flow Control, Neural Network, Computational Fluid Dynamics, Viscous Flow

1. 緒言

熱対流系においてはベナールセルに代表されるように、レイリー数によって発生する確率の高い対流パターンが存在する。図1のように左右を断熱壁で拘束された熱対流場では、線形安定理論から求められる安定な縦横比の対流セルが、必ずしも高い出現率を示すとは限らない。つまり、壁による物理的な拘束により安定となった多重解が存在しやすい状況になる。例えば、縦横比が1.5(横長)の二次元閉空間内で上部壁および下方壁共に一定温度とした場合、レイリー数 $Ra = 2.0 \times 10^5$ においては対流セルが一つのモードとセルが左右に一對できるモードとがそれぞれ安定に存在する。しかし、 $Ra = 3.5 \times 10^5$ 程度まで上げるとそれぞれのモードは不安定になり、上記二つのモードが同様な確率で交互に発生するようになる。これは再度 $Ra = 2.5 \times 10^5$ まで下げても安定化はせず、この解分岐現象はヒステリシスをもつことが分かる。

不安定な流れ場を安定化する手段として、能動制御

が注目され始めているが、その中で流れの観測をしながらフィードバック制御を行うものは、多次元の流れ場における状態推定の難しさから極めて少ない⁽¹⁾。

筆者らは前報⁽²⁾において、ニューラル・ネットワークを用いて二次元熱対流のセルモードの状態を推定することにより、 $Ra = 2.0 \times 10^5$ での解の競合問題の制御が可能であることを数値実験で示した。その際に使用した制御アルゴリズムは、モードを遷移させるためにまずレイリー数を上げて対流場を不安定にし、望みのモードが発生するタイミングを見計らってレイリー数を戻しセルを安定化するという ON-OFF 制御である。この際、制御の操作量は上下壁温度差によるレイリー数とした。

本報告は、前報で用いたセルモードの状態推定法により安定な解が存在しないレイリー数において、任意の解の出現率を高める制御の可能性を探ることを目的とする。しかし、流れのフィードバック制御法が確立されていない今日、不安定性が強く、より多彩な解が発生しうるレイリー数における制御は困難である。そこで、今回はセルが二つできる解(モード2)は比較的安定だが、セルが一つの解(モード1)は不安定となるレイ

* 原稿受付 1995年4月18日。

^{*1} 正員, 北海道大学工学部 (〒060 札幌市北区北13条西8丁目)。

^{*2} 学生員, 北海道大学大学院。

リー数に重点をおき、モード1の出現率を高める制御方法を数値実験により探る。

2. 制御対象

本研究では、対流セルが一つまたは二つ生じる以下の二次元熱対流系を制御対象とする(図1)。縦横比が1.5の矩形閉容器内に流体が封入されているものとする。この流体を20°Cの水と仮定し、プラントル数 $Pr = 7.0$ とする。これに対して境界条件を、速度場に対しては全壁滑りなし条件、温度場に対しては側壁は断熱条件、上壁は低温、下壁は高温の等温条件とする。上下壁間の温度差 ΔT はレイリー数 $Ra = 2.5 \times 10^5$ として与える。これはモード2は比較的安定だが、モード1は不安定となるレイリー数に対応する⁽²⁾。この二次元熱対流に対して各モードの出現率を高める制御を行う。

図1 計算領域と境界条件

図2 セルパターンとニューラルネット出力の対応

制御実験は数値計算で行い、ナビエ・ストークス方程式を改良 SOLA 法⁽³⁾によりブジネスク近似を用いて非定常、非圧縮粘性計算をした。格子数は x 方向 30、 y 方向 20 の等間隔正方格子を使用する。空間方向の離散化は、対流項にドナーセル型風上差分、それ以外には2次精度中心差分を用いる。今回の数値実験では小スケールの渦を計算する必要がないため、必要最小限の格子数とした。

また、反復収束計算の緩和係数と時間刻みをファジィ・マップを用いて制御し、非定常計算の高速化をはかっている。この制御による uv 平面上での解軌道は、緩和係数、時間刻みが一定の場合と定性的に一致し、制御による解への悪影響はない⁽⁴⁾。

この計算において、無次元時間1は 2.8×10^3 s、無次元速度1は 7.2×10^{-6} m/s に相当する。また $Ra = 2.5 \times 10^5$ の場合、流体層の厚さを $h = 0.02$ m とすると、温度差は $\Delta T = 8.9 \times 10^{-6} Ra$ °C であり、 $\Delta T = 2.2$ °C となる。

3. セルモードの状態推定法

対流セルが一つであるか、二つなのか、またはその中間の遷移過程にあるのかは、人間が流れ場を見た場合すぐに判断することができる。しかし、速度や温度などの測定量から状態を自動的に判断することは難しい。これはセルの個数がはっきり識別できる場合でもさまざまな形状が存在し、いろいろなルートの遷移過程が存在することから、測定量と流れ場の空間的構造が一意的に定まらないためである。

図3 $Ra = 2.5 \times 10^5$ の時のニューラルネットの出力

セルモードの状態推定とは、流れ場の測定量からセルパターンの状態を推定することである。これには、前報⁽²⁾で良好な結果が得られたニューラル・ネットワークを用いる。これは、対流セルが1つの場合と2つの場合では温度分布(図2の等高線)が大きく異なることに着目し、モードの遷移過程を定量的に表すものであり、入力層48、中間層2、出力層1で構成される階層型ネットワークである。入力については、温度場を x 軸方向に8、 y 軸方向に6の計48の領域に分割し、各領域内の平均温度を計算してその値を入力量とする。中間層数の2というのは、いろいろな値で試して最も学習結果が良かったものを採用している。出力については、モード1からモード2に遷移する過程の流れ場を47個用意し、それらを教師データとして学習を行い、図2に示すように、モード1のとき0、モード2のとき1、その遷移過程ではそれらの中間値をとるようにしている。また、時刻 t の出力値を $N_o(t)$ とする。つまり、出力値 N_o は流れ場がモード1に遷移していく過程で0に近づいていき、モード2に遷移していく過程で1に近づいていく。

これにより、曖昧な空間的構造を有する対流セルの状態を単一の数値として扱いやすい形に変換することができる。図3は $Ra = 2.5 \times 10^5$ の時のニューラル・ネットワークの出力時系列である。モード1とモード2の間をほぼ等しい割合で変動しており、ニューラル・ネットワークの出力平均値 $\bar{N}_o$ は0.45となっている。

(a) 下壁左隅入力

(b) 下壁中央入力

図4 制御入力

4. 制御方法

4.1. 制御入力 不安定モードの出現率を高めるためには、そのモードを生じさせる入力を与えればよい。下壁左側を局部的に熱を加え続けると、左壁に沿って上昇流、右壁に沿って下降流が生じ、一つの右回りの対流セル(モード1)を作ることができる。また中央下部を局部的に熱し続けると、中央に上昇流、両側壁に沿って下降流が生じ、中央から吹き上がるモード2を作ることができる。

(a) $Ra_{hi} = 3.5 \times 10^5$ (b) $Ra_{hi} = 2.6 \times 10^5$

図5 下壁左隅を連続的に加熱した場合のニューラルネットの出力

そこで、制御の入力として、モード1の出現率を高める制御では簡単のために下壁左隅1/4の区間を図4(a)のように加熱する。また、モード2の制御に対しては下壁中央から左右へそれぞれ下壁の1/8の区間を図4(b)の様に加熱する。入力点でのレイリー数を Ra_{hi} と定義する。

図5に左隅を連続的に加熱した場合の流れの状況をニューラル・ネットワークの出力で示す。 $Ra_{hi} = 3.5 \times 10^5$ の場合(図5(a))は、モード1へ遷移した後はそれを安定に維持できるが、 $Ra_{hi} = 2.6 \times 10^5$ では(図5(b))、セルパターンはモード1に近い状態であるが不安定であることが分かる。

4.2. 制御則 図5に見るように、各入力位置から加熱し続けることは、各モードを安定に保つことができるが、制御のエネルギーコストの観点からは好ましくない。そこで本研究では以下の制御則を適用した。

表1 7組のパラメータと評価関数 J の関係

Case	Upper limit of Ra_{hi}	Threshold value of N_o	holding time of the upper limit	J
1	3.0×10^5	0.2	0.04	0.95
2	3.0×10^5	0.5	0.04	0.83
3	3.5×10^5	0.2	0.02	1.24
4	3.5×10^5	0.4	0.02	1.11
5	3.5×10^5	0.5	0.02	0.55
6	3.5×10^5	0.5	0.04	1.20
7	4.5×10^5	0.5	0.02	1.19

図7 $Ra_{hi} = 4.5 \times 10^5$, 保持時間 0.02

図8 $Ra_{hi} = 3.5 \times 10^5$, 保持時間 0.02

図6 $Ra_{hi} = 3.0 \times 10^5$, 保持時間 0.04

図9 モード2の初期値に対し[条件C]を用いた場合

モード1からモード2へ遷移していく場合、ニューラル・ネットワークの出力 $N_o(t)$ は0から1へと増加していく。これより、モード1の出現率を上げる場合はモード2へ遷移するのを妨げるために、ニューラル・ネットワークの出力値 N_o がある一定値を上回ったら制御動作を開始する。モード2に対してはその逆で、一定値を下回ったら開始する。これは以下のアルゴリズムに従うON-OFF制御である：

- (1) Ra_{hi} を無次元時間 0.01 かけて上限値まで上げる。
- (2) 上限値のまま Ra_{hi} を一定時間保持する。
- (3) Ra_{hi} を無次元時間 0.01 かけてもとの値まで下げる。

またこの制御の成績を調べるために、以下の様に評価関数 J を定義し、制御則を評価する。

モード1の制御に対して：

$$J = \frac{1}{t} \int_0^t \{N_o(\tau) + \alpha(Ra_{hi}(\tau) - Ra)\} d\tau \quad \dots\dots\dots (1)$$

モード2の制御に対して：

$$J = \frac{1}{t} \int_0^t \{(1 - N_o(\tau)) + \alpha(Ra_{hi}(\tau) - Ra)\} d\tau \quad \dots\dots\dots (2)$$

ただし、 $\alpha = 2.0 \times 10^{-5}$ 、 $Ra = 2.5 \times 10^5$ である。 Ra_{hi} の上限値や保持する時間は、上記評価関数を小さくするように最適化されなくてはならない。一組のパラメータに対してそれぞれ数値実験を行い、 J を求める必要がある。最適パラメータを求めることは容易ではない。そこで本研究では7組のパラメータを選んで試験し、その中で一番成績の良いものを最適値と呼ぶことにする。表1に7組のパラメータとそれぞれに対する J の値を示す。

5. 制御結果

ここでは、1つの成功例とその他の典型例2つを示す。

5.1. モード1に対する制御

[Case 2] Ra_{hi} の上限値を 3.0×10^5 、その保持時間を0.04として制御を行った結果(図6)、ニューラルネットの平均値は $\bar{N}_o = 0.32$ となりモード1の発生確率は若干高くなるが、それほど制御効果があるとは認められない。流れ場においてモード1からモード2への遷移は、左上から小さいセルが発生しこれが成長していくことによって行われる。下壁左隅からの入力はこの左側のセルをつぶすように作用するが、この条件の場合エネルギーが小さいためにつぶしきることができないことが温度パターンの観察より分かる。このとき評価関数の値は $J = 0.83$ であった。

[Case 7] 上限値を 4.5×10^5 に、保持時間を0.02とした場合の結果を図7に示す。ニューラルネットの平均値も $\bar{N}_o = 0.18$ となっていて、明らかに制御の効果が現れている。これは上限値 3.0×10^5 の結果に比べて制御入力が大きいため、左側の対流セルを完全につぶすことができたためである。しかし評価関数の値は $J = 1.19$ となり、コスト面からは好ましくない。

[Case 5] 上限値を 3.5×10^5 、保持時間を0.02とした結果を図8に示す。2回の入力の後、 $t = 0.15$ 以降モード1で安定した。 $t = 0.3$ を過ぎた後、流れ場は再び不安定になりモード2へ遷移を開始するが、数回の入力の後モード1で安定する。これは左側のセルを消滅させるのにちょうど良いエネルギーが入力されたためである。この結果ニューラルネットの平均値は $\bar{N}_o = 0.15$ と前例よりも改善され、評価関数の値も $J = 0.55$ と低い値となり、これが今回試した7組のうちで最適値であった。

5.2. モード2に対する制御 モード2の流れ場を初期値として、モード1に対する制御で良い結果を得ることができたパラメータ[Case 5]を使い、モード2の発生確率を高める制御を行った(図9)。モード1の制御のときと同様、2回の制御入力の後モード2で安定した。 $t = 0.3$ 以降においては $t = 0.5$ まで計算を行ったが、そこまでモード2で安定してる。これは、制御入力により安定な形のモード2を作ることができたためである。このときニューラルネットの平均値は $\bar{N}_o = 0.77$ で、評価関数は $J = 0.63$ となった。

6. 結言

二つの熱対流パターンが、不安定ではあるが同程度の確率で発生する二次元閉空間における流れの制御を数値実験により行った。制御則は温度場の対流セルパターンをニューラル・ネットワークによりスカラー値として出力し、対流の状態を推定する手法によるON-OFF制御とした。制御入力の少なさも評価の対象として数種類のパラメータを試した結果、モード1およびモード2共に発生確率を高めることのできる制御則が存在することが分かった。

文 献

- (1) Choi, H.・ほか2名, *J. Fluid Mech.*, **262**, (1994), 75.
- (2) 飯田・ほか2名, 機論, **60-580**, B(1994), 4045.
- (3) 富山・ほか1名, 機論, **58-551**, B(1992), 2171.
- (4) 飯田・ほか3名, 機論, **60-575**, B(1994), 2404.