一様乱流における乱流熱流束モデル*

伊藤 哲雄^{*1}, 河村 洋^{*2}

Modeling of Turbulent Scalar Flux in Homogeneous Turbulence

Tetsuo ITOH and Hiroshi KAWAMURA

The present study concerns a second-order one-point closure modeling of homogeneous turbulence with a scalar gradient. A new scalar flux model with a relatively simple structure is proposed, in which functional forms of model coefficients are expressed without including the timescale ratio. In this study, slow and rapid terms are modeled with the scalar gradient from the viewpoint that the mean scalar gradient implicitly influences these terms. It is shown that the present model yields good agreement with direct numerical simulations (DNS) and experimental data for homogeneous turbulent flows in the presence of the mean scalar gradients. Improvements are obtained by the present model compared with the existing models.

Key Words: Heat Transfer, Fluid Dynamics, Turbulent Flow, Shear Flow, Turbulent Scalar Flux, Pressure-Scalar Gradient Correlation, Homogeneous Turbulence, Correlation Tensor

1. 緒 言

熱移動を伴う乱流現象の解析において、乱流熱流束のモデリングは、特に重要な課題の一つである。これについて、乱流プラントル数を導入せず、乱流熱流束自体に対してモデル化を行う試みが、いくつか行われてきた。

Gibson-Launder⁽¹⁾は、圧力・温度こう配相関項にいわゆる Slow 項と Rapid 項を導入して、基本的なモデル形を提唱した。その後、このモデル形は拡張され、Jones-Musong⁽²⁾は、Slow 項に平均温度こう配の項を導入した。Rapid 項に対しては、Craft-Launder⁽³⁾が、レイノルズ応力の非等方テンソル ($b_{ij} = \overline{u_i u_j} / \overline{q^2} - \delta_{ij}/3$) に対し、二次までの項を含むモデルを提唱し、Shih-Shabbir⁽⁴⁾は、一次までの項を含み、かつスカラ輸送に関するテンソル量を導入した。Rogers ら⁽⁵⁾は、乱流熱流束に関する DNS を行い Slow 項に対するプラントル数や乱流レイノルズ数の影響を検討した。Shikazono-Kasagi⁽⁶⁾は、乱流統計量の相関係数に対して、プラントル数や乱流レイノルズ数等の影響を考

慮する新しいモデルを提唱してよい結果を得ているが、テンソル表現の面では必ずしも完全な形となっていない。

他方、Pope⁽⁷⁾は、パッシブなスカラ場のモデルにおいては、基礎方程式が線形性を有するので、モデル式も同様に線形性を有するべきであると主張している。従来のモデルにおいては、タイムスケール比 ($R \equiv k_0 \varepsilon / \varepsilon_0 k$) が導入されることが多かった。本報では、この線形性の観点から、タイムスケール比を含まずにモデル化し、かつモデルの構造が比較的簡単なモデルを提案し、これをさまざまな一様乱流場に適用して、既存のモデルと比較検討を行う。

2. 基礎方程式

乱流熱流束 ($\overline{u_i \theta}$) の輸送方程式は、以下のように表される。

$$\frac{D \overline{u_i \theta}}{Dt} = P_{i\theta} + T_{i\theta} + M_{i\theta} + \phi_{i\theta} + \phi_{i\theta} - \varepsilon_{i\theta} \quad \cdots (1)$$

$$P_{i\theta} \equiv -\overline{u_i u_j} \frac{\partial \theta}{\partial x_j} - \overline{u_j \theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad : \text{生成項}$$

$$T_{i\theta} \equiv -\frac{\partial \overline{u_i u_j \theta}}{\partial x_j} \quad : \text{乱流拡散項}$$

$$M_{i\theta} \equiv \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \theta \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + a u_i \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \right) : \text{分子拡散項}$$

* 原稿受付 1995年3月23日。

^{*1} 東京理科大学大学院 (〒278 野田市山崎 2641)。^{*2} 正員、東京理科大学理工学部。

$$\begin{aligned}\phi_{i\theta} &\equiv -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \theta}{\partial x_i} p && \text{： 圧力拡散項} \\ \phi_{i\theta} &\equiv \frac{1}{\rho} p \frac{\partial \theta}{\partial x_i} && \text{： 圧力・温度こう配相関項} \\ \varepsilon_{i\theta} &\equiv (\nu + \alpha) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial \theta}{\partial x_j} && \text{： 散逸項}\end{aligned}$$

上式で、 U_i, θ は、それぞれ平均速度成分、平均温度を表し、 $u_i, \theta, p, \rho, \nu, \alpha$ は、それぞれ変動速度成分、変動温度、変動圧力、密度、動粘度、温度伝導率を表している。

本研究では、一様乱流場を対象に取り上げるので、上式の拡散項 $T_{i\theta}, M_{i\theta}, \phi_{i\theta}$ は無視できる。

よって、 $u_i \theta$ の輸送方程式は、以下のようになる。

$$\frac{D u_i \theta}{Dt} = P_{i\theta} + \phi_{i\theta} - \varepsilon_{i\theta} \quad (2)$$

ここで、生成項 $P_{i\theta}$ は計算できるので、圧力・温度こう配相関項および散逸項のモデル化が必要になる。本研究では、特に前者についてのモデル化を行った。

3. 圧力・温度こう配相関項

圧力・温度こう配相関項 $\phi_{i\theta}$ を、変動圧力 p に対するポアソン方程式を用いて変形すると以下のようになる。

$$\begin{aligned}\phi_{i\theta} &\equiv \frac{1}{\rho} p \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \\ &= \frac{1}{4\pi} \int \left(\frac{\partial \theta}{\partial x_i} \right) \left(\frac{\partial^2 (u_k u_l)}{\partial x_k \partial x_l} \right)' \frac{dV}{r} \\ &\quad + \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\partial U_k}{\partial x_l} \right)' \int \left(\frac{\partial \theta}{\partial x_i} \right) \left(\frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right) \frac{dV}{r} \quad (3)\end{aligned}$$

上式で'の付いた項は、 r の位置における値を表す。一般に、 $\phi_{i\theta,1}, \phi_{i\theta,2}$ は、それぞれ Slow 項、Rapid 項と呼び、Slow 項は変動分だけの相互作用を表し、Rapid 項は平均速度こう配と変動分の相互作用を表すものとしている。

4. スカラ場の相関テンソル

スカラ場の相関テンソル d_{ij} は、以下のよう定義されている。

$$d_{ij} \equiv \frac{u_i u_j \bar{\theta}^2 - u_i \theta u_j \bar{\theta}}{q^2 \bar{\theta}^2 - u_i \theta u_i \bar{\theta}} \quad (4)$$

$$d_{ii} = d_{11} + d_{22} + d_{33} = 1 \quad (5)$$

ここで、シュワルツの不等式 $[u_{(i)}^2 \bar{\theta}^2 - u_{(i)} \theta u_{(i)} \bar{\theta}] \geq 0$ 、ただし、() の添字は縮約をとらない] より、以下のようになる。

$$d_{11}, d_{22}, d_{33} \geq 0 \quad (6)$$

また、テンソル (D_{ij}) および不変量 (I_D, II_D, III_D) を以下のように定義する。

$$D_{ij} \equiv d_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \quad (7)$$

$$I_D \equiv D_{ii} = 0 \quad (8)$$

$$II_D \equiv D_{ij} D_{ij} \quad (9)$$

$$III_D \equiv D_{ij} D_{jk} D_{ki} \quad (10)$$

不変量 II_D, III_D についての代表的な値を以下に示す。

(1) d_{ij} に関して三次元等方

$$II_D = III_D = 0 \quad (11)$$

(2) d_{ij} に関して二次元等方

$$II_D = \frac{1}{6}, III_D = -\frac{1}{36} \quad (12)$$

(3) d_{ij} に関して一次元

Fig. 1 Invariant map of turbulent heat flux

Fig. 2 Invariant map of turbulent heat flux for DNS⁽⁸⁾

$$II_D = \frac{2}{3}, III_D = \frac{2}{9} \dots\dots\dots (13)$$

d_{ij} に関して軸対称と仮定した場合を考える。

例えば, $d_{22} = d_{33}$ のとき, D_{ij} は,

$$D_{22} = D_{33}, D_{11} = -2D_{22} \dots\dots\dots (14)$$

である。不変量 II_D, III_D は, 以下のようになる。

$$II_D = 6D_{22}^2 \dots\dots\dots (15)$$

$$III_D = -6D_{22}^3 \dots\dots\dots (16)$$

式(15), (16)より, D_{22} を消去すると以下のようになる。

$$III_D = \pm 6 \left(\frac{II_D}{6} \right)^{3/2} \dots\dots\dots (17)$$

次に, d_{ij} に関して二次元であると仮定した場合を考える。

例えば, $d_{11} = 0, d_{22} + d_{33} = 1$ のとき, D_{ij} は,

$$D_{11} = -\frac{1}{3}, D_{22} + D_{33} = \frac{1}{3} \dots\dots\dots (18)$$

である。不変量 II_D, III_D は, 以下のようになる。

$$II_D = \frac{2}{9} - 2D_{22}D_{33} \dots\dots\dots (19)$$

$$III_D = -D_{22}D_{33} \dots\dots\dots (20)$$

式(19), (20)より, $D_{22}D_{33}$ を消去すると以下のようになる。

$$II_D - 2III_D = \frac{2}{9} \dots\dots\dots (21)$$

以上のようにして得られた式(17)と式(21)の関係を, $\eta_D \equiv III_D^{1/2}$ を縦軸に, $\xi_D \equiv III_D^{3/2}$ を横軸にとって表してみると, 図1のようになる。

ここで, 提供されている DNS データに対してこれらの関係を図示すると, 図2が得られる。

図2から, スカラ移動を伴った乱流場は, この三角形の内部に存在することがわかる。

ここで, 式(21)から, d_{ij} に関しての Flatness factor (F_D) を, 次のように定義する。

$$F_D \equiv 1 - \frac{9}{2}(II_D - 2III_D) \dots\dots\dots (22)$$

この F_D の性質は, 以下に示すとおりである。

$$\begin{array}{ccc} \text{非等方} & & \text{等方} \\ 0 & \longleftarrow F_D \longrightarrow & 1 \end{array}$$

5. 圧力・温度こう配相関項のモデル化

圧力・温度こう配相関項 $\phi_{i\theta}$ に, 散逸項 $\varepsilon_{i\theta}$ を含めてモデル化を行う。そこで, $\pi_{i\theta}$ を以下のようにおいてモデル化を進める。

$$\pi_{i\theta} \equiv \phi_{i\theta} - \varepsilon_{i\theta} = \pi_{i\theta,1} + \pi_{i\theta,2} \dots\dots\dots (23)$$

$\pi_{i\theta,1}, \pi_{i\theta,2}$ は, それぞれ Slow 項, Rapid 項とする。

5・1 Slow 項 $\pi_{i\theta,1}$ のモデル化 一般に, 以下のよう形でモデル化される。

$$\pi_{i\theta,1} = -C_{1\theta} \frac{\varepsilon}{k} u_i \theta \dots\dots\dots (24)$$

係数 $C_{1\theta}$ は, 各種の物理量, 例えばタイムスケール比 ($R = k\theta\varepsilon/\varepsilon_\theta k$), プラントル数 Pr , レイノルズ応力の非等方テンソル ($b_{ij} = u_i u_j / q^2 - \delta_{ij}/3$) の第2不変量 ($II = b_{ij} b_{ij}$), 第3不変量 ($III = b_{ij} b_{jk} b_{ki}$), Flatness factor [$F = 1 - \frac{9}{2}(II - 2III)$] 等を用いてモデル化される。ここで, 乱れが等方的なとき, 不変量 II, III は零となり, Flatness factor (F) は1となる。また, 乱れが二次元的なとき, F は零となる。

式(3)の $\phi_{i\theta,1}$ において, 変動温度のこう配 $\partial\theta/\partial x_i$ が含まれている。このことから, Slow 項に平均温度こう配 $\partial\Theta/\partial x_i$ が陰的に影響を及ぼしていると考えられるので, 本研究では, 平均温度こう配を導入する。一般形を, 以下のようにおく。

$$\begin{aligned} \pi_{i\theta,1} = & -C_{1\theta} \frac{\varepsilon}{k} u_i \theta \\ & + (C_{2\theta} \partial_{ij} + C_{2\theta}' b_{ij} + C_{2\theta}'' b_{ik} b_{kj} + \dots) q^2 \frac{\partial\Theta}{\partial x_j} \end{aligned} \dots\dots\dots (25)$$

Fig. 3 Time evolution of $C_{1\theta}$ (dependency on Pr)

Fig. 4 Time evolution of $C_{1\theta} F_\beta^{3/2}$ (dependency on Pr)

Fig. 5 Dependency of $C_{1\theta}$ on initial value of turbulent Reynolds number (Re_t^{int})

Jones-Musong⁽²⁾は、上式の第1項と第3項を用いてモデル化を行っている。本モデルは、式(25)において、第3項めの一次の b_{ij} で打ち切りモデル化を行う。よって、 $\pi_{i\theta,1}$ は、以下ようになる。

$$\pi_{i\theta,1} = -C_{1\theta} \frac{\varepsilon}{k} u_i \bar{\theta} + (C_{2\theta} \delta_{ij} + C_{2\theta}' b_{ij}) q^2 \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \quad (26)$$

まず、 $C_{1\theta}$ の特徴を調べるうえで、以下の式を用いる。

$$\pi_{i\theta,1} = -C_{1\theta} \frac{\varepsilon}{k} u_i \bar{\theta} \quad (27)$$

上式から求められた $C_{1\theta}$ の時間変化を図3に示す。図3から、 $C_{1\theta}$ が Pr 数に依存しているように見える。そこで、 $C_{1\theta}$ に $F_D^{3/2}$ を掛けた値の時間変化を図4に示す。図4より、 $C_{1\theta}$ の Pr 数の依存度が F_D の導入によって低減されていることがわかる。

次に、 $C_{1\theta}$ と乱流レイノルズ数の初期値 Re_t^{int} の関係を図5に示す。図5から、 $C_{1\theta}$ は初期の乱れ強さに依存していることがわかる。

以上のことを考慮したうえで、係数 $C_{1\theta}$, $C_{2\theta}$, $C_{2\theta}'$ を Isotropy や Return to Isotropy の DNS や実験データより経験的に次のように定めた。

$$C_{1\theta} = (1.15 + 0.45 C_{1\theta}^*) \frac{1}{F_D^{3/2}} \quad (28)$$

$$C_{1\theta}^* = \frac{2}{\pi} \tan^{-1}(Re_t^{int} - 90)$$

$$\text{i. e., } C_{1\theta}^* = 1 \quad (Re_t^{int} \gg 90)$$

$$C_{2\theta} = 0.12, \quad C_{2\theta}' = 0.96$$

さらに、Rogers ら⁽¹¹⁾ による DNS データより、 $C_{1\theta}$ に $(1 - 0.3P/\varepsilon)$ を導入した(ただし、 P および ε は乱流エネルギーの生成および散逸率で、 $P/\varepsilon < 1$ とする)。

ここで、係数に初期乱流レイノルズ数 Re_t^{int} を含む形式は、必ずしも望ましくはないが、この種の減衰一様乱流は初期の構造に強く支配されるため、やむを得ないと考えた。なお、 Re_t^{int} が不明の場合には、 $C_{1\theta}^* = 1$

とおけばよい。また、 $C_{1\theta}$ には F_D を含むため、極端な二次元スカラー場への適用は除外することとする。

5.2 Rapid 項 $\pi_{i\theta,2}$ のモデル化 式(3)の Rapid 項 $\phi_{i\theta,2}$ が、平均速度こう配に比例することから、一般に、以下のようにモデル化される。

$$\pi_{i\theta,2} \equiv X_{ijk} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} X_{ijk} = & \alpha_1 \delta_{ij} u_k \theta + \alpha_2 \delta_{ik} u_j \theta + \alpha_3 \delta_{kj} u_i \theta \\ & + \alpha_4 b_{ij} u_k \theta + \alpha_5 b_{ik} u_j \theta + \alpha_6 b_{kj} u_i \theta \\ & + \alpha_7 \delta_{ik} b_{jp} u_p \theta + \alpha_8 \delta_{jk} b_{ip} u_p \theta + \alpha_9 \delta_{ij} b_{kp} u_p \theta \\ & + \alpha_{10} b_{ik} b_{jp} u_p \theta + \alpha_{11} b_{ij} b_{kp} u_p \theta + \alpha_{12} b_{kj} b_{ip} u_p \theta \\ & + \alpha_{13} b_{ik}^2 u_p \theta + \alpha_{14} b_{ij}^2 u_p \theta + \alpha_{15} b_{kj}^2 u_p \theta \\ & + \alpha_{16} \delta_{ik} b_{jp}^2 u_p \theta + \alpha_{17} \delta_{jk} b_{ip}^2 u_p \theta + \alpha_{18} \delta_{ij} b_{kp}^2 u_p \theta \\ & + \dots \quad (30) \end{aligned}$$

上式において、第3項めで打ち切ったモデルが、基礎的なモデルといえる。Jones-Musong⁽²⁾ のモデルが、この形式である。Shih-Shabbir⁽⁴⁾ は、第9項めの一次の b_{ij} までを含め、Craft-Launder⁽³⁾ は、第18項めの二次の b_{ij} までを含めてモデル化をしている。

式(3)の $\phi_{i\theta,2}$ によれば、Rapid 項には平均温度こう配は陽には含まれていない。しかし、エネルギー方程式を介して陰には影響を及ぼしていると考えられるので、本研究では、Rapid 項にも平均温度こう配を導入する。例えば、速度こう配によって生成する縦渦の方向と温度こう配の方向の相互関係は、重要な因子であると考えられる。そこで、一般形を、以下のようにおく。

$$\pi_{i\theta,2} = X_{ijk} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} & + \left(\beta_1 u_i u_j \frac{\partial U_j}{\partial x_k} \frac{\partial \theta}{\partial x_k} + \beta_2 u_i u_j \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \frac{\partial \theta}{\partial x_k} \right. \\ & + \beta_3 u_j u_k \frac{\partial U_j}{\partial x_k} \frac{\partial \theta}{\partial x_i} + \beta_4 u_i u_j \frac{\partial U_k}{\partial x_j} \frac{\partial \theta}{\partial x_k} \\ & + \beta_5 u_j u_k \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \frac{\partial \theta}{\partial x_k} + \beta_6 u_j u_j \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \frac{\partial \theta}{\partial x_k} \\ & \left. + \beta_7 u_j u_k \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \frac{\partial \theta}{\partial x_k} \right) \frac{q^2}{\varepsilon} \quad (32) \end{aligned}$$

X_{ijk} については、簡単のために基礎的なモデルと同様の第3項めで打ち切ることとする。すなわち、 X_{ijk} は、以下に示すとおりである。

$$X_{ijk} = \alpha_1 \delta_{ij} u_k \theta + \alpha_2 \delta_{ik} u_j \theta + \alpha_3 \delta_{kj} u_i \theta \quad (33)$$

● 係数 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1 \sim \beta_7$ の決定

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ は、対称性 ($X_{ijk} = X_{jik}$)、連続の条件 ($X_{ikk} = 0$)、Normalization の制約条件 ($X_{ikk} = 2 u_k \theta$) より決まる次の値を基礎とする。

$$\alpha_1 = \frac{4}{5}, \quad \alpha_2 = \alpha_3 = -\frac{1}{5} \quad (34)$$

最終的には $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1 \sim \beta_7$ は、一様乱流(速度こう配あり)の DNS や実験データより経験的に次のように定めた。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{4}{5} F^2, \quad \alpha_2 = -\frac{1}{5} F^{3/2} \\ \beta_1 &= -0.089, \quad \beta_2 = 0.01 \\ \beta_3 &= -0.018, \quad \beta_4 = 0.045 \\ \beta_5 &= \beta_6 = \beta_7 = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (35)$$

5.3 本研究のモデルの最終形 $\pi_{i\theta,2}$ において係数が β_3 の項を、 $\pi_{i\theta,1}$ に移項して整理すると、以下のようになる。

$$\pi_{i\theta,1} = -C_{1\theta} \left(1 - 0.3 \frac{P}{\varepsilon} \right) \frac{\varepsilon}{k} u_i \theta + \left\{ C_{2\theta} \left(1 + 0.15 \frac{P}{\varepsilon} \right) \delta_{ij} + C'_{2\theta} b_{ij} \right\} \bar{q}^2 \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \dots (36)$$

$$\begin{aligned} \pi_{i\theta,2} &= \alpha_1 u_j \theta \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \alpha_2 u_j \theta \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \\ &+ (\beta_1 u_i u_j + \beta_4 \bar{q}^2 \delta_{ij}) \frac{\partial \theta}{\partial x_k} \frac{q^2}{\varepsilon} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} \\ &+ \beta_2 u_i u_k \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \frac{q^2}{\varepsilon} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} \dots\dots\dots (37) \end{aligned}$$

$$C_{1\theta} = (1.15 + 0.45 C_{1\theta}^*) \frac{1}{F^{3/2}}$$

$$\begin{aligned} C_{1\theta}^* &= \frac{2}{\pi} \tan^{-1}(Re_i^{\text{int}} - 90) \\ \text{i.e., } C_{1\theta}^* &= 1 \quad (Re_i^{\text{int}} \gg 90) \\ C_{2\theta} &= 0.12, \quad C'_{2\theta} = 0.96 \\ \alpha_1 &= \frac{4}{5} F^2, \quad \alpha_2 = -\frac{1}{5} F^{3/2} \\ \beta_1 &= -0.089, \quad \beta_2 = 0.01 \\ \beta_4 &= 0.045 \dots\dots\dots (38) \end{aligned}$$

Fig. 6 Time evolution of $v\theta$ ($Pr=0.20$)

Fig. 7 Time evolution of $v\theta$ ($Pr=0.71$)

Fig. 8 Time evolution of $v\theta$ ($Pr=1.50$)

Fig. 9 Time evolution of $-u_2\theta$ ($Re_i^{\text{int}} \approx 100$)

Fig. 10 Time evolution of $-u_2\theta$ ($Re_i^{\text{int}} \approx 180$)

Fig. 11 Time evolution of $-u_2\theta$
($Re_t^{\text{int}} \approx 280$)

Fig. 14 Time evolution of $u_1\theta$
($u^2 = v^2 > w^2$)

Fig. 12 Time evolution of $u_2\theta$
($Re_t^{\text{int}} \approx 360$)

Fig. 15 Time evolution of $u_1\theta$

Fig. 13 Time evolution of $u_1\theta$
($u^2 = v^2 < w^2$)

Fig. 16 Time evolution of $u_1\theta$

6. 検証・計算結果

本研究は、スカラ場のモデル化を目的としているので、レイノルズ応力 $u_i u_j$ 、乱流エネルギーの散逸率 ε 、温度変動の二乗 θ^2 の散逸率 ε_θ はモデル式から求めず、DNS または実験値を無次元時間の多項式で近似した値を用いて、モデルの評価を行う。

ここで、既存の乱流熱流束モデルとして、Gibson

Launder⁽¹⁾, Jones Musonge⁽²⁾, Craft Launder⁽³⁾, Shih Shabbir⁽⁴⁾, Shikazono-Kasagi⁽⁶⁾, 島田・長野⁽⁹⁾を取り上げ、これらのモデルを各種の一様乱流場に適用し、本モデルとの比較検討を行う。

6・1 等方性乱流場 飯田・笠木⁽⁸⁾によるDNSデータ(平均温度こう配が x_2 方向に存在する)に適用したときの結果を、図6～8に示す。図6～8中 v は、 x_2 方向の速度変動である。

図6～8より、本モデルは、 $Pr = 0.2, 0.71, 1.50 (Re_t^{\text{int}})$

Fig. 17 Time evolution of u, θ

Fig. 19 Time evolution of u, θ

Fig. 18 Time evolution of u, θ

Fig. 20 Time evolution of u, θ

≈80), それぞれに対して良好な予測結果を与えている。このことより、本モデルは今回検討した範囲で、それぞれの Pr 数の影響を表現できた。

次に、前川・小林⁽¹⁰⁾による実験データ(平均温度こう配が x_2 方向に存在する)に適用したときの結果を、図9～12に示す。

図7と図9～12より、乱流レイノルズ数の初期値 Re_t^{int} をモデル関数に導入することによって、本モデルは Re_t^{int} のおおよその値に対して良好な予測結果を与えている。

6.2 非等方性乱流場 飯田・笠木⁽¹¹⁾によるDNSデータに適用した結果を、図13と図14に示す。

第3不変量 $III > 0$ で、平均温度こう配が x_2, x_3 方向に存在する場合は、それぞれCase 1, 2, 第3不変量 $III < 0$ で、平均温度こう配が x_2, x_3 方向に存在する場合は、それぞれCase 3, 4である。

図13, 14より、本モデルとShikazono-Kasagiモデル⁽⁶⁾は他のモデルに比べ、全ケースに対して良好な予測結果を与えている。

6.3 平均速度こう配が存在する乱流場 Rogers, Moin-Reynolds⁽¹²⁾によるDNSデータに適用したときの結果を、図15～17に示す。横軸は、無次元時間

$St (S = \partial U_1 / \partial x_2, t: \text{時間})$ で表している。

Rogersら⁽¹²⁾はCase 1～3のDNSを行っている。全ケースで平均速度こう配は x_2 方向に存在する。Case 1, 2, 3は、それぞれ平均温度こう配が x_1, x_2, x_3 方向に存在する場合である。

図15～17より、本モデルは、速度こう配と温度こう配が共に x_2 方向にある場合においては、良好な予測結果を与えるが、温度こう配が速度こう配に垂直な方向に存在する場合においては、無次元時間 St の経過に伴って、予測結果がDNSのデータから離れる傾向があることがわかる。

次に、Tavoularis-Corrsin⁽¹³⁾、前川・小林⁽¹⁴⁾による実験データ(速度こう配と温度こう配が共に x_2 方向にある)に適用したときの結果を、図18～20に示す。

図18～20より、本モデルは、妥当な予測結果を与えているといえる。

7. 結 言

本研究では、Slow項とRapid項を厳密には区別せず、いわゆるSlow項中にも平均速度こう配を導入し、逆にRapid項中にも平均温度こう配を導入することにより、新しい形式のモデルを提唱した。これにより、

比較的簡単なモデル構成で、かなり広範な DNS および実験に適用し得ることを確認した。なお、現在の形式では、完全には線形性原理を満たしていないので、この点の改良および壁乱流への適用が今後の課題である。

文 献

- (1) Gibson, M. M. and Launder, B. E., *J. Fluid Mech.*, **86** (1978), 491.
- (2) Jones, W. P. and Musonge, P., *Phys. Fluids*, **31** (1988), 3589.
- (3) Craft, T. J. and Launder, B. E., *Proc. 8th Symp. Turbulent Shear Flows*, (1991), 8-5.
- (4) Shih, T. H. and Shabbir, A. (Gatski, T., ed), *Studies in Turbulence*, (1992), 91, Springer.
- (5) Rogers, M. M., ほか 2 名, *J. Fluid Mech.*, **203** (1989), 77.
- (6) Shikazono, N. and Kasagi, N., *Proc. 9th Symp. Turbulent Shear Flows*, (1993), 18-3.
- (7) Pope, S. B., *Phys. Fluids*, **26** (1983), 404.
- (8) 飯田雄章・笠木伸英, *機論*, **59**-567, B (1993), 57.
- (9) 島田昌也・長野靖尚, 第 31 回日本伝熱シンポジウム講演論文集, (1994), 73.
- (10) 前川博・小林睦夫, *機論*, **43**-370, (1977), 2250.
- (11) 飯田雄章・笠木伸英, 第 29 回日本伝熱シンポジウム講演論文集, (1992), 398.
- (12) Rogers, M. M., Moin, P. and Reynolds, W. C., *Dept. Mech. Eng. Rep.*, TF 25 (1986).
- (13) Tavoularis, S. and Corrsin, S., *J. Fluid Mech.*, **104** (1981), 311.
- (14) 前川博・ほか 3 名, *機論*, **45**-395, B (1979), 983.