近接異径二円柱まわりの干渉流れ* (実験および渦法による数値解析)

筒井 敬之*¹, 五十嵐 保*¹, 亀本 喬司*²

Interactive Flow around Two Circular Cylinders of Different Diameters at Close Proximity (Experiment and Numerical Analysis by Vortex Method)

Takayuki TSUTSUI, Tamotsu IGARASHI and Kyoji KAMEMOTO

Experimental investigations and numerical analysis were carried out to clarify the behavior of an interactive flow around two circular cylinders with different diameters, in particular, the phenomenon that the shear layer separated from the main cylinder reattaches to the rear surface due to the Coanda effect. Numerical analysis was simplified by applying a vortex method and a boundary element method. The results obtained were as follows. The reattachment due to the Coanda effect appeared intermittently and could be simulated. Negative lift acted on the main cylinder, and the calculated lift and drag coefficient showed good agreement with those of experiments. The calculated Strouhal numbers were 20~30% higher than the experimental ones.

Key Words: Vortex Method, Numerical Analysis, Boundary Layer, Separation, Coanda Effect, Circular Cylinder

1. ま え が き

著者の一人は、H-II ロケットをモデルとした直線上に配列された近接異径三本円柱(異径度 0.45)に働く流体力⁽¹⁾ および三本円柱まわりの流れ⁽²⁾ を明らかにした。主円柱と両側の補助円柱により構成される二次元モデルが迎え角 60~80° のとき、主円柱と下流側の小円柱とのすきまからの噴流がコアンダ効果により主円柱に沿って曲げられ主円柱のはく離せん断層が円柱の背面に再付着することを見いだした。そのときの可視化写真を図 1 に示す。再付着流れは後方岐点を越え円柱には揚力が発生することがわかった。これは小円柱で円柱まわりの流れを制御できることを示唆しており、小円柱(異径度 0.05)で円柱まわりの流れの制御に成功した五十嵐らの研究⁽³⁾ へと発展した。

本報ではこの現象に着目し、コアンダ現象と無関係な上流側の小円柱を取り払い近接異径二円柱とした場合の流れの挙動を調べる。また渦法⁽⁴⁾ による数値解析を行い現象の理解を深めるとともに干渉流れをどこま

でとらえることができるか検証する。

渦法は高レイノルズ数領域のはく離を伴う非定常流の数値解析法の一つで、流れのモデル化において高度な数学的知識を必要とせず、比較的短時間の計算量で流れを解析することができるため、境界要素法や鏡像法などと組合せて、円柱^{(5)~(7)}、角柱⁽⁸⁾、平板⁽⁹⁾ 等さまざまな物体まわりの流れの解析に用いられている。本報では、近接異径二円柱まわりの流れに対し、円柱壁面の境界層を厚さがなく円柱表面上に非粘性の渦面が存在するものとして計算を簡略化する。計算では三次元性に基づく離散渦の循環の減衰や、適切なはく離渦の導入時間間隔、導入位置を考慮した。初めに計算手法の精度確認のため単独円柱の解析を行い、次に近接異径二円柱について解析する。得られたフローパター

Fig. 1 Visualization of the flow around three circular cylinder (Angle of attack : 60°, $Re = 1.5 \times 10^4$)

* 1995 年 8 月 28 日 第 73 期流体工学部門講演会において講演、原稿受付 1995 年 4 月 27 日。

*¹ 正員、防衛大学校 (〒239 横須賀市走水 1-10-20)。

*² 正員、横浜国立大学工学部 (〒240 横浜市保土ヶ谷区常盤台 156)。

ン、ストローハル数および圧力分布等を実験値と比較、検討する。

主 要 記 号

- C_D : 円柱の抗力係数 $= \frac{1}{2} \int_{\phi=0}^{2\pi} C_p \cos \phi \cdot d\phi$
 C_L : 円柱の揚力係数 $= \frac{1}{2} \int_{\phi=0}^{2\pi} C_p \sin \phi \cdot d\phi$
 C_p : 圧力係数 $= (p - p_0) / 0.5 \rho U_0^2$
 C_p' : 変動圧力係数 $= \Delta p / 0.5 \rho U_0^2$
 D, d : 主円柱直径, 小円柱直径
 f : 円柱の渦放出周波数
 G : 両円柱間のすきま
 i : パネル番号
 p_0, p, p' : 主流静圧, 壁面圧力, 壁面変動圧力
 Δp : 壁面変動圧力の rms 値
 Re : レイノルズ数 $= U_0 D / \nu$
 St : ストローハル数 $= f D / U_0$
 Δs : パネル長さ
 t : 時間
 Δt : はく離渦導入時間間隔(タイムステップ)
 U : 速度
 α : 二円柱の中心線の流れ方向に対する傾き角
 Γ : 循環量
 $\Delta \Gamma$: Δt の間に導入するはく離渦の循環量
 γ : 単位長さあたりの循環量
 δ : 円柱壁面からの距離
 ξ : 循環量の減衰率
 ν, ρ : 流体の動粘性係数, 密度
 Φ : 速度ポテンシャル
 ϕ : 円柱前方岐点からの角度
- 添 字
- 0: 主流
 1, 2: 主円柱, 小円柱
 s: はく離
 u, l: 円柱の上面側, 下面側

Fig. 2 Definition sketch and coordinate system

2. 実験装置および方法

座標系と主要記号を図2に示す。主円柱および小円柱径をそれぞれ D, d で表し、両円柱間のすきまを G とする。円柱壁面上の幾何学的前方岐点からの角度を ϕ , 両円柱の中心線の傾き角を α とする。

実験は測定部断面 400 mm × 150 mm, 長さ 800 mm の二次元吹出し低速風洞で行った。一様流速は $U_0 = 16$ m/s, 主流乱れはほぼ 0.4% である。主円柱直径は $D = 40$ mm, 小円柱直径は $d = 18$ mm, 異径度は 0.45 である。すきまは $G = 2.5$ mm, 傾き角 α は $90 \sim 180^\circ$ の範囲である。 D を代表長さとするレイノルズ数は $Re = 4.1 \times 10^4$ である。両供試模型はアクリル製で中央部に圧力測定用の圧力孔 ($\phi = 1.6$) を設けてあり円柱を回転させることにより円柱表面の圧力分布を測定することができる。円柱に働く抗力係数, 揚力係数は圧力係数を積分することにより求めた。また円柱後方の速度変動を熱線流速計により測定し, 周波数解析してストローハル数を求めた。まず流れの概要を把握するため流れの可視化を煙風洞および油膜法によりそれぞれ $U_0 = 4$ m/s, 16 m/s で行った。

3. モデル化および解析方法

図3に円柱表面の渦分布とはく離渦の導入に関する概念図を示す。物体は表面を多数の渦パネルに等分割し, パネル内で線形変化する単位長さ当たり γ の循環を分布させ, 境界要素法を用いてモデル化する。パネル数は主円柱 80 枚, 小円柱 36 枚である。

はく離せん断層は渦点の配列で置き換える。微小時間 Δt に導入する渦点の循環量 $\Delta \Gamma$ は, はく離位置のはく離せん断層速度を U_s とし次式で求められる。

$$\Delta \Gamma = \frac{\xi}{2} U_s^2 \Delta t \dots \dots \dots (1)$$

ここで, ξ は循環量の減衰率である。横井ら⁽⁷⁾ は導入渦の循環量に周期的に変化する減衰率を乗ずるとにより, 二次元計算で実験値に近い値を得られることを

Fig. 3 Vortex panels and discrete vortices around a cylinder

報告している。本報ではその手法に準じ、減衰率を平均化し定数($\xi=0.7$)とした。

円柱のはく離点は周期的に移動する。はく離渦は後述の非定常ベルヌーイの式から求めた円柱の圧力分布の圧力最低点の1パネル下流側でパネル中央から $\delta=0.05D$ の高さに導入した。これははく離位置が、円柱に沿う境界層の圧力こう配が負から正となる位置、すなわち圧力最低位置の下流側であることに対応する。小円柱についても同様にした。なお Stansby⁽⁵⁾ ははく離流速が最大で圧力最小となる位置のわずかに下流に導入している。

はく離渦導入時間間隔 Δt とパネル長さ Δs は計算精度に影響を及ぼす重要な因子である。その値の決定については、差分法で用いられるクーラン数を参考として、無次元数 $U_s \Delta t / \Delta s$ を導入した。1枚のパネル上を渦点が一気に通過することがないように、次の不等式を満たす Δt の値を求めた。

$$\frac{U_s \Delta t}{\Delta s} \leq 1 \quad \dots\dots\dots (2)$$

無次元のはく離渦導入時間間隔 $U_0 \Delta t / D$ は単独円柱で0.015、近接異径二円柱では0.01とした。なお、上式を満たす場合、安定した計算結果が得られる。

物体に作用する圧力は次式に示す非定常ベルヌーイの式で表すことができる。 $f(t)$ は時間 t の任意関数である。

$$\frac{p}{\rho} + \frac{U^2}{2} + \frac{\partial \Phi}{\partial t} = f(t) \quad \dots\dots\dots (3)$$

圧力係数を求めるにあたり円柱表面をはく離渦導入位置より上流側と下流側に分けた。上流側および下流側圧力係数 C_{pf} 、 C_{pd} はそれぞれ次式⁽¹⁰⁾で表される。

$$C_{pf} = 1 - \frac{U^2}{U_0^2} - \frac{2}{U_0^2} \left\{ \frac{\partial(\Phi - \Phi_\infty)}{\partial t} \right\} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$C_{pd} = 1 - \frac{U^2}{U_0^2} - \frac{2}{U_0^2} \left\{ \frac{\partial(\Phi - \Phi_\infty)}{\partial t} \right\} - \frac{2}{U_0^2} \frac{\partial \Gamma}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (5)$$

また、変動圧力係数 C_p は時間 t における圧力係数を C_{pt} とすると次式で求められる。

$$C_p = \frac{1}{T} \int_{t=0}^T \sqrt{(C_{pt} - \bar{C}_p)^2} dt \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで

$$\bar{C}_p = \frac{1}{T} \int_{t=0}^T C_{pt} dt$$

である。

4. 単独円柱での精度確認

図4に円柱後流のフローパターンを示す。図4中の記号○、●はそれぞれ円柱上面および下面のはく離渦

Fig. 4 Flow pattern ($Re=4.1 \times 10^4$, $U_0 t / D=102.8$)

(a)

(b)

(c)

(d)

Fig. 5 Time variation of C_D and C_L on single cylinder and the rate of vorticity shedding from single cylinder and introduce point of vortex particles ($Re=4.1 \times 10^4$)

導入位置から放出された渦点である。せん断層が後流中で巻き込み、上下面からの渦点の集合が交互に並びカルマン渦列が形成されている様子がわかる。図5(a)~(d)に抗力係数 C_D 、揚力係数 C_L 、放出渦の循

Fig. 6 Strouhal number

Fig. 7 Pressure distribution

環量の時間変化率の絶対値 $|d\Gamma/dt|/U_0^2$ およびはく離渦の導入位置 ϕ_s の時間変化を示す。 C_D は $U_0t/D \leq 40$ では変動が大きく不安定である。 $U_0t/D \geq 40$ では変動幅は 0.7 と一定になり安定している。 $40 \leq U_0t/D \leq 120$ の平均値は 1.21 で実験値⁽¹¹⁾ 1.24 に近い。 C_L および $|d\Gamma/dt|/U_0^2$ は $U_0t/D \geq 40$ では安定した周期的な変動をしている。 圧力分布に依存しているはく離渦の導入位置 ϕ_s は $U_0t/D \geq 40$ で $\phi_s = \pm 75 \sim 90^\circ$ の範囲で C_L と同周期で安定した変動をしている。 C_L , $|d\Gamma/dt|/U_0^2$ および ϕ_s の周期的な変動は後流渦発生周期に対応している。 そこで C_L の波形を周波数解析し、求めたストローハル数を実験値および他の計算結果とともに図 6 に示す。 本計算結果は $10^3 \leq Re \leq 10^5$ の範囲で実験値^{(12)~(14)} より約 30% 高い。 横井ら⁽⁷⁾ は境界層方程式により渦導入位置を決定し、三次元性を考慮しているが実験値より 20~30% 高い。 Tamura-Kuwahara⁽¹⁵⁾, 泉ら⁽¹⁶⁾ は二次元解析の結果は実験値より高くなると報告している。 これは実際の流れは二次元物体であってもスパン方向に三次元性が形成され、はく離せん断層は非二次元的に巻き上がるからである。 これに対し、経過時間により渦度が減衰するモデルを採用した稲室ら⁽⁶⁾ の値は、二次元解析ながら実験値に近い。

円柱壁面の圧力分布を実験値および Stansby⁽⁵⁾ の結果とともに図 7 に示す。 図 7 中の記号 $\circ$, $\bullet$ は半周

Fig. 8 Fluctuating pressure distribution

Fig. 9 Drag coefficient

期ずれた分布を示し、点線は時間平均の分布を示す。 渦放出に伴い円柱の圧力分布は周期的に変動している。 圧力係数 C_p が最低となる位置は $\phi = \pm 75 \sim 90^\circ$ の範囲で変動している。 本計算値の圧力分布は $\phi = \pm 120^\circ$ 付近で極大、後方岐点で極小となっている。 これは円柱後方に巻き込まれた渦点の集合が後方岐点付近に付着するため、Stansby の結果にも同様の傾向が見られる。 図 8 に圧力変動の rms 値の係数 C_p' の分布を示す。 五十嵐⁽¹⁷⁾ によると、 C_p' 分布ははく離位置付近で極大となり $\phi = \pm 155^\circ$ 付近に第 2 のピークがある。 本計算結果は実験値と比較すると背面での値がわずかに高い。 Stansby の結果が背面で低いのは、渦点が円柱背面に付着するのを制限するなどの処置をしているためと考えられる。 図 9 は時間平均圧力分布を積分して求めた抗力係数 C_D を示す。 本計算結果は $10^3 \leq Re \leq 10^5$ の範囲で実験値とよく一致している。

5. 近接異径二円柱の実験と数値計算結果

5.1 流れの可視化の実験結果

近接異径二円柱まわりの流れでは、主円柱のはく離せん断層がコアンダ効果により主円柱背面に付着する現象が現れる。

図 10(a)~(c) にコアンダ現象が現れる小円柱位置 $\alpha = 120^\circ$ の可視化写真を示す。 図 10(a) は長時間露出 (1 s), 図 10(b), (c) は瞬間写真である。 図 10(a) では両円柱のすきまからの噴流の軌跡が扇形に白く映っている。 これは噴流が変動していることを示

Fig. 10 Flow visualization ($Re=1 \times 10^4$, $\alpha=120^\circ$)

Fig. 11 Surface oil-flow patterns ($Re=4.1 \times 10^4$, $\alpha=120^\circ$)

している。図 10(b)では主円柱のはく離せん断層が小円柱前面にぶつかっている。そして分かれた内側のせん断層は両円柱のすきまを通りコアンダ効果により内側に曲げられ、主円柱背面に再付着している。はく離位置と再付着位置の間にははく離泡が観測される。また後流渦は両円柱の外側のはく離せん断層により生成されている。図 10(c)では両円柱間を通った噴流は外側に曲げられている。長時間露出写真と考え合えるとそれぞれのパターンは長時間持続していない。近接異

(a) $U_0t/D=68.0$, $St=0.12$

(b) $U_0t/D=72.0$, $St=0.21$

Fig. 12 Flow patterns of a pair of two circular cylinders ($Re=1 \times 10^4$, $\alpha=120^\circ$)

Fig. 13 Time variation of C_D and C_L

径三本円柱まわりの流れ⁽²⁾においても同様の現象が報告されている。図 11 に $\alpha=120^\circ$ の主円柱表面の流れの油膜写真を示す。 $\phi=70^\circ$ ではく離れた流れは $\phi=110^\circ$ に再付着し、再付着した流れは後方岐点を越えている。

5.2 数値計算によるフローパターン 図 12(a), (b)に数値計算によるフローパターンを示す。図 12 中の記号○, ●は主円柱から放出された渦点, +, △は小円柱から放出された渦点である。図 12(a)では主円柱上面および小円柱下面から放出された渦点は主円柱背面に再付着している。図 10(b)のコアンダ現象の現れるパターンに対応している。図 10(b)では、主円柱上面および小円柱下面のからの渦点は外側に曲げられており図 10(c)のパターンに対応している。

5.3 揚力および抗力変動とストローハル数 図

13に $\alpha=120^\circ$ の場合の円柱および小円柱の抗力係数と揚力係数の時間変化を示す。図13中の記号↓は図12(a)のパターンすなわちコアンダ現象の現れるときを示す。コアンダ現象が現れると C_{D1} は極小となる。小円柱は振動が抑えられ C_{L2} はほとんど変動がなく負の値をとり、 C_{D2} は変動幅が小さくなる。コアンダ現象が現れないときは C_{D1} および C_{L1} の変動周期はわずかに短くなり C_{L2} が ± 1 の範囲で変動している。

図14に実験値および計算値の C_L を周波数解析して求めたストローハル数 St の α に対する変化を示す。実験値の St は $\alpha \leq 160^\circ$ で α が大きくなるに従い単調増加し $\alpha=160^\circ$ で極大値0.220をとり、 $\alpha < 160^\circ$ では単独円柱に近い値となる。 $\alpha \leq 160^\circ$ での St の増加は、 α の増加により流れに対して投影長さが短くなるからである。 $\alpha \geq 160^\circ$ では小円柱は主円柱の後流に埋没して

Fig. 14 Strouhal number with angle of α

(a)

(b)

Fig. 15 Pressure distribution of the main cylinder

しまう。 $\alpha=90, 120^\circ$ それぞれの二つの計算値は、 $\alpha=90^\circ$ ではコアンダ現象は起きないが両円柱間のすきまからの噴流が変動するために現れたもので、 $\alpha=120^\circ$ ではコアンダ現象が現れたときと現れないときの値である。 $\alpha=90, 120^\circ$ それぞれの二つの計算値と $\alpha=155 \sim 170^\circ$ の値をつなぐと実験値の傾向と一致する。ただし実験値より20~30%高い値となる。これは異径二円柱まわりの流れにおいても、単独円柱と同様にはく離せん断層は非二次元的に巻き上がるためと考えられる。

5.4 圧力分布と時間平均の揚力および抗力

図15(a), (b)に主円柱の実験値および計算値の時間平均圧力分布を示す。図15(a)の実験値では $\alpha=90^\circ$ の場合、 $\phi=10^\circ$ が岐点である。岐点から $\alpha=70^\circ$ までの圧力降下は緩慢であるが $\phi=90^\circ$ で急激に減少する。 $\alpha=120^\circ$ では、 C_p の値は再付着位置の $\phi=110^\circ$ 付近から急激に減少し、 $\phi=120^\circ$ から後方岐点を越えた付近まで -2.0 の一定値で、背面に沿う流れの存在を示している。 $\alpha=160^\circ$ では小円柱は主円柱の後流に埋没しているため単独円柱のプロファイルに近い。図16(a), (b)に小円柱の実験値および計算値の時間平均圧力分布を示す。図16(a)の実験値では $\alpha=90^\circ$ の場合、岐点は $\phi=-25^\circ$ である。 $\alpha=120^\circ$ では岐点は 0° となり、下面の圧力最小位置は -90° から -60° に移動している。それぞれの分布は岐点に対し上下対称となっている。 α

(a)

(b)

Fig. 16 Pressure distribution of the small cylinder

(a) main cylinder

(b) small cylinder

Fig. 17 C_D and C_L of the cylinder with angle of α

$\alpha = 160^\circ$ の場合、圧力分布は一変し全周にわたってほぼ一定の -1 である。図16(b)の計算結果では $\alpha = 90^\circ$, 120° および 160° のそれぞれの実験値の特徴がよく表れている。

円柱および小円柱の抗力係数および揚力係数の α による変化を図17(a), (b)に示す。図17(a)の主円柱の実験値では、 C_{D1} は $\alpha = 100^\circ$ で1.9の最大値となる。 $\alpha > 100^\circ$ では α が増加するに従い減少し、 $\alpha \geq 150^\circ$ では単独円柱の値を下回り、 C_{L1} は $\alpha \leq 140^\circ$ では負の値である。 $\alpha = 150^\circ$ で最大値0.24をとり、 $\alpha > 150^\circ$ ではほぼ0となる。図17(b)の小円柱の実験値では、 C_{D2} は α の増加とともに減少し、 $\alpha \geq 130^\circ$ で単独円柱の値を下回り、 $\alpha = 160^\circ$ では負となっている。 C_{L2} は $\alpha \leq 110^\circ$ では正、その後徐々に減少し $\alpha = 145^\circ$ で最小値 -0.5 をとり $\alpha \geq 160^\circ$ ではほぼ0となる。両円柱の抗力係数および揚力係数の計算結果は実験値とよく一致している。

6. 結 論

傾き角のある近接異径二円柱(異径度0.45)の特徴的な流れの挙動を実験および数値解析により調べた。特にコアンダ効果による主円柱のはく離せん断層の再付着現象に着目した。計算では渦法と境界要素法とを組合せた。その結果、コアンダ効果による再付着現象

は間欠的に現れ、その現象を数値解析でシミュレートすることができた。再付着現象が起きると主円柱には負の揚力が働き、抗力は単独円柱の値を上回る。抗力係数および揚力係数の計算値は実験値とよく一致した。ただしストローハル数の計算値は実験値より20~30%高い値となった。

おわりに本報の実験にご協力いただいた当時本学学生の前田忠男君、真弓康次君に謝意を表する。

文 献

- (1) 五十嵐保・西田幸造・望月繁治, 近接異径3本円柱に作用する流体力, 機論, 54-505, B(1988), 2349.
- (2) 五十嵐保・西田幸造・望月繁治・山崎裕朗, 近接異径3円柱まわりの流れ, 機論, 55-511, B(1989), 693.
- (3) 五十嵐保・筒井敏之, 小円柱による円柱まわりの流れの制御に関する研究(第3報, 付着噴流の性質), 機論, 57-533, B(1991), 8.
- (4) 日本機械学会編, 流れの数値シミュレーション, (1988), 237, 丸善.
- (5) Stansby, P. K., A Numerical Study of Vortex Shedding from One and Two Circular Cylinders, *Aeronaut. Q.*, 32-1(1981), 48.
- (6) 稲室隆二・足立武司, うず放出モデルを用いたはく離を伴う非定常流れの解法(第2報, 単独円柱まわりの流れ), 機論, 52-476, B(1986), 1600.
- (7) 横井嘉文・亀本喬司, スパン方向三次元性を考慮した二次元計算による円柱まわりの流れ, 機講論, No. 920-78(1992-9), 350.
- (8) 坂田弘・足立武司・稲室隆二, うず放出モデルを用いたはく離を伴う非定常流れの解法(第1報, 単独正方形柱まわりの流れ), 機論, 49-440, B(1983), 801.
- (9) 亀本喬司・小沢直弘・相沢政宏, 離散うず法による並列2平板非定常はく離流れの数値実験(その2), 機論, 50-450, B(1984), 316.
- (10) 亀本喬司・中原尚寿, 渦法の汎用化に関する寄与(2次元の物体形状表面と非定常圧力計算法について), 第5回数値流体力学シンポジウム論文集, (1991), 311.
- (11) Schlichting, H., *Boundary Layer Theory*, 6th ed., (1968), 17, McGraw-Hill.
- (12) Kovasznay, L. S. G., Hot-Wire Investigation of the Wake Behind Cylinder at Low Reynolds Numbers, *Proc. R. Soc., Ser. A*, 198(1949), 174.
- (13) Bearman, P. W., On the Vortex Shedding from a Circular Cylinder in the Critical Reynolds Number Regime, *J. Fluid Mech.*, 37(1969), 577.
- (14) Roshko, A., Experiments on the Flow Past a Circular Cylinder at Very High Reynolds Number, *J. Fluid Mech.*, 10(1961), 345.
- (15) Tamura, T. and Kuwahara, K., Direct Finite Difference Computation of Turbulent Flow around a Circular Cylinder, *Int. Symp. Comput. Fluid Dyn.*, Nagoya, (1989), 701.
- (16) 泉元・谷口伸行・川田裕・小林敏雄・足立武司, 円柱周りの3次元流動解析(第1報, 静止円柱の場合), 機論, 60-579, B(1994), 3797.
- (17) 五十嵐保, 円柱のはく離領域における流動と熱伝達, 機論, 50-460, B(1984), 3008.