準剛体回転成層流を用いた微粒子分級の基礎研究*

(第5報, 分級性能の数値解析)

中 林 功 一^{*1}, 森 西 洋 平^{*1}
土 田 陽 一^{*1}, 河 合 宏^{*2}

Basic Study on Classification of Fine Particles in Almost Rigidly Rotating Flow

(5th Report, Numerical Analysis of Classification Efficiency)

Koichi NAKABAYASHI, Youhei MORINISHI,
Yoichi TSUCHIDA and Hiroshi KAWAI

A numerical analysis on the classification of fine particles in an almost rigidly rotating flow is reported. The almost rigidly rotating flow between a coaxially rotating housing and a rotor can be regarded as a system for classification. The flow consists of an Ekman layer, an interior region, a Stewartson layer and a rigidly rotating region. The numerical method is composed of two stages. The first stage involves numerical simulation of the flow field using Navier-Stokes and continuity equations. The second stage involves computation of fine particle motion through the almost rigidly rotating flow. The mechanism of classification of the system is considered using the numerical results. The partial fractional efficiency of the system is computed for various particle diameters and flow parameters; then the cut size and sharpness index of the system are estimated.

Key Words: Numerical Analysis, Axisymmetric Flow, Internal Flow, Almost Rigidly Rotating Flow, Classification, Particle Motion, Ekman Layer, Stewartson Layer, Interior Region, Rigidly Rotating Region, Feed, Fine, Coarse, Partial Fractional Efficiency

1. 結 言

第1報⁽¹⁾, 第2報⁽²⁾では理論的に, 第3報⁽³⁾, 第4報⁽⁴⁾では実験的に考察を行ってきた準剛体回転成層流を用いる微粒子分級方式を, 本報では数値解析により検討する。

本報で対象とする準剛体回転成層流は図1に示す計算モデルである。ハウジングとロータからなる図1のような二重構造の軸対称容器内に微小な貫流を加え高速で一体回転させると, スチュワートソン層(図1中Sで表示), エクマン層(図1中Eで表示), 内部領域(図1中Iで表示), 剛体回転領域(図1中Rで表示)から構成される回転系に特徴的な準剛体回転成層流が形成される。このような準剛体回転成層流は微粒子の分級装置として利用できる^{(1)~(4)}。まず本分級方式の原理を図1の流れで説明する。流入部に注入された原料粉体の多くはエクマン層を流れさらにスチュワートソン層へ流れ込む。スチュワートソン層では軸流により粒子は軸方向へ流されるが, このスチュワートソン層

を通過する間に粗粒子はより大きな遠心力を受け剛体回転領域へ粗粉産物として取り込まれる。一方, 細粒子に対しては遠心力の影響がより小さいので, 剛体回転領域に取り込まれる前にスチュワートソン層を通過し出口側のエクマン層へ流れ微粉産物として捕集される。

このような微粒子の分級方式を検討するため, 数値計算により生成された準剛体回転成層流中の微粒子運動の数値計算法を構成し, 微粒子の軌跡の数値計算結果から本分級方式のメカニズムと分級性能を解析す

Fig. 1 Computational model

* 1994年11月4日 流体工学部門講演会において講演, 原稿受付 1995年4月17日。

^{*1} 正員, 名古屋工業大学 (〒466 名古屋市昭和区御器所町)。

^{*2} トヨタ車体(株) (〒448 刈谷市一里山町金山100)。

る。

おもな記号

$a, D_1, D_{ha}, D_{h1}, D_{h2}, R$

: 図1中の寸法

r, z : z 軸まわりに Ω^* で回転する円筒座標の半径,
軸座標

v_r, v_z : 速度ベクトルの r, z 方向成分

D_p^* : 微粒子の粒径

D_p : 無次元粒径 $\equiv D_p^*/a$

U_0 : 流入部での半径方向一様速度

Re : レイノルズ数 $\equiv U_0 a / \nu$

ν : 動粘度

Ω^* : z 軸まわりの回転角速度

Ω : 無次元回転角速度 $\equiv \Omega^* a / U_0$

$\Delta\eta$: 部分分級効率, ある D_p における微粉産物の
重量と原料粉体の重量との比

2. 数値解析手法

本解析は粒子が微小で粒子濃度が低い場合を対象とし、粒子運動から流れ場への干渉は無視できるものとする。したがって本解析は、以下に示すように、準剛体回転成層流の流れ場の数値計算、および準剛体回転成層流中での微粒子運動の数値計算、の2段階で行われる。

まず、回転軸上に回転角速度 Ω^* で回転する回転系の円筒座標(半径方向 r , 回転軸方向 z)でナビエ・ストークス方程式と連続の式とを記述し、流体運動の基礎方程式として用いる。これらを連立して解くためにコロケート格子に対するSIMPLE法⁽⁵⁾⁽⁶⁾を用いる。運動方程式の対流項にはQUICKスキームを採用している。計算対象は図1に示す計算モデルの流れ場で、図1中の各部の寸法は代表長さを a とし、 $R/a=0.7$, $D_1/a=0.3$, $D_{h1}/a=D_{h2}/a=0.15$, $D_{ha}/a=0.3$ に選ばれている。流れ場の数値計算は領域 $R \leq r \leq a+D_1$, $-D_{ha}/2-D_{h2} \leq z \leq D_{ha}/2+D_{h1}$ に対して行い、この計算領域内に半径方向120, 軸方向406の計算格子を用いる。エクマン層およびスチュワートソン層が最も薄くなる計算例においてもこれらの境界層内に少なくとも20格子は入るように計算格子を壁面近傍に集中させてある。速度の壁面境界条件には滑りなし条件を与える。流入と流出部($r=a$)の速度境界条件として、半径方向速度に一様流速を、軸および周方向速度(回転系)に零を与えている。代表速度は流入部での半径方向一様速度 U_0 , 代表長さはロータの寸法 a とする。流入と流出部の圧力の境界条件には半径方向の2階微分に零を与える。流れ場の無次元パラメータとしてレイノ

ルズ数 $Re(=aU_0/\nu)$ と無次元回転角速度 $\Omega(=\Omega^*a/U_0)$ を選び、これらのいくつかの組合せを与えて数値計算を実行し流れ場の定常解を求める。なお、回転系の流れ場を扱う場合の無次元パラメータとしてエクマン数 E とロスビー数 ε がしばしば用いられるが、これらの定義と、 Re と Ω からの換算式は、

$$E \equiv \frac{\nu}{\Omega^* a^2} = \frac{1}{Re \cdot \Omega}, \quad \varepsilon \equiv \frac{U_0}{\Omega^* a} = \frac{1}{\Omega} \quad \dots\dots (1)$$

で与えられる。流れ場の数値計算コードの構成と準剛体回転成層流に対する計算結果の信頼性の確認は文献(7)で行っているため、詳細はそちらを参照されたい。

次に、数値的に計算された準剛体回転成層流中に粒径 D_p^* の微粒子を注入し、個々の微粒子の運動をラグランジュ的に計算する。微粒子の密度 ρ_p^* , 流体の密度 ρ_f^* , 微粒子の速度ベクトル V^* , 流体の速度ベクトル U^* , 時間 t^* , 微粒子に働く外力 F , とすると、静止座標系における球形微粒子の有次元の運動方程式は次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{\pi D_p^{*3} \rho_p^*}{6} \frac{dV^*}{dt^*} = & -3\pi\nu D_p^* \rho_f^* (V^* - U^*) \\ & + \frac{\pi D_p^{*3} \rho_f^*}{6} \frac{dU^*}{dt^*} + \frac{1}{2} \frac{\pi D_p^{*3} \rho_f^*}{6} \left(\frac{dU^*}{dt^*} - \frac{dV^*}{dt^*} \right) \\ & + F + \frac{3}{2} D_p^* \sqrt{\pi\nu\rho_f^*} \int_0^{t^*} \left(\frac{dU^*}{dt^*} - \frac{dV^*}{dt^*} \right) \frac{d\xi^*}{\sqrt{t^* - \xi^*}} \quad \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

本解析では式(2)右辺第4項の外力項および右辺第5項のバセット項は無視し、その式をさらに上述の代表長さ a , 代表速度 U_0 により無次元化した後に回転系の円筒座標へと書き直す。その結果を微粒子と流れ場との相対速度 W を用いて次式で記述する。

$$\frac{dW}{dt} = aW + B, \quad W = V - U \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、式(3)右辺第1項は W に関する線形項、第2項は残りの項である。また、流れ場は定常であるので U の実質微分は次式となる。

$$\frac{dU}{dt} = F, \quad F = U \cdot \nabla U \quad \dots\dots\dots (4)$$

式(3)の右辺第1項はオイラー陰解法で、式(3)の右辺第2項と式(4)は三次精度のアダムス・バッシュフォース法で時間離散化し、微粒子の速度 V^{n+1} を求める。

$$\begin{aligned} \frac{W^{n+1} - W^n}{\Delta t} = & aW^{n+1} \\ & + \frac{1}{12} (23B^n - 16B^{n-1} + 5B^{n-2}) \quad \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

$$\frac{U^{n+1} - U^n}{\Delta t} = \frac{1}{12} (23F^n - 16F^{n-1} + 5F^{n-2}) \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$V^{n+1} = W^{n+1} + U^{n+1} \dots (7)$$

速度 V^{n+1} で微粒子を移動させながら式(5), (6)を解いて流体中での微粒子の軌跡を計算する。時刻幅は $\Delta t = 10^{-5}$ に設定している。なお本解析では、作動流体として水を ($\rho^* = 1.00 \text{ g/cm}^3$), 原料粉体として密度 $\rho^* = 1.19 \text{ g/cm}^3$ (ポリメタクリル酸メチル) の球形微粒子を用いる場合を仮定している。

3. 流れ場の解析

まず、準剛体回転成層流の流れ場の数値計算結果の例として、レイノルズ数 $Re = 20$, 無次元回転角速度 $\Omega = 0, 50, 250, 4000$ と設定した場合の流線図を、それぞれ図2(a)~(d)に示す。図2(a)の $\Omega = 0$ の数値計

算結果は、流入部から流出部へ至るクリーニング流れとなっている。図2(b)に示す $\Omega = 50$ の数値計算結果では、流れ場に対する回転の効果はあまり現れていない。図2(c)の $\Omega = 250$ の数値計算結果になると、流入部と流出部近傍にスチュワートソン層、回転軸と直交する流路にエクマン層と内部領域、回転軸と平行なロータ側面とその延長上の $r = a$ 近傍でのスチュワートソン層、その外側の領域に剛体回転領域が現れ始め、準剛体回転成層流の形成初期の状態とみなせる。 $r = a$ 近傍のスチュワートソン層には壁面に沿う貫流部とその外側のゆるやかな循環流(反時計回り)の領域が含まれる。回転角速度をさらに高めるとエクマン層、スチュワートソン層がより薄くなり、内部領域と剛体回

Fig.2 Stream lines ($Re=20$)

Fig. 3 Velocity profiles ($Re=20$)

転領域もより発達し、図2(d)の $\Omega=4000$ の数値計算結果に見られるような準剛体回転成層流が形成される。

レイノルズ数を $Re=20$ 、無次元回転角速度を $\Omega=0, 5, 50, 250, 1000, 4000$ とした場合の、エクマン層およびスチュワートソン層の速度分布の変化をそれぞれ図3(a), (b)に示す。図3(a)は $r/a=0.85$ [A-A断面、図2(a)中に示す]のエクマン層を含む断面での半径方向速度 v_r/U_0 の分布の数値計算結果である。 $\Omega=0$ の数値計算結果は放物形速度分布であるが、 Ω の増加に伴いエクマン層(壁面近傍の境界層)と内部領域(流路中央部に存在する半径方向速度成分がほぼ零の領域)の発達する様子が示されている。 Ω の増加に伴い、エクマン層の厚さは減少し、エクマン層内の速度の最大値は増加する。また、エクマン層が発達するとエクマン層と内部領域との間に弱い逆流域が生じる。図3(b)は $z=0$ [B-B断面、図2(a)中に示す]の $r=a$ 近傍でのスチュワートソン層を含む断面での軸方向速度 v_z/U_0 の分布の数値計算結果である。 Ω の増加に伴い、ロータ壁面側でスチュワートソン層が、またハウジング側で剛体回転領域の発達する様子が示されている。 Ω の増加に伴い、スチュワートソン層の貫流部の厚さは減少し、その速度の絶対値が増加する。同時に、スチュワートソン層の循環流域の循環の強さは増すがその領域の幅は狭くなる。

4. 微粒子運動の解析と分級のメカニズム

図2(d)に示される準剛体回転成層流($Re=20$, $\Omega=4000$)中での微粒子運動の軌跡の数値計算例を図4

に示す。微粒子の無次元粒径 $D_p(=D_p^*/a)$ は、図4(a)では $D_p=2.0 \times 10^{-5}$ 、図4(b)では $D_p=8.0 \times 10^{-5}$ 、図4(c)では $D_p=1.4 \times 10^{-4}$ 、図4(d)では $D_p=2.0 \times 10^{-4}$ である。図4に見られるとおり微粒子の初期位置は流入部を10等分する9点に設定し、微粒子の初期速度は流れ場の速度に等しいものとしている。まず図4(c)の数値計算結果を用いて準剛体回転成層流中での微粒子の運動の挙動および本分級方式のメカニズムを説明する。微粒子1~9は流入部のスチュワートソン層で上下のエクマン層に分かれ、エクマン層を通過し(微粒子5のみは内部領域を通過)、 $r=a$ 近傍でのスチュワートソン層へ至る。ここで、微粒子1~3は $r=a$ 近傍でのスチュワートソン層の貫流部を通過し、さらに出口側のエクマン層とスチュワートソン層を通過して出口に至る。これは、微粒子1~3は $r=a$ 近傍のスチュワートソン層の壁面により近い部分を通過するため、遠心力によって循環流域に運ばれる前に壁面近傍の強い貫流[図3(b)]によってこのスチュワートソン層を通過してしまうためである。一方、微粒子4~9は $r=a$ 近傍でのスチュワートソン層を通過しきれずに循環流域に捕らえられ、さらに剛体回転領域へと取り込まれる。つまりこの数値計算例では、微粒子1~3は微粉産物として、微粒子4~9は粗粉産物として捕集されることになる。これより、微粒子の初期位置つまり原料粉体の注入位置がロータ側壁面により近いほうが微粉産物になりやすいこともわかる。図4(a)に示される粒径 D_p が最も小さい数値計算例では遠心力の影響も小さいので、 $r=a$ でのスチュワートソン層、出口側のエクマン層およびスチュワートソン層をすべ

Fig. 4 Particle trajectories ($Re=20$, $\Omega=4000$)

ての微粒子が通過して出口へ至る。つまりすべての微粒子が微粉産物として捕集される。逆に、図4(d)に示される粒径 D_p が最も大きい数値計算例では、 $r=a$ でのスチュワートソン層を通過しきれずにすべての微粒子が剛体回転領域へ取り込まれる。つまりすべての微粒子が粗粉産物として捕集される。図4(c)と比べて粒径 D_p が小さい図4(b)に示される数値計算例では、粗粉産物として捕えらる微粒子の数も減少する。

5. 分級性能の解析

分級装置の性能を評価する指標として部分分級効率

$\Delta\eta$, 分級径 D_{p50} , 分級の鋭さ D_{p25}/D_{p75} が用いられる。ここで、 $\Delta\eta$ はある D_p における微粉産物の重量と原料粉体の重量との比であり、重量による微粉産物の捕集割合を意味する。また D_{p50} は $\Delta\eta=0.50$ となる粒径、 D_{p75} は $\Delta\eta=0.75$ となる粒径、 D_{p25} は $\Delta\eta=0.25$ となる粒径である。

流入部での流体中の原料粉体の濃度が一定である場合、図4(a), (b), (c), (d)の数値計算例に対応する部分分級効率はそれぞれ $\Delta\eta=1.0, 0.75 \pm 0.05, 0.35 \pm 0.05, 0.0$ となる。さらにいくつかの Re, Ω, D_p の組合せに対して、3, 4章と同様の数値計算を実行し、それらの結果から部分分級効率を求める。その結果、粒径

Fig. 5 Partial fractional efficiency

D_p と部分分級効率 $\Delta\eta$ との関係が図5として得られる。これは、流体中の微粒子の濃度が一定の原料粉体を流入部で均等に注入した場合の本分級装置の分級性能を示している。図5より D_p の増大に伴い $\Delta\eta$ が1から零へと減少し、ある D_p の値(流れ場の無次元パラメータに依存する)以上で $\Delta\eta$ が零となることがわかる。また、 Re 一定ではより Ω が大きいほうが($Re=20$ で、 $\Omega=2000$ と $\Omega=4000$ とを比較)、 Ω 一定ではより Re が大きいほうが($\Omega=4000$ で、 $Re=10$ と $Re=20$ とを比較)、分級径 D_{P50} は小さくなり分級の鋭さ D_{P25}/D_{P75} は1に近づく(分級の鋭さが1に近いほど分級性能はよい)。なお、 Re と Ω の定義に注意すれば、これらの結論は実験結果⁽⁴⁾と定性的に一致することがわかる。

次に、図6(a)中のa~eで示す例のように流入部での原料粉体の注入位置を制限する場合を考える。図6(a)は流入部のロータ側壁面を原点、ハウジング側壁面を1とする軸方向座標 z' で表示してある。ここでは、流れ場の無次元パラメータ Re と Ω は固定して考える。4章の結果より、ロータ側壁面により近い注入位置の微粒子がより微粉産物になりやすいので、ロータ側壁面により近い部分から原料粉体を注入すれば部分分級効率が向上する。これから図6(b)に示すような $\Delta\eta$ と D_p との関係が得られる。図5中の計算例に対応するのは例aである。ハウジング側壁面近傍に原料粉体の注入を制限すると(例c, e)、例aに比べて分級径 D_{P50} が小さくなる。逆に、ロータ側壁面近傍に原料粉体の注入を制限すると(例b, d)、例aに比べて

(a) Inlet section

(b) Partial fractional efficiency

Fig. 6 Restriction on particle injection

分級径 D_{P50} が大きくなる。これらより原料粉体の注入位置によっても分級径を制御できる。また、いずれの制限でも分級の鋭さ D_{P25}/D_{P75} は1に近づく、つまり原料粉体の注入位置を固定した場合には注入面積をより狭くすると分級精度が改善される。これらの結論は、本方式による分級装置設計の指針を与えるものである。

6. 結 論

本報では、準剛体回転成層流を用いた分級方式について考察するため、まず準剛体回転成層流中での微粒子運動の数値計算手法を構成した。次に、準剛体回転成層流の計算モデルの流れ場の数値計算、計算された流れ場に微粒子を注入しての微粒子の軌跡の数値計算を行った。これらの数値計算結果を用いて本分級方式

のメカニズムと分級性能を解析した結果, 以下の結論を得た。

(1) 流体中の微粒子の濃度が一定の原料粉体を流入部で均等に注入する場合, レイノルズ数 Re が一定ならばより大きな無次元回転角速度 Ω のほうが, また Ω 一定ならばより大きな Re のほうが, 分級径は小さくなり, 分級の鋭さは1に近づく。これらの結論は第4報の実験結果と定性的に一致する。

(2) 流れ場のパラメータ Re と Ω を固定した場合, 原料粉体の注入位置をロータ側壁面により近づけると部分分級効率が向上し, 原料粉体の注入位置によっても分級径を制御でき, 原料粉体の注入位置を固定した場合には注入面積をより狭くすると分級精度が改善される。これらの結論は, 本方式による分級装置設計の指針を与えるものである。

文 献

- (1) 中林功一・土田陽一, 準剛体回転成層流を用いた微粒子分級の基礎研究(第1報, 流れの理論的考察), 機論, 61-591, B(1995), 3989.
- (2) 中林功一・土田陽一, 準剛体回転成層流を用いた微粒子分級の基礎研究(第2報, ハウジング・ロータ形状とエクマン層・内部領域の関係), 機論, 61-591, B(1995), 3996.
- (3) 中林功一・土田陽一・竹生和彦・小野泰明, 準剛体回転成層流を用いた微粒子分級の基礎研究(第3報, 安定な回転成層流の生成条件), 機論, 61-591, B(1995), 4004.
- (4) 中林功一・土田陽一・森西洋平・星野大輔, 準剛体回転成層流を用いた微粒子分級の基礎研究(第4報, 実験による分級性能の考察), 機論, 62-594, B(1996), 586.
- (5) Peric, M., Kessler, R. and Scheuerer, G., *Comput. Fluids*, 16-4(1988), 389.
- (6) Peric, M., Ph. D. Thesis, Univ. of London, (1985).
- (7) 森西洋平・中林功一・土田陽一・岩間秀樹, 準剛体回転成層流の数値解析手法, 機論, 60-572, B(1994), 1234-1241.