光線放射モデルによるふく射要素法 (REM²) を用いた 任意形状ふく射性媒体と物体面間のふく射伝熱*

円山重直*¹, 相原利雄*¹

Radiation Heat Transfer of Arbitrary 3-D Participating Media and Surfaces Using Radiation Element Method by Ray Emission Model (REM²)

Shigenao MARUYAMA and Toshio AIHARA

A generalized numerical method for radiation heat transfer of absorbing, emitting and scattering media and specular and/or diffuse surfaces with three-dimensional arbitrary configurations, REM², is proposed. The ray emission model for various radiation elements is expressed by polyhedrons and polygons. Arbitrary thermal conditions can be specified for each radiation element, and generalized radiation transfer can be achieved regardless of surface and volume elements by introducing a new definition of view factors. The accuracy of the present method is verified using simple configurations. A cubic participating medium with a spherical cavity covered with specular and/or diffuse surfaces is analyzed as an example of an arbitrary configuration. The temperature distribution shows good accuracy in the case of a small number, such as 45, of rays emitted from each element compared with the Monte Carlo method.

Key Words: Thermal Radiation, Participating Media, Specular and Diffuse Surfaces, Numerical Simulation, Arbitrary 3-D Shape, Arbitrary Thermal Conditions

1. 緒 言

近年のコンピュータの著しい発達により、実際の工業モデルを対象とした数値シミュレーションが盛んに行われている。応力や流れ場、熱伝導や対流伝熱では有限要素法をはじめとして任意形状についての解析を統一的行うはん用解析法が多く開発されている。

火炎や火炉をはじめ、ガリウムひ素半導体の結晶成長や地球温暖化に及ぼすちりや雲の影響まで、ふく射性媒体の伝熱解析はますます重要となってきた。ふく射伝熱に関してはモンテカルロ法⁽¹⁾⁽²⁾や Discrete Ordinate Method⁽³⁾、境界要素法⁽⁴⁾など多くの手法が提案されている。これらの手法を、形状が複雑で温度条件も一様でない三次元形状に適用すると、計算時間を著しく必要とするか、または、解析手順が煩雑となり実際に用いられる工業モデルの解析が困難な場合が多かった。

一方、著者らは任意形状黒体のふく射伝熱解析が可能な簡易数値解析法⁽⁵⁾を開発した。また、鏡面を含む任意形状灰色面間のふく射伝熱解析法を新たに提示

し⁽⁶⁾、有限要素法による熱伝導解析と組合せた CZ 炉の複合伝熱解析⁽⁷⁾を行った。

本報では、任意形状の多面体で構成される放射・吸収・散乱性媒体と任意形状多角形で構成される鏡面と拡散面またはそれらの複合面(以下鏡面/拡散面と略記する)に対して、任意の熱条件下で統一的なふく射伝熱解析が可能な「光線放射モデルによるふく射要素法 (REM²)」を新たに提示する。本数値解析法は、既存の解析解と比較することによって、解析精度の検証を行う。さらに、任意形状物体に本数値解析法を適用した計算例を示す。

2. 主 要 記 号

A : 面積

A^* : ふく射有効面積 [式(10)]

$F_{i,j}^a, F_{i,j}^s$: 吸収形態係数, 散乱形態係数 [式(15)]

$F_{i,j}^e$: 要素 i から要素 j への減衰形態係数 [式(13), (14)]

$I(\vec{r}, \vec{s})$: ふく射強度

$I_b(T)$: 黒体ふく射強度

I_Δ^p : ふく射要素内の平均散乱ふく射強度

N : 要素分割数

N_{tr} : ふく射要素からの放射光線数

* 原稿受付 1995年4月24日。

*¹ 正員, 東北大学流体科学研究所 (〒980 仙台市青葉区片平2-1-1)。

- Q : 伝熱量
 Q_T : ふく射エネルギーの放射成分 [式(19)]
 Q_I : 拡散ふく射エネルギー [式(12)]
 Q_X : ふく射要素の正味発熱量
 q_X : 単位体積当たりの発熱量または単位表面積当たりの発熱量
 $\vec{r}$: 位置ベクトル
 S_j : 光線がふく射要素 j を通過する距離
 $\bar{S}$: $\hat{s}$ から見た要素の平均厚さ [式(5)]
 $\hat{s}$: 放射の方向を示す単位ベクトル
 T : 温度
 V : 多面体要素の体積
 β : 減衰係数 $= \kappa + \sigma_s$
 $\Delta\tau$: 分割要素の光学厚さ (図5)
 ϵ : 放射率
 Φ : 無次元温度 [式(28)]
 ϕ : 方位角
 σ : ステファン・ボルツマン定数
 σ_s : 散乱係数
 κ : 吸収係数
 θ : 天頂角
 Ω^D : アルベドまたは拡散反射率
 Ω^S : 鏡面反射率
 ω : 立体角
 τ : 光学厚さ
 添字
 i, j : 要素 i, j に関する値
 λ : 単色強度

3. 基礎式

図1に示すような多角形平面で囲まれた多面体ふく射要素内のふく射性媒体を考える。図1中原点を O とし、そこからの位置ベクトル $\vec{r}$ における方向ベク

Fig. 1 Attenuation of radiation ray along the direction $\hat{s}$

トル $\hat{s}$ 方向の単色ふく射強度 $I_\lambda(\vec{r}, \hat{s})$ が経路 S を取るとき、ふく射エネルギーバランスは次式で表される。

$$\frac{dI_\lambda(\vec{r}, \hat{s})}{dS} = -(\kappa_\lambda + \sigma_{s,\lambda})I_\lambda(\vec{r}, \hat{s}) + \kappa_\lambda I_{b,\lambda}(T) + \frac{\sigma_{s,\lambda}}{4\pi} \int_{4\pi} I_\lambda(\vec{r}, \hat{s}') P_\lambda(\hat{s}' \rightarrow \hat{s}) d\omega \quad (1)$$

ここで、 κ_λ , $\sigma_{s,\lambda}$ はふく射要素の単色吸収係数と散乱係数、 $P_\lambda(\hat{s}' \rightarrow \hat{s})$ は方向 $\hat{s}'$ から $\hat{s}$ への位相関数である。

解析をモデル化するために、以下の仮定を設ける。

(1) ふく射要素内では温度、屈折率、単位体積当たりの発熱量は一定である。

(2) ふく射性媒体中での散乱は等方性である。

(3) 散乱されるふく射強度はその要素内では一定である。

図1に示すようにふく射要素を通過した光線の一部は吸収され一部は散乱される。このうち散乱成分は、仮定(2)より等方散乱され仮定(3)により要素中に均一に分散される。したがって、式(1)の右辺第3項は次式のように簡略化される。

$$\frac{\sigma_{s,\lambda}}{4\pi} \int_{4\pi} I_\lambda(\vec{r}, \hat{s}') P_\lambda(\hat{s}' \rightarrow \hat{s}) d\omega = \sigma_{s,\lambda} I_\lambda^D \quad (2)$$

ここで、 I_λ^D は要素内の平均散乱ふく射強度で、要素内ふく射強度の放射成分と散乱成分を要素内と全周方向に平均化した値である。 I_λ^D は、任意形状鏡面/拡散面の解析で導入された拡散射度⁽⁶⁾と同様な取扱いが可能である。減衰係数 $\beta_\lambda \equiv \kappa_\lambda + \sigma_{s,\lambda}$ 、アルベド $\Omega \equiv \sigma_{s,\lambda}/\beta_\lambda$ を定義することによって、式(1)は次式のようになる。

$$\frac{dI_\lambda(\vec{r}, \hat{s})}{dS} = \beta_\lambda [-I_\lambda(\vec{r}, \hat{s}) + (1 - \Omega)I_{b,\lambda}(T) + \Omega I_\lambda^D] \quad (3)$$

図1の座標系で外部からの入射ふく射がない場合、式(3)の解は次式となる。

$$I_\lambda(\vec{r}_0 + S\hat{s}, \hat{s}) = [(1 - \Omega)I_{b,\lambda}(T) + \Omega I_\lambda^D][1 - \exp(-\beta_\lambda S)] \quad (4)$$

式(4)を要素の $\hat{s}$ 方向の全投影断面積にわたり積分すると、要素 i 自身が $\hat{s}$ 方向に放射するふく射エネルギーになる。しかし、この積分は一般的に煩雑で多くの場合値を求めることが困難な場合が多い。そこで、 $\hat{s}$ から見た要素の平均厚さ $\bar{S}$ を次式で定義する。

$$\bar{S} \equiv V/A(\hat{s}) \quad (5)$$

ここで、 V , $A(\hat{s})$ は要素の体積と $\hat{s}$ 方向から見た要素の投影面積である。体積要素 i が $\hat{s}$ 方向に放射・散

乱されるふく射エネルギー $dQ_{j,i,\lambda}(\bar{s})$ が次式で近似される。

$$\begin{aligned} dQ_{j,i,\lambda}(\bar{s}) &= A(\bar{s})[(1-\Omega)I_{b,\lambda} + \Omega I_i^p] \\ &\times [1 - \exp(-\beta_\lambda \bar{S}_i)] d\omega \quad \cdots \cdots \cdots (6) \end{aligned}$$

前述したように、式(6)中の I_i^p には媒体を通過するふく射成分は含まれない。この拡散散乱成分と通過するふく射成分との関係は、固体面間の乱反射と鏡面反射との関係⁽⁶⁾⁽⁷⁾とまったく同様である。そこで、式(6)のアルベド Ω を拡散反射率も含む新たな量 Ω^p として再定義し、物体面に適用する鏡面反射率 Ω^s を新たに導入する。つまり、ふく射性媒体または不透明固体面で構成されるふく射要素 i について、いずれの場合もふく射エネルギーが次式で統一的に記述される。

$$\begin{aligned} dQ_{j,i,\lambda}(\bar{s}) &= A_i(\bar{s})[(1-\Omega^p-\Omega^s)I_{b,\lambda} + \Omega^p I_i^p] \\ &\times [1 - \exp(-\beta_\lambda \bar{S}_i)] d\omega \quad \cdots \cdots \cdots (7) \end{aligned}$$

ここで、固体壁面では $\beta_\lambda \bar{S}_i \gg 1$ とし、ふく射性媒体では $\Omega^s = 0$ とすることによって、プログラムの変更なしに固体面とふく射性媒体が記述できる。

式(7)を全周方向に積分することによって要素 i のふく射エネルギーは次式となる。

$$\begin{aligned} Q_{j,i,\lambda} &= [(1-\Omega^p-\Omega^s)I_{b,\lambda} + \Omega^p I_i^p] \\ &\times \int_{4\pi} A_i(\bar{s}) [1 - \exp(-\beta_\lambda \bar{S}_i)] d\omega \quad \cdots \cdots \cdots (8) \end{aligned}$$

$\beta_\lambda \bar{S}_i \gg 1$ で光学厚さが非常に厚いとき、ふく射要素が凹面を含まない場合の式(8)右辺の積分は次式となる⁽⁸⁾。

$$\begin{aligned} \int_{4\pi} A_i(\bar{s}) [1 - \exp(-\beta_\lambda \bar{S}_i)] d\omega \\ \rightarrow \int_{4\pi} A_i / 4 d\omega = \pi A_i \quad \cdots \cdots \cdots (9) \end{aligned}$$

ここで、 A_i はふく射要素の幾何学的表面積である。したがって、次式のふく射有効面積⁽⁵⁾を導入する。

$$A^R \equiv \frac{1}{\pi} \int_{4\pi} A_i(\bar{s}) [1 - \exp(-\beta_\lambda \bar{S}_i)] d\omega \quad \cdots \cdots \cdots (10)$$

式(10)で定義されるふく射有効面積は、固体平面ふく射要素の場合その表面積と一致する。ただし、面の裏面は考慮しない。ふく射性媒体のふく射要素の光学厚さが薄い場合、ふく射有効面積は次式となり、モンテカルロ法⁽²⁾でよく用いられる微小体積からの放射エネルギー量に関連づけられる。

$$A^R \rightarrow \frac{1}{\pi} \int_{4\pi} A(\bar{s}) \beta_\lambda \bar{S} d\omega = 4\beta_\lambda V \quad \cdots \cdots \cdots (11)$$

最終的に、拡散ふく射エネルギーは、ふく射性媒体や不透明固体面にかかわらず次式によって統一的に表

される。

$$Q_{j,i,\lambda} = \pi(\epsilon_i I_{b,\lambda} + \Omega^p I_i^p) A^R \quad \cdots \cdots \cdots (12)$$

ここで、 $\epsilon_i \equiv 1 - \Omega_i^p - \Omega_i^s$ であり、 $Q_{j,i,\lambda}$ は鏡面/拡散面の解析で定義した拡散ふく射伝熱量⁽⁶⁾と同一である。

4. 減衰・吸収・散乱形態係数

著者らは、鏡面を含む任意形状面間のふく射伝熱解析に吸収・乱反射形態係数を導入し⁽⁶⁾⁽⁷⁾、固体面間のはん用ふく射伝熱解析が任意形状・加熱条件で可能であることを示した。本報でも同様な考え方をふく射性媒体や固体面で構成されるふく射要素に拡張する。つまり、以下の減衰形態係数を導入する。

減衰形態係数 $F_{i,j}^E$

$$\begin{aligned} &[\text{ふく射要素 } j \text{ に到達しその要素によって} \\ &\text{減衰されるふく射エネルギー}] \\ &= \frac{[\text{ふく射要素 } i \text{ から放射される} \\ &\text{ふく射エネルギー}]}{\cdots \cdots \cdots (13)} \end{aligned}$$

いま、図2に示すように体積要素 i の重心から全周方向にふく射エネルギーが放射されており、その中で $\bar{s}'$ 方向に放射されるふく射エネルギー、式(7)、がふく射性媒体中で減衰しながら体積要素 j に到達する場合を考える。 $dQ(\bar{s})_{j,i}$ が要素 j に到達する割合を $f_j^i(\bar{s})$ として、要素 j の透過距離を S_j とすると、式(3)で外部からの入射ふく射を考慮して、減衰形態係数 $F_{i,j}^E$ は次式で表される。

$$\begin{aligned} F_{i,j}^E &= \frac{1}{\pi A_i^R} \int_{4\pi} f_j^i(\bar{s}) A_i(\bar{s}) \\ &\times [1 - \exp(-\beta_{\lambda,i} \bar{S}_i)] [1 - \exp(-\beta_{\lambda,j} S_j)] d\omega \quad \cdots \cdots \cdots (14) \end{aligned}$$

吸収形態係数 $F_{i,j}^A$ 、散乱形態係数 $F_{i,j}^D$ は次式で定義

Fig. 2 Extinction of radiation ray between elements i and j

される。

$$F_{i,j}^A \equiv \frac{\varepsilon_j F_{i,j}^E}{\varepsilon_j + \Omega_j^D}, \quad F_{i,j}^D \equiv \frac{\Omega_j^D F_{i,j}^E}{\varepsilon_j + \Omega_j^D} \quad (15)$$

$F_{i,j}^A$ と $F_{i,j}^D$ の導入によって、前報⁽⁶⁾と同様な5章に示す手法により個々のふく射要素の温度、単位体積当たりの発熱量などの熱条件を任意に与えた解析が可能となる。

5. ふく射伝熱解析

上記の形態係数は、単色ふく射伝熱解析に適用可能であるが、問題を簡略化するために灰色の仮定を導入する。前報⁽⁶⁾で乱射度を導入した類推から、拡散ふく射強度 I_i^D が次式で表される。

$$I_i^D = \varepsilon_i I_{b,i} + \Omega_i^D G_i / \pi \quad (16)$$

ここで、 G_i はふく射要素 i への外来照射である。拡散ふく射熱量 $Q_{i,i}$ は次式となる。

$$Q_{i,i} = A_i^R \pi I_i^D = A_i^R (\varepsilon_i n^2 \sigma T_i^4 + \Omega_i^D G_i) \quad (17)$$

ここで、 n はふく射要素の屈折率である。ふく射要素の正味伝熱量 $Q_{X,i}$ は熱収支より次式で得られる。

$$Q_{X,i} = A_i^R (\varepsilon_i (n^2 \sigma T_i^4 - G_i)) \quad (18)$$

N 個の多面体ふく射性媒体や多角形鏡面/拡散面のふく射要素で構成されるシステムを考える。式(19)で定義される放射エネルギー量 $Q_{T,i}$ を導入し式(20)の関係を用いると、式(16)、(17)は式(21)となる。

$$Q_{T,i} = A_i^R \varepsilon_i n^2 \sigma T_i^4 \quad (19)$$

$$Q_{G,i} = A_i^R G_i = \sum_{j=1}^N F_{j,i}^E Q_{j,j} \quad (20)$$

$$\left. \begin{aligned} Q_{j,i} &= Q_{T,i} + \sum_{j=1}^N F_{j,i}^D Q_{j,j} \\ Q_{X,i} &= Q_{T,i} - \sum_{j=1}^N F_{j,i}^A Q_{j,j} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

各要素に温度 T_i または単位体積当たりの発熱量 $q_{X,i}$ のどちらか一方が与えられると、それらから $Q_{T,i}$ または $Q_{X,i}$ が求められるから、式(21)の $Q_{j,j}$ を消去し前報と同様な解析⁽⁶⁾⁽⁷⁾を行うことにより、 $Q_{X,i}$ または $Q_{T,i}$ がそれぞれ計算される。それらの値から各要素の $q_{X,i}$ または T_i が次式で求められる。

$$I_{b,i} = \frac{n^2 \sigma T_i^4}{\pi} = \frac{Q_{T,i}}{\varepsilon_i \pi A_i^R}, \quad q_{X,i} = \frac{Q_{X,i}}{V_i} \quad (22)$$

ただし、ふく射要素が多角形平面の場合、 V_i はその面積とする。

6. 光線放射モデル

実際に使用される工業モデルは、はん用の有限要素法の要素生成パッケージなどによって、多角形要素や多面体要素にモデル化される場合が多い。これらのツールを使用できるように、本解析法では、ふく射要素を

Fig. 3 Ray emission model of various shapes

図3に示すような三角形、四角形、四面体、くさび形および六面体でモデル化する。多面体 i の各面の表面積を $A_{i,k}$ とし、それらの面の法線ベクトルを $\hat{n}_{i,k}$ とすると、多面体の $\hat{s}$ 方向の投影面積は次式となる。

$$A_i(\hat{s}) = \sum_{k=1}^K A_{i,k} \operatorname{sgn}(\hat{n}_{i,k} \cdot \hat{s}) \quad (23)$$

ここで、

$$x > 0 \text{ で } \operatorname{sgn}(x) = x, \quad x \leq 0 \text{ で } \operatorname{sgn}(x) = 0 \quad (24)$$

また、 K は多面体の面の数で、六面体では $K=6$ 、多角形では $K=1$ である。

ふく射有効面積 A^R は式(10)の積分を数値的に行うことによって得られる。光線放射方向の離散化 $\hat{s}(\theta_i, \phi_j)$ は次式によって行なった。

$$\left. \begin{aligned} \theta_i &= \pi(i-1)/(N_\theta+1), \quad (i=1 \cdots N_\theta+2) \\ \phi_j &= 2\pi R_i + j\Delta\phi_i, \quad (j=1 \cdots N_i) \\ \Delta\phi_i &= 2\pi/N_i, \quad N_i = 2(N_\theta+1) \sin \theta_i/i, \\ &\quad (i=2 \cdots N_\theta+1) \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

ここで、 $N_\theta+2$ は天頂角方向の分割数、 N_i は四捨五入した整数、 R は $0 \leq R_i \leq 1$ の乱数である。式(25)は一度だけ計算され、すべてのふく射要素に共通に使うことによって、乱数生成の計算時間を短縮している。各要素から放射される光線の全本数と離散化された立体角は次式となる。

$$N_{tr} = 2 + \sum_{i=2}^{N_\theta+1} N_i, \quad \Delta\omega = 4\pi/N_{tr} \quad (26)$$

図3は、 $N_\theta=3$ 、 $N_{tr}=33$ における各ふく射要素からの光線放射を示したものである。図3のふく射要素は、二辺の光学厚さが1の直角二等辺三角形または一辺の光学厚さが1の正方形で構成される平面または多面体である。矢印の長さは光線強度を示しており、次式で定義される。

$$\Delta A^R = A(\hat{s})[1 - \exp(-\beta\bar{S})]\Delta\omega \quad (27)$$

光線は要素の重心を中心とし、式(25)に従い放射されるが、ふく射要素の表面を始点として光線が放射され

Fig. 4 Accuracy of effective radiation areas with number of emitted rays

る。図3に示されているように、各要素から放射される光線の本数が同一なので、表面積または体積が大きいふく射要素からの光線強度が大きい。

式(9)、(10)に示されるように、 $\beta\bar{S} \gg 1$ のとき A^R はふく射要素の幾何学的表面積 A_t と等くなる。図3のふく射要素について $\beta\bar{S}$ を著しく大きくした場合、放射光線数が A^R と A_t の差異に及ぼす影響を示したものが図4である。図4中には N_0 に対応する N_{tr} も示してある。いずれの形状でも、光線放射数の増大とともに A^R の誤差が急激に減少している。特に $N_{tr} = 45$ と少ない光線放射数でも比較的良好な近似が得られていることがわかる。

式(27)で $\bar{s}$ 方向の ΔA^R が与えられると、その光線は前報と同様な手法⁽⁷⁾ で光線追跡が行われ、式(14)の減衰形態係数が算出される。放射光線追跡法はふく射の指向制御の解析に使用され⁽⁹⁾、モンテカルロ法に比べて著しい計算時間の短縮化が報告されている⁽¹⁰⁾。

前報⁽⁶⁾でも議論されているように、放射光線追跡法によって得られた形態係数は、必ずしも相互関係を満足しない。特に複雑な形状で大きなふく射要素と小さなふく射要素間の形態係数で放射光線数が少ない場合に相互関係を満足しないことが多い。本報では、放射光線追跡法による減衰形態係数の精度を向上させるために、大森ら⁽¹¹⁾と類似の手法によって、形態係数 $F_{i,j}^R$ の対称化を行った。

7. 単純形状物体による解析精度の検証

本報のふく射伝熱解析法の解析精度を検証するために、図5に示すような単純形状の解析を行う。光学厚

Fig. 5 Calculation model of a rectangular solid participating medium covered with surfaces

Fig. 6 Comparison of dimensionless temperature distribution between analytical solution and the present numerical method

さ τ_0 で一辺が τ_a の正方形の面をもつ直方体のふく射性媒体を考える。媒体の体積当たりの発熱 $q_v = 0$ とする。直方体の2面は温度 T_1, T_2 の等温黒体面で覆われている。他の4面は解析の一次元性を得るために、完全鏡面 $\Omega^s = 1$ の面で覆っている。図5の体積要素は、光学厚さ $\Delta\tau$ の N_m 個の要素に分割した。

本報でふく射性媒体中の無次元温度分布を解析解⁽¹²⁾と比較したものが、図6である。各ふく射要素からの放射光線数は45とし、直方体の縦横比 $\tau_a/\tau_0 = 1$ とした。本数値解析法は解析解と比べて比較的良好な解析精度を有する。特に $\tau_0 = 10$, $N_m = 5$ で1要素の分割が $\Delta\tau = 2$ と大きくても温度分布は解析解と比較的良好一致を示す。図6の解析を $\tau_a/\tau_0 = 100$ としても行ったが、 $\tau_a/\tau_0 = 1$ の場合とほぼ同一の結果が得られ

Fig. 7 Comparison of dimensionless heat flux through plane parallel participating media

ている。このことから、 $\tau_a/\tau_0=1$ でも完全鏡面を付加することにより、モデルの一次元性が得られていることがわかる。

図7は、図5の解析モデルについて、壁面1から2へのふく射伝熱量 q^R を解析解⁽¹²⁾と比較したものである。図7中には、各光学厚さ τ_0 について $\Delta\tau$ 一定とした場合を比較している。本解析の数値解は、要素の分割数と N_{tr} を大きく取れば解析解に漸近する。しかし、ふく射伝熱量の解析精度は、前報⁽⁸⁾と同様に、媒体全体の分割数よりは各要素の光学厚さ $\Delta\tau$ に依存しており、 $\Delta\tau < 0.5$ で十分な解析精度が得られていることがわかる。上記の解析は $N_{tr}=45$ で行ったが図7中には $N_{tr}=561$ の結果も一例示してある。両者はよく一致している。このことから、本ふく射要素法は、モンテカルロ法などに比べ著しく少ない放射光線数で十分な精度が得られていることがわかる。

本ふく射要素法を二次元正方形モデルと三次元立方体モデルに適用し、既存の解析解⁽¹³⁾ならびに数値解⁽¹⁴⁾との比較を行った。本数値解と既存解はよく一致し⁽¹⁵⁾、少ない放射光線数で良好な精度が得られることが明らかとなっている。

8. 任意形状物体のふく射伝熱

任意形状物体解析の例として、立方体のふく射性媒体の中に球形の不透明等温物体がある場合を考える。立方体の辺長を $2\tau_0$ ($\tau_0=1$)とし、球形物体の直径は τ_0 とした。これと等価な系として、不透明球形物体は温度 $T_1=1000\text{ K}$ の不透明等温灰色面で置き換え、球形物体は空洞とした。立方体の4面は $T_2=0\text{ K}$ の等温

Fig. 8 1/8 symmetric model of a participating cube with a spherical cavity covered with opaque surfaces

Fig. 9 Dimensionless temperature distribution of a participating cube with a spherical cavity

面、他の2面は断熱灰色面とした。これらの面は反射率0.5の拡散面とし、ふく射性媒体はアルベド0.5で単位体積当たりの発熱量は零とした。

図8は、本解析で用いた1/8モデルを示している。図8のモデルは、136の多面体要素とそれを覆う140の不透明多角形要素で構成される。モデルの対称性を満足するために、3面には完全鏡面を張り付けてある。

ふく射伝熱解析は、図8に示す276ふく射要素について、各要素からの放射光線数を45として行った。本解析に要した計算時間は、Cray-YMPの1CPUを用いた場合、4.7sであった。要素分割には、有限要素法で用いられる三次元はン用プレ・ポストパッケージを使用した。本ふく射要素法は、解析モデルをふく射要素に分割するとき、解の収束性などによる形状の制約がほとんどなく、かつ体積要素と平面要素を区別しないで解析可能である。したがって、既存の熱伝導や対流伝熱、応力解析などと組合せた複合伝熱解析が容易である。

図9は、式(28)で定義した無次元温度分布を示している。図9では、表面要素を取り去りふく射性媒体の温度のみを示した。

$$\phi \equiv (T^4 - T_2^4) / (T_1^4 - T_2^4) \quad \dots\dots\dots (28)$$

球形空間表面の温度分布は、断熱面に面した部位の温度が高く、低温面の角に面した表面温度が低くなっ

ていることがわかる。また、断熱面近傍の等温面が断熱面と垂直に交差している。

同様な解析が放射光線数 561 の場合でも行われたが、 $N_{tr}=45$ とほぼ同一な解が得られた。モンテカルロ法では各要素から 10^4 オードの量子化されたふく射束を放射する場合も多い。それらに比べると、このような複雑形状でも著しく少ない放射光線数で良好な精度が得られていることから、本ふく射要素法は種々の問題に適用可能であると考えられる。さらに、本数値解析法はプログラムを高度にベクトル化することが可能で、ベクトルプロセッサを有するコンピュータを有効に使用することができる。

9. 結 言

光線放射モデルによるふく射要素法(REM²)が提示された。本解析法は、多面体要素で構成される任意形状のふく射性媒体や多角形平面で構成される鏡面/拡散面について任意の熱条件を与えて統一的に解析可能な手法である。本ふく射要素法の解析法が示され、数値例によって以下のことが明らかとなった。

(1) 本解析法を直方体ふく射性媒体に適用し、一次元解析解と比較した。本数値解の温度分布は広範囲な光学厚さについて解析解と比較的よい一致を示す。しかし、熱流束は、分割したふく射要素の光学厚さが 0.5 以下では良好な精度を示すが、ふく射要素の光学厚さが大きくなると解析解より大きな値となる。

(2) 球形の空洞を有するふく射性媒体表面を各種熱条件の不透明平面で覆った解析モデルについて、モデル化と数値解析が行われた。ふく射要素の生成には

有限要素法のはん用要素生成パッケージが使用されており、本ふく射要素法は既存の熱伝導や対流解析と容易に結合することが可能である。

(3) 各要素からの放射光線数はモンテカルロ法などに比べると著しく少ない数で良好な精度を与える。上記(1)、(2)の場合では放射光線数は 45 程度で十分な精度が得られている。また、本解析法はプログラムを高度にベクトル化することが可能でベクトルプロセッサを有するコンピュータでは特に有利である。

文 献

- (1) Siegel, R. and Howell, J. R., *Thermal Radiation Heat Transfer*, 3rd ed., (1992), 795-804, Hemisphere.
- (2) 上藤一彦・ほか 3 名, 第 30 回伝熱シンポジウム論集, **1**(1993), 265-267.
- (3) Fiveland, W. A., *Trans. ASME, J. Heat Transf.*, **106** (1984), 699-706.
- (4) Bialecki, R. A., *Topics Eng., Comput. Mech. Publ.*, **15** (1993), 67-89.
- (5) 円山重直・相原利雄, 機論, **53** 491, B(1987), 2187-2191.
- (6) Maruyama, S., *Numer. Heat Transf., Part A*, **24** 2 (1993), 181-196.
- (7) 円山重直・相原利雄, 機論, **59** 566, B(1993), 3202-3209.
- (8) 円山重直・相原利雄, 機論, **60** 577, B(1994), 3138-3144.
- (9) 円山重直, 機論, **57** 535, B(1991), 1084-1090.
- (10) 早坂洋史・ほか 5 名, 機論, **52** 476, B(1986), 1734-1740.
- (11) 大森敏明・ほか 3 名, 機論, **57** 542, B(1991), 3491-3498.
- (12) Heaslet, M. A. and Warming, R. F., *Int. J. Heat Mass Transf.*, **8**(1965), 979-994.
- (13) Crosbie, A. L. and Schrenker, R. G., *J. Q. Spectrosc. Radiant. Transf.*, **31**(1984), 339-372.
- (14) Larsen, M. E. and Howell, J. R., *Trans. ASME, J. Heat Transf.*, **107**(1985), 936-942.
- (15) Maruyama, S. and Aihara, T., *Proc. Int. Symp. Radiat. Heat Transf.*, (1995), (掲載予定).