数値解析による流体音の音源分布の解析*

古池 治 孝^{*1}, 石 原 国 彦^{*1}
後 藤 知 伸^{*2}, 高 野 泰 斉^{*2}Analysis of Aeroacoustic Source Distribution
by Means of Numerical SimulationHarutaka KOIKE, Kunihiro ISHIHARA,
Tomonobu GOTO and Yasunari TAKANO

This study deals numerically with the aerodynamic sound radiated from the flow over a circular cylinder at a Reynolds number of 10^3 . The standard acoustic analogy method is applied. The incompressible time dependent two-dimensional flow around the cylinder is calculated by means of the finite difference method, then the variables are substituted into the approximate analytic solution of a nonhomogeneous wave equation. The result of far-field sound calculation using a solution which Howe expresses as a volume integral form is compared with that using another one which Curle expresses as a surface integral form. Good agreement is obtained between them. Howe's equation is used to investigate the sound source distribution in the flow field. The sign of the pressure fluctuation radiated from a small sound source region is opposite to those radiated from the neighboring ones. Most of the pressure fluctuations interfere and vanish as a consequence of volume integration. The remainder is observed as far field sound. It is shown that there are some regions which contribute more significantly to the sound generation than the other regions on average in time.

Key Words: Aerodynamic Acoustics, Computational Fluid Dynamics, Finite Difference Method, Sound Source Analysis, Curle's Equation, Howe's Equation, Far-field Sound

1. 緒 言

近年、航空機、車両、自動車などの輸送機械や送風機などの流体機械で発生する騒音問題の原因として、風切り音などの流体音の大きさが割合を占めるようになってきている。発生する音の大きさが速度のべき乗に比例して大きくなるということが流体音の大きな特徴としてあげられるので、流れが低速の時には、振動音にかき消されていた流体音が、輸送機械の高速化、流体機械の高性能化によって突出してきたものと考えられる。この流体音の予測を精度良く行うことができれば、流体騒音低減のための指針が得られ、各種機器の低騒音化に大きく貢献するものと期待される。

流体音予測には、Lighthillの音響アナロジー⁽¹⁾の考え方に従って、流れの数値解析(CFD解析)と波動方程式の近似解を組み合わせる方法が用いられる。波動方程式の近似解としては、物体表面に働く力の時間勾

配と遠距離音場の関係を与えるCurleの式⁽²⁾がよく用いられる。この式を3次元CFD解析結果と組み合わせると、実験とよく一致した結果が得られている⁽³⁾。また、2次元CFD解析とCurleの式に基づいた相当音源の解析⁽⁴⁾などもなされている。

一方、音の直接の発生源は渦運動に起因するものであり、物体表面での圧力変動は、その結果であるという考え方に基いて、波動方程式の近似解にHoweの式⁽⁵⁾が用いられることもある⁽⁶⁾。遠距離音場を求めるのに、Curleの式では物体表面の積分を行うのに対して、Howeの式では流れ場全体の積分を行うため、数値解析を行う際の積分領域の設定の問題、積分点数の大小による計算時間の問題などで、Curleの式がこれまでよく用いられてきたものと考えられる。しかし、流体音の制御を考えるとときには、流体の運動そのものと流体音の関係を結びつけることのできるHoweの式の利点を生かすことができると考えられる。

本研究では、円柱まわりの2次元CFD解析とCurleの式あるいはHoweの式を組み合わせ、カルマン渦から放射される流体音の解析を行い、Curleの式による

* 原稿受付 1995年6月12日。

^{*1} 正員、川崎重工業(株)(〒673 明石市川崎町1-1)。^{*2} 正員、鳥取大学工学部(〒680 鳥取市湖山町南4-101)。

解析と Howe の式による解析の結果を比較する。さらに、Howe の式に基づいた音源分布の解析を行い、遠距離音に対して時間平均的に音源として寄与する特定の領域が存在することを明らかにする。

2. 解析の方法

2.1 流れの数値解析 音は圧縮性流体の中を伝播するが、波長に比べて十分小さい音源領域から放射される遠距離音の場合、すなわち音源領域がコンパクトな場合、音源領域での流体の運動は非圧縮性流体のものとして取り扱ってよいことが知られている^{(3),(7)}。したがって、本研究では円柱まわりの流れを非圧縮性流体として、差分法による解析を行う。

数値解析には、Tamura ら⁽⁸⁾にならって、MAC 法に準じる方法を用いる。すなわち、連続の式と運動方程式を連立させて得られる圧力 p のポアソン方程式 (1) と運動方程式 (2) を連立し、時間発展させながら解く方法である。

$$\frac{1}{\rho_0} \nabla^2 p = -\nabla \cdot (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} - \frac{1}{\Delta t} D^n, \quad D = \nabla \cdot \mathbf{u} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (2)$$

ここで、 t は時間、 $\mathbf{u}$ は速度ベクトル、 ρ_0 は密度、 ν は動粘性係数である。また、 Δt は時間刻み幅を、上添字 n は時間ステップを示す。

対流項には 3 次精度の風上差分を用いる。たとえば、格子点 i における $u \partial u / \partial x$ は、格子間隔を h とすると、

$$\left(u \frac{\partial u}{\partial x} \right)_i = u_i \frac{-u_{i+2} + 8u_{i+1} - 8u_{i-1} + u_{i-2}}{12h} + |u_i| \frac{u_{i+2} - 4u_{i+1} + 6u_i - 4u_{i-1} + u_{i-2}}{4h} \quad (3)$$

となる。その他の項には中心差分を用いる。

時間発展については、式 (4) のように対流項を線形化し、半陰的に計算をすすめる。

$$\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = \mathbf{u}^{n+1} \cdot \nabla \mathbf{u}^{n+1} \simeq \mathbf{u}^n \cdot \nabla \mathbf{u}^{n+1} \quad (4)$$

2.2 Curle の式 静止流体中を伝わる密度変動 ρ' を、任意の定数 c_0 を使って非斉次波動方程式の形に表した Lighthill 方程式⁽¹⁾は、

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2 \right) \rho' = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (5)$$

である。 T_{ij} は、

$$T_{ij} = \rho u_i u_j + \delta_{ij} (p' - c_0^2 \rho') - e_{ij} \quad (6)$$

であり、Lighthill の乱流応力テンソルと呼ばれる。ここで、' のついた物理量は、静止一様流体のものからのずれを表す。また、 e_{ij} は粘性応力テンソル、 δ_{ij} は Kronecker の記号である。

Curle の式は、式 (5) において、 c_0 を音速とし、自由空間でのグリーン関数を適用して得られる。物体が剛体で移動しない場合、Curle の式⁽²⁾は、

$$p' = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int \frac{T_{ij}(\mathbf{y}, t - r/c_0)}{r} dV - \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x_i} \int \frac{f_i(\mathbf{y}, t - r/c_0)}{r} dS \quad (7)$$

となる。ここで、 $\mathbf{x}, \mathbf{y}$ はそれぞれ観測点と音源の位置ベクトル、 r は観測点と音源との距離 $|\mathbf{x} - \mathbf{y}|$ 、 f_i は物体境界に働く単位面積あたりの力を示す。また、 dV, dS はそれぞれ体積要素、面積要素である。

音源領域がコンパクトな場合には、式 (7) の空間微分を時間微分に置き換えることができる。また、一般に、流れのマッハ数が小さいときには、第 2 項に比べて第 1 項は小さくなる。さらに、物体表面位置の違いによる遅延時間差を無視すると、式 (7) は、

$$p' = -\frac{x_i}{4\pi c_0 x^2} \int \frac{\partial f_i(\mathbf{y}, t - r/c_0)}{\partial t} dS \quad (8)$$

と簡単化することができる。式 (7) から式 (8) を導くのに用いた条件は、ここで扱うようなカルマン渦から放射される音の場合には満足されている。

2.3 Howe の式 Howe は、Lighthill 方程式に対応する対流波動方程式を導いた。マッハ数が小さく熱の移動が無視できる流れの場合、淀み点エンタルピー B についての対流波動方程式⁽⁵⁾は、

$$\left\{ \frac{1}{c_0} \left(\frac{\partial}{\partial t} - \mathbf{U} \cdot \nabla \right)^2 - \nabla^2 \right\} B = \nabla \cdot (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}) \quad (9)$$

となる。ここで、 $\mathbf{U}$ は一様流の速度ベクトル、 $\boldsymbol{\omega}$ は渦度ベクトルである。

物体表面での境界条件を近似的に満足する低周波数グリーン関数を用いた式 (9) の近似解析解において、式 (7) から式 (8) を導いたのと同様の条件を適用した上で、一様流のマッハ数が 0 の極限を考えると、

$$p' = -\frac{\rho_0}{4\pi c_0 x} \frac{\partial}{\partial t} \int \left\{ (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}) \cdot \nabla_y \left(\frac{x_i Y_i}{x} \right) \right\} dV = -\frac{x_i}{4\pi c_0 x^2} \int \frac{\partial}{\partial t} \rho_0 \{ (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}) \cdot \nabla_y \} Y_i dV \quad (10)$$

が導かれる。ここで、 Y_i は低周波グリーン関数の一部であり、 i 方向から速さ 1 の仮想的な一様流がくるときの、物体まわりの速度ポテンシャルを表す⁽⁹⁾。直径 d の円柱の場合、

Fig. 1 Grid system

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \{1 + d^2/4y^2\} y_1 \\ \{1 + d^2/4y^2\} y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}, y^2 = y_1^2 + y_2^2 \quad (11)$$

である。

3. 解析結果

3.1 CFD 解析 円柱のまわりのレイノルズ数 10^3 の流れを対象として 2 次元解析を行った。一様流の速度 U と円柱直径 d を用いて d/U で無次元化した時間刻み幅は、 5×10^{-3} である。なお以下では、計算開始から約 95 無次元時間が経過し、流れが十分周期的になったと考えられる時点をも、時刻 0 とする。

図 1 は、数値解析に使用した格子である。O 型で格子点数は、周方向、半径方向にそれぞれ 100 点、計 10,000 点である。解析領域は、ほぼ円形（半径 $20d$ ）であり、円柱は領域の中心から $8d$ ほど上流側にある。この格子系で解析を行うため、式 (1) と式 (2) を一般座標変換して解析した。

図 2 は、揚力係数 C_L と抗力係数 C_D の時間変化の様子である。 C_L 、 C_D ともに、正弦波状の変化をしており、カルマン渦が周期的に放出されている様子がうかがえる。

抗力係数の平均値は 1.47 であり、このレイノルズ数での実験値 $1.0^{(10)}$ よりも 50 % ほど大きい。しかし、異なる格子で行った予備計算でも同じ値が得られており、このことの原因は、2 次元解析を行っているということにあるものと考えられる。すなわち、円柱後方の剥離現象が実際の 3 次元の現象に比べて強くなっていることと、実際の現象では円柱の長手方向に剥離現象の位相のずれが生じていることが原因としてあげられる。

表 1 に、揚力係数と抗力係数の平均値と振幅、図 2 から読みとった Strouhal 数の値を示す。また、著者ら

Fig. 2 Time history of C_L , C_D Table 1 Lift and drag coefficients (C_L , C_D), Strouhal number(St)

	Present	Ref.(11)
C_L mean	0.0	0.0
C_L amplitude	1.30	1.4
C_D mean	1.47	1.5
C_D amplitude	0.21	0.2
St	0.23	0.24

が圧縮性流体解析を行って得られた値⁽¹¹⁾もあわせて示す。本解析の結果と圧縮性流体解析の結果は、非常によく一致しており、実験値との差異はあるものの、流れの 2 次元数値解析としては、妥当な結果が得られているものと考えられる。

3.2 流体音の解析 Curle の式と Howe の式の両者を用いて流体音の解析を行った。ここでは、図 3 に示すように座標系を定め、 x_1 を流れに沿った方向、 x_2 を流れに垂直な方向とする。

3 次元 CFD 解析の結果を用いる場合には、円柱長手方向の流れの位相差を考慮できる⁽³⁾が、2 次元 CFD 解

Fig. 3 Geometry of interest and computational domain

析の結果を用いる場合、実験もしくは3次元CFD解析から得られる長手方向の相関長さを与える必要がある。しかし、相関長さの確たる値は明らかでなく、流体音の大きさと相関長さは単純な比例関係にあるので、ここでは円柱直径を代表長さを選び、円柱長さを直径と同じとする。また、円柱端面の影響は無視する。

Curleの式とHoweの式は、観測点の位置ベクトル $\mathbf{x}$ と音源を表す項 $\mathbf{Q}$ の内積の形をしている。それぞれの式に対して $\mathbf{Q}$ を、

$$Q_i = \int \frac{\partial f_i}{\partial t} dS \quad (\text{Curle}) \quad (12)$$

$$Q_i = \int \frac{\partial}{\partial t} \rho_0 \{ (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}) \cdot \nabla_y \} Y_i dV \quad (\text{Howe}) \quad (13)$$

と定義する。式(12)と(13)の両式に、CFD解析で得られた f_i および $\boldsymbol{\omega}$, $\mathbf{u}$ を代入して求めた Q_i の時間変化を図4に示す。 Q_i を求める際の体積積分と時間微分は数値的に行った。また、図4の縦軸は、 $\rho_0 U^3 d$ で無次元化して示してある。最大、最小となる部分で若干の差異がみられるものの、Curleの式による Q_i とHoweの式による Q_i は非常によく一致している。 Q_1 と Q_2 の大きさの比は音場の指向性を表しているの、両者が Q_1 , Q_2 ともに一致していることから、放射される音の振幅と指向性のどちらもよく合っていることがわかる。

Lighthill方程式(5)、Howeの波動方程式(9)において、音波が微小変動であるという近似をあらかじめ導入すると、それぞれ

$$\left(\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) p' = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (14)$$

$$\left(\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) p' = \rho_0 \nabla \cdot (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}) \quad (15)$$

となる。一般に、マッハ数の小さい流れでは、 $T_{ij} \simeq \rho_0 u_i u_j$ と近似することができる⁽¹²⁾。また、

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u_i u_j}{\partial x_i \partial x_j} = \rho_0 \nabla \cdot (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}) + \rho_0 \nabla^2 \left(\frac{u^2}{2} \right) \quad (16)$$

なので、式(14)と式(15)の差異は、 $\rho_0 \nabla^2 (u^2/2)$ の関与する部分である。(Howeの波動方程式(9)は淀み点エントルピー B について導かれているため、この部分は左辺に含まれている。)

この部分の影響について調べるため、Howeの式を用いた Q_i において時間微分を除いた

$$s_i^0 = \int \rho_0 \{ (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}) \cdot \nabla_y \} Y_i dV \quad (17)$$

$$s_i^{add} = \int \rho_0 \left\{ \left(\nabla \frac{u^2}{2} \right) \cdot \nabla_y \right\} Y_i dV \quad (18)$$

Fig. 4 Time history of $\mathbf{Q}$: (a) x_1 component, (b) x_2 component

Fig. 5 Time history of $\mathbf{s}$

を定義する。 $\rho_0 U^2 d^2$ で無次元化した s_i^0 , s_i^{add} の時間変化を図5に示す。 s_1^{add} は約-0.45、 s_2^{add} は約0でほぼ一定値となっており、いずれも s_1^0 , s_2^0 と比べると時間変化が極めて小さい。 $\mathbf{Q} = \partial \mathbf{s} / \partial t$ なので、 s^{add} による音は、 s^0 による音に比べて、ほぼ無視できる大きさになる。したがって、表面積分と体積積分という解の表現の形式は異なるが、音源の位置による位相差を無視した遠距離音場という近似を導入しても、Curleの式とHoweの式は同等の値を与えることになる。

3.3 音場の様子 Curleの式とHoweの式は同等の結果を与えることがわかったので、Curleの式を使っ

Fig. 6 Spectrum of Q

て音場の様子を調べる。Curleの式によると、 x_2 方向に放射される音は円柱に働く揚力変動に対応し、 x_1 方向に放射される音は、抗力変動に対応する。今回行ったCFD解析結果は、前述のように実験結果とは異なるので、ここでは定性的な音場の様子を調べる。

図4では、 x_2 方向に放射される音の方が x_1 方向に放射される音よりも大きくなっている。これによって全体の音場は、流れに垂直な方向に軸を持つ双極子的なものになる。Qの周波数分析結果を図6に示す。横軸は、 U/d で無次元化した周波数であり、縦軸は $\rho_0 U^3 d$ で無次元化したQの振幅である。 x_2 成分の基本周波数はStrouhal数、すなわち揚力変動の周波数に対応しており、 x_1 成分の基本周波数は抗力変動の周波数に対応している。

これらの定性的な音場の特徴は、実験やこれまでの報告^{(6),(11)}でも確認されている。

3.4 音源領域 Curleの式では、物体表面を音源とみなすのに対して、Howeの式では流れの中に音源領域を考えている。ここでは、観測される音の大きい x_2 方向の音を対象にして、Howeの式に基づいて音源領域を調べる。

Howeの式を用いた Q_i において、体積積分の被積分関数を式(19)のように定義する。

$$q_i = \frac{\partial}{\partial t} \rho_0 \{ (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}) \cdot \nabla_y \} Y_i \quad (19)$$

図7に、図3の aa' で示される線分に沿った q_2 の分布を、 $\rho_0 U^3/d^2$ で無次元化して示す。横軸は d で無次元化しており、 $y_1 = 0$ は、円柱の中心である。円柱の後方 $y_1 = d$ の付近で、振幅が最大になり、円柱から $10d$ ほど離れたと、振幅がほぼ0になっている。また、どの時刻においても、正負の領域が交互に現れている。これらの符号の異なる領域から放射される音が互いに打ち消し合った残り部分が観測される音となる。

線分 aa' 上の分布のみを示しているため、図7からだけでは明らかでないが、解析領域全体を調べると、図4の点Aで示されている時刻のように、 Q_2 が正（音の圧力が負）のときには、 q_2 の正の領域からの寄与が負の領域からの寄与に比べて強くなっている。このとき、 q_2 が負の領域は音を小さくする働きをする。また、 Q_2 が負（音の圧力が正）のときには、 q_2 の負の領域からの寄与が強くなっており、 q_2 が正の領域は音を小さくする働きをする。つまり、 Q_2 と q_2 の符号が同じ領域は、音の圧力を大きくするのに寄与する正の音源領域であり、両者の符号が異なる領域は、負の音源領域だと考えられる。そこで、任意の観測点の方向を考えて、

$$E_{ij} = \frac{x_i q_i x_j Q_j}{x} = \frac{x_i x_j}{x^2} q_i \int q_j dV \quad (20)$$

で表される E_{ij} を定義する。

図8は、図3の aa' で示される線分に沿った E_{22} の分布を $\rho_0^2 U^6/d$ で無次元化して示したものである。 E_{22} は時間変動しており、常に一定の寄与をする音源領域は存在しない。また、時刻2.175と4.375において、 E_{22} は一致してしている。これは、両時刻での q_2 が、どの位置でも符号が逆で絶対値はほぼ等しく（図7）なっており、 Q_2 の値も両時刻で符号が逆で絶対値がほぼ等しく（図4）なっていることによる。

この E_{ij} を用いると、音の圧力の2乗平均値を

$$\begin{aligned} \overline{p^2} &= \frac{1}{16\pi^2 c_0^2 x^2} \left(x_i \int q_i dV \right)^2 \\ &= \frac{1}{16\pi^2 c_0^2 x^2} x_i x_j \int q_i dV \int q_j dV \\ &= \frac{1}{16\pi^2 c_0^2 x^2} x_i x_j \int q_i \int q_j dV dV \\ &= \frac{1}{16\pi^2 c_0^2} \int \frac{x_i x_j}{x^2} q_i \int q_j dV dV \\ &= \frac{1}{16\pi^2 c_0^2} \int \overline{E_{ij}} dV \end{aligned} \quad (21)$$

Fig. 7 Distribution of q_2 on aa'

Fig. 8 Distribution of E_{22} on aa'

Fig. 9 Distribution of $\overline{E_{22}}$ on aa'

と表すことができる。ただし、— は、時間平均を表す。したがって、 $\overline{E_{ij}}$ は、Curle の式を用いて定義された物体表面上の相当音源強度^{(4),(13)}に対応する、2 乗平均音圧に対する流れ領域の中の相当音源とみなすことができる。

図 9 に、 $\rho_0^2 U^6 / d$ で無次元化した $\overline{E_{22}}$ の分布を示す。時間平均は、数値積分によって求めた。 $\overline{E_{22}}$ は一様にはならず、正負の相当音源領域が入り組んで現れる。すなわち、観測される音に対して時間平均的に正の寄与をする部分があり、逆に負の寄与をする部分も存在する。図 9 では、観測される音に正の寄与をする相当音源領域が、 $y_1 = 2d$ の付近にあり、負の寄与をする領域が、 $y_1 = d, 3d$ の付近にあることがわかる。正の相当音源領域の位置は、図 7 に示す q_2 の振幅の大きい位置とは一致しない。このような場合、 q_2 の振幅のみで音源領域を決めるのは困難であり、 $\overline{E_{22}}$ や E_{22} を用いるのが適当であると考えられる。

解析領域内の $\overline{E_{22}}$ の分布を、図 10 に示す。図 10(a) は正の相当音源分布図であり、図 10(b) は負の相当音源分布図である。図 9 で調べた円柱後方の領域以外に、円柱の上下にも強い相当音源が分布しており、負の相当音源の領域を取り囲むように正の相当音源が広がって

Fig. 10 Distribution of $\overline{E_{22}}$: (a) $+1 \sim +3$, (b) $-3 \sim -1$: The intervals of lines are 0.2.

いる。もっとも強い正の相当音源領域は、円柱の上下の強い剪断層の存在する領域だと推測されるが、現在のところ、流れ場と直接の対応付けをするには到っていない。

4. 結 言

一様流中の円柱まわりの流れの 2 次元解析結果に、Curle の式あるいは Howe の式を組み合わせ、流体音の解析を行い、以下の結論を得た。

- (1) 音の圧力を表面積分で表す Curle の式と体積積分で表す Howe の式は、遠距離音場に対して同等の結果を与える。
- (2) 円柱から放射される流体音は流れに垂直な方向に指向性をもつ双極子的なものとなる。これは、Curle の式から導かれるように、放射される音が、円柱に働く力の時間微分で評価でき、揚力変動の方が抗力変動よりも大きいことによる。
- (3) 流れの中には、正負の異なった符号をもつ音源領域が入り組んでおり、それらが相殺したわずかな残りの部分が観測される音となる。
- (4) Howe の式により、流体内部の相当音源強度の分布を調べることができる。相当音源強度が時間平均的に正になる領域、負になる領域が存在する。

今回の解析では、流れの 2 次元数値解析の結果を用いているため、定量的なことまで調べることはできなかったが、流れの 3 次元解析の結果と Howe の式を組み合わせることにより、流れの制御による流体音の制御のための相当音源の情報が得られるものと考えられる。

文 献

- (1) Lighthill, M. J., *Proc. Roy. Soc. London, Ser. A* 211 (1952), 564.

- (2) Curle, N., *Proc. Roy. Soc. London*, Ser. A **231** (1955), 505.
 - (3) 加藤・ほか4名, *機論*, **60**, B(1994), 126.
 - (4) 三宅・ほか3名, *機論*, **59**, B(1993), 3475.
 - (5) Howe, M. S., *J. Fluid. Mech.*, **71**(1975), 625.
 - (6) Hardin, J. C. and Lamkin, S. L., *AIAA J.*, **22**-1(1984), 51.
 - (7) Kambe, T., *J. Fluid. Mech.*, **173**(1986), 643.
 - (8) Tamura, T. and Kuwahara, K., *AIAA Paper*, 89-1805(1989).
 - (9) Howe, M. S., *J. Fluid. Mech.*, **67**(1975), 597.
 - (10) 日本流体力学会編, *流体力学ハンドブック*, 丸善(1987), 232.
 - (11) 古池・ほか2名, *川崎重工技報*, **116**(1993), 14.
 - (12) Goldstein, M. E., *AEROACOUSTICS*, MacGRAW-HILL International Book Company(1976), 71.
 - (13) 丸田・小竹, *機論*, **46**, B(1980), 1055.
-