平行平板流路における希薄気体流への壁面の影響*

杉 山 渉^{*1}, 澤 田 雅^{*1}
船 木 洋^{*2}, 中 森 建 治^{*3}Effect of Surface Roughness on Rarefied Gas Flow
between Two Flat PlatesWataru SUGIYAMA, Tadashi SAWADA,
Hiroshi FUNAKI and Kenji NAKAMORI

Rarefied gas flows in narrow spaces are affected by the surface roughness of the walls, but the interaction between gas molecules and solid surfaces is not yet sufficiently understood. The effects of surface roughness on the conductance of passages composed of two flat plates are studied experimentally and theoretically. Experiments are performed on both passages with generally treated surfaces and ones with two dimensional triangular roughness of constant height cut by machining. The latter roughness is chosen as the model of roughness for calculation by the Monte Carlo method to simplify the problem. The experimental results show that the conductance decreases with increase in the angle of the local roughness slope. The calculated results agree well with the experimental results in the case of two-dimensional roughness.

Key Words: Rarefied Gas, Molecular Flow, Internal Flow, Surface Roughness, Monte Carlo Method

1. 緒 言

近年、真空技術の用途が広がり、真空装置が複雑になるに伴い排気のための配管も複雑に曲がり、狭いすきまを有する場合が増えてきた。狭いすきまを移動する希薄ガス分子は固体壁と頻りに衝突し、衝突・反射の際の挙動は表面粗さにより変化するため、希薄ガスの管路流れのコンダクタンスは壁の表面粗さの影響を受けると考えられる。表面粗さの管路流れへの影響に関する既存の研究としては、Davis ら⁽¹⁾ および、宇佐美ら⁽²⁾ によるものがある。Davis らは表面粗さ $0.013 \sim 1.6 \mu\text{m}$ の種々の粗さをもつ長さ/半径が $1.03 \sim 4.87$ の円管について実験を行う一方、三角列をはじめとするいくつかの突起列のある表面に対してモンテカルロ法により輸送確率を求めているが、実験値とは大きくかけ離れた結果となっている。宇佐美らは長さ/幅が 1.5 のスリットの壁面形状を三角溝列としてモンテカルロ法によりコンダクタンスを求めるとともに、表面粗さを変えた数種の表面について実験を行

い、表面粗さは流れを妨げる要因であることを計算、実験両面から確認しているが、表面粗さを測定していないため理論と実験の直接的な比較が行えず、定性的な結論となっている。また、これらの計算では表面突起(あるいは溝)を粗さというよりは表面形状として取扱っているため、長さ/半径(あるいは長さ/高さ)の大きな流路には適用が困難である。

本研究は壁の表面粗さの流路内希薄流への影響を定量的に把握することを目的とし、表面粗さを変えやすいように平行平板流路として、表面の仕上状態を変えて実験を行った。また、流路は長いほうがガス分子と壁面との衝突回数が多くなるので、それだけ壁面粗さの影響は顕著に現れると考えられるので、本研究では長さ/高さを約 200 とした。

一方、理論計算においては簡単化のために表面粗さを同じ形状・寸法の二次元三角山列でモデル化した。さらに理論の妥当性を検証するために二次元三角山列を表面に加工した流路を斜面角度を変えて数種製作し、実験を行った。

記 号

λ : 流路入口での分子の平均自由行程 mm
 a, h, L : 平行平板流路の幅, 高さ, 長さ mm

* 原稿受付 1995 年 8 月 14 日。

^{*1} 正員、秋田大学鉱山学部 (〒010 秋田市手形学園町 1-1)。^{*2} 正員、アキタ電子(株) (〒010 01 秋田県南秋田郡大田町大田字長沼 64)。^{*3} 正員、日本真空技術(株) (〒253 茅ヶ崎市荻園 2500)。

- l : 表面粗さ測定区間 mm
 M : 測定区間中の山数
 P_s : 任意の真空容器上流側圧力 Pa
 P_e : P_s から $\Delta t[s]$ 後の圧力 Pa
 R_a : 中心線平均粗さ μm
 V : 真空容器上流側体積 mm^3
 $\bar{v}$: 平均熱運動速度 mm/s

2. 実験装置および方法

2.1 実験装置 本実験で用いる装置の概略を図1に示す。真空容器①は直径約300 mm, 長さ約1200 mmのステンレス鋼製であり, 中央に仕切りを設け, 平行平板流路②を取付けるようになっていいる。容器の上流側から流入した試験ガス(N_2)は, 平行平板流路を通り, 容器の下流側からターボ分子ポンプ⑧, 油回転ポンプ⑨を経て容器の外へ排出される。また, 実験開始前の真空容器の排気において, 上流側の排気の効率をよくするためにバルブをはさんで容器の上流側と下流側との間にバイパス管路が設けてある。

この真空容器には上流, 下流側とも圧力ゲージ④⑤が取付けてあり, 圧力信号がデータレコーダ⑥に送られる。

2.2 流路 図2に平行平板流路の外観, および粗さ測定機で測定した表面粗さを示し, 材質や幾何学諸元等を表1に示した。平板の表面粗さの種類は大きく分け, 1: 表面を通常の粗さにする目的で表面処理したもの(No. 1~5), 2: 表面を任意の二次元三角形形状をもたせるために加工したもの(No. 6~9), の2種類がある。流路の表面は, No. 1, 2は電解複合研磨に

よる鏡面仕上げ, No. 3は圧延のまま, No. 4はすりガラス, No. 5は磨きガラスであり, また, No. 6~9は形削り盤による機械仕上げであり, 二次元三角山列の粗さをもっている。

表1中の三角形斜面角度 α とは一定区間内の山数と中心線平均粗さから算出したものであり, 次の式で表される。

$$\alpha = \tan^{-1}(8R_a M/l) \dots\dots\dots (1)$$

また, 流路はNo. 5を除いてすべて図2(a)に示す形状をもつ, No. 5は図2(b)のような平行平板流路を

(a) Profile

(b) Profile (Multi type)

Fig.1 Experimental apparatus

(c) Surface roughness
(Generally treated surface)

(d) Surface roughness
(Triangular roughness)

Fig.2 Geometry of passages

Table 1 Geometrical dimensions of passages

Passage No.	a(mm)	h(mm)	L(mm)	Ra(μm)	α(°)
1	50.0	1.13	195.0	0.040	(≒)0
2	50.1	1.08	195.0	0.075	0.98
3	49.9	1.17	195.0	0.410	3.50
4	50.4	1.17	195.7	1.72	12.7
5	31.5	※0.151	26.0	0.016	—
6	50.3	1.00	200.3	4.48	13.8
7	50.1	1.24	200.0	9.25	26.7
8	49.5	0.98	200.0	10.70	31.2
9	50.1	0.99	200.0	16.46	41.5

※Average

いくつか重ね合わせたマルチ型流路であるが、これを用いる理由については後で説明する。

2・3 実験方法 流路のガス流量の測定には非定常法⁽³⁾を用いる。実験を行う前に、まず真空容器を十分に排気(容器上流側で 10^{-3} Pa 以下)する。その後、バイパス管路を閉じて上流側に試験ガス N_2 を導入する。上流側圧力がある程度(約 70 Pa)まで上昇させ、試験ガスの導入を停止する。そのとき、徐々に減少する圧力を圧力ゲージを用いて一定間隔 Δt で測定し、データレコーダに出力、記録する。そして時間 Δt に対する圧力の減少量、 $\Delta P = P_s - P_e$ から流路のコンダクタンスを求める。本実験では、下流側圧力は上流側の 1/1000 以下であるので無視すると、次式が得られる。

$$C = (V \times \Delta P / \Delta t) / (P_s - \Delta P / 2) \quad \cdots \cdots (2)$$

3. 実験結果

3・1 通常の表面処理をした表面の結果

3・1・1 表面粗さのコンダクタンスへの影響 実験結果の一例を図3に示し、また見やすくするために、流路 No. 1~4 での実験結果を曲線で表したものを図4に示す。これらの図3、4の横軸は逆クヌッセン数 $K_v (= h/\lambda)$ 、縦軸は各流路におけるコンダクタンス C を Knudsen の自由分子流における理論値⁽⁴⁾

$$C_k = (2/3) \bar{v} a h^2 / L \quad \cdots \cdots (3)$$

で無次元化した無次元コンダクタンス C_n である。これにより、流路間の L/h の若干の差の影響を打ち消すことができる。これらの結果は、一様に K_v の増加に伴いコンダクタンスが減少し、 $K_v = 2$ 付近でクヌッセンミニマムと呼ばれる最小値をとり、その後再び上昇する。

図4において表面粗さの変化に伴うコンダクタンスの変化をみると、全体的に表面粗さが大きくなるにつれてコンダクタンスが減少していく傾向のあることがわかる。これは、表面粗さが流れを妨げる働きをするという、他の研究結果と同じ傾向を示している。しかし、コンダクタンスの変化が表面粗さの大きさそのもの

Fig. 3 Example of experimental results

Fig. 4 Experimental results
(Generally treated surface)

のよっているかどうかは、後で述べる二次元三角山列粗さの実験を加えて議論する必要がある。

3・1・2 $K_v < 0.1$ での実験 一般に、 $K_v < 0.1$ では流れは自由分子流であり、コンダクタンスはその自由分子流での極限値に近いものと考えられる。円管の場合は直径を代表長さにとった $K_v < 0.1$ の範囲ではコンダクタンスは自由分子流の極限値にほぼ等しくなる。しかし、図3をみる限りでは、 $K_v = 0.1$ 付近においてもコンダクタンスはまだ上昇する様子を示しており、まだ自由分子流の極限になっていないことが予想される。ただし、これらの流路を用いた実験において $K_v < 0.1$ では圧力が真空容器の上流側の到達圧力に近いためアウトガスの影響により実験値がばらつき、不正確であるのでこの領域での判断はできない。Ohwada ら⁽⁵⁾ は理論計算において $K_v < 0.1$ でもコンダクタンスが上昇することを示したが、実験においては Browne ら⁽⁶⁾ や前述の宇佐見らの結果をみても、 $K_v < 0.1$ での値が不足していることもあり上昇傾向は認められない。そこで、 $K_v < 0.1$ でのコンダクタンスを求めるために、上の流路とは異なる流路を製作し実

Fig. 5 Experimental results
(Data for small values of K_v)

Fig. 6 Experimental results
(Triangular roughness)

験を行うことにした。 K_v は代表長さ(流路高さ)と平行自由行程(圧力)の比で決まるので、圧力を変えずに K_v を小さくするために流路高さを約1/10にした。また、流路高さが小さくなることによる流量の減少を、平板をマルチ型[図2(b)]にすることにより補った。

図5はこのマルチ型流路(No. 5)による結果を示している。この図5をみるとコンダクタンスは $K_v < 0.1$ でも上昇をしているのがわかり、 $K_v = 0.01$ においてもまだ極限値に達していないように感じられる。これにより、コンダクタンスの自由分子流での極限値は $K_v = 0.1$ では得られないことは明らかである。

3・2 二次元三角山列表面粗さの結果 通常の表面処理をした表面は表1のNo. 1~5に示されるように斜面角度 α は12°程度までにしかならないようである。詳しくは後で述べるが、計算結果によれば斜面角度のさらに大きい範囲においてコンダクタンスへの影響が顕著である。また通常の表面粗さは三次元であるが、本報では研究の第1段階として計算においては、二次元三角山列表面粗さとしてモデル化をしている。

Fig. 7 Relation between surface roughness and conductance

そこで計算結果の妥当性を検証する目的で、二次元三角山列表面粗さを形削り盤で加工した流路No. 6~9に対して実験を行い、その結果を図6に示す。

コンダクタンスの逆クヌッセン数に対する変化は、通常の表面粗さ流路での結果を示した先の図4と同様の傾向を示している。この図6中の曲線において、斜面角度がNo. 6からNo. 9の順で増加するにつれてコンダクタンスが減少していく様子がわかる。

以上の結果から、平行平板流路のコンダクタンスは、流路の粗さが粗くなるにつれ、また、流路表面の斜面角度が大きくなるにつれて小さくなるという二つの傾向があることがわかる。しかし、図7をみるとこの二つの傾向は同時には成り立たないことがわかる。図7は、 $K_v = 1.0$ のときの中心線平均粗さ R_a と無次元コンダクタンス C の関係を示したものである。No. 1~4の流路(○印)では、表面粗さとコンダクタンスとはほぼ比例の関係にあると考えられる。しかし、No. 6~9の流路(●印：三角形斜面)はこのデータの範囲内では直線的関係があるものの、No. 1~4のデータを含めて考察すると、コンダクタンスが変化する要因は表面粗さそのものではないように思われる。

表面粗さの大きさは表面粗さの頂点から頂点に連続して衝突する分子の移動する距離のみに関係し、表面粗さの角度は一つの表面内の分子の移動にも関係するが、一つの表面からもう一方の表面へと移動する分子の距離に関係する。通常、表面粗さの大きさは流路の高さに比べてかなり小さい値をとるので、このような場合一表面内での分子の移動距離の影響は無視できる。それゆえ、分子の流れの巨視的な移動に影響するのは表面の粗さの大きさではなくその角度であると考えられる。

4. 理論計算

今述べたように、流路のコンダクタンスに影響を及ぼすのは表面粗さの角度であると考えられる。実際の表面はさまざまな形状の表面凹凸が集まったものであり、そのような表面におけるガス分子の衝突反射はかなり複雑な挙動を示すと想像されるが、本研究では分子は局所表面において完全散乱反射すると仮定し、表面粗さは流路の巨視的寸法に比べてはるかに小さいとする。また表面粗さの形状・寸法は簡単化のために巨視的表面上で一様とする。以上の仮定の下に計算モデルを構築し、計算を行い、実験と比較することにした。

4・1 流路モデル 流路は実験で用いた、図2(a)に示される流路をモデル化した。表面粗さが斜面の連続であると考えれば、表面を三角形形状とすることができる。また、簡単化のために二次元形状とした。図8(a)には、そのモデルを示す。この流路においては $a \gg h$ であるので計算において分子の移動に関しては流路幅(z 方向)を無視した二次元で取扱うことができる。また、平板の高さ h の1/2のところまで鏡面反射させることで、考慮すべき領域は1/2に減少する。すなわち、分子が高さ1/2の境界に達したとき、速度 c の3成分 c_x, c_y, c_z のうち、 y 方向の速度成分 c_y のみを $-c_y$ に置き換えるだけでよい。

計算にはモンテカルロ直接法を用い、また、分子-分子間衝突の計算には最大衝突数法⁽⁷⁾を用いた。

分子は、この流路の上流側入口のランダムな高さから余弦法則に従った方向に向かって、流路内に進入する。また、流路下流側出口の圧力が上流側に比べて十分に低ければ、下流側から進入してくる分子はないものとみなすことができる。したがって本計算においては流路内のみを計算領域とする。

流路の高さと長さの比は流路 No. 4 の寸法を用い、

Fig. 8 Model of plates

この流路を長さ方向に1000のセルに分割した。セルの大きさは計算の精度に影響し、セルが大きいと精度悪化の原因となるが、南部⁽⁸⁾によるとセルの大きさは λ 程度にとるとされており、本計算の圧力範囲 ($K_0 < 1$) ではセルの大きさは λ に比べてかなり小さく (0.2倍以下)、セル数を2倍程度に増やしてもその結果の違いは1%未満であると考えられる。

4・2 壁面モデル 壁面のモデルを図8(b)に示す。壁面の表面粗さを二次元の三角形形状とし、局所表面において分子は散乱反射するものとする。分子が壁面に入射するとき、分子が前方に向いた斜面 S_f 、後方に向いた斜面 S_r のどちらに入射するかを判断する必要がある。今、壁面に入射する分子の入射角 θ が、 $-\pi/2 + \alpha < \theta < \pi/2 - \alpha$ の範囲にあるとき、入射面はそれぞれの斜面の θ に垂直な平面への投影面積の比から決定される。すなわち斜面 S_f, S_r に入射する確率をそれぞれ、 $\text{Prob}(S_f), \text{Prob}(S_r)$ とし、全確率 $\text{Prob}(S_f) + \text{Prob}(S_r)$ を1とすると、

$$\text{Prob}(S_f) = \frac{\cos(\alpha - \theta)}{\cos(\alpha - \theta) + \cos(\alpha + \theta)} \quad \cdots \cdots (4)$$

$$\text{Prob}(S_r) = \frac{\cos(\alpha + \theta)}{\cos(\alpha - \theta) + \cos(\alpha + \theta)} \quad \cdots \cdots (5)$$

と表すことができ、一様乱数 $U (0 \leq U \leq 1)$ を用いて、 $U \leq \text{Prob}(S_f)$ のとき斜面 S_f に入射し、 $U > \text{Prob}(S_f)$ のとき S_r 斜面に入射すると判断する。この範囲以外の θ においては、どちらか一方の斜面にしか入射しないのでこの処理は不必要である。またそのとき、斜面での入射位置も決定される。

斜面に入射した分子は余弦法則に従いマクスウェル分布から抽出した速度で散乱反射するが、その速度から求めた角度によっては反射位置と隣接斜面との関係から分子が壁面を離れず、反対側の斜面に入射することも考えられる。そのような場合は幾何計算により反対斜面での衝突位置を求め、その再衝突した斜面において再び散乱反射させる。こうして分子が壁面を離れるまで衝突、反射を繰り返す。また、このときに分子同士の衝突はないものとする。

この表面粗さモデルにおいて、山の高さは流路の高さに比べて十分に小さいものとして取扱う。すなわち、斜面のどの高さで分子が反射したかは平板内の分子の実際の移動には影響を及ぼさない。

最終的に、モデル計算では各三角形斜面角度 α の流路に対する輸送確率 H_0 を、

$$H_0 = \text{出口側から出た分子数} / \text{上流側から}$$

$$\text{流路入口に飛来する分子数} \cdots \cdots (6)$$

から求める。そして、上流側圧力 $\gg$ 下流側圧力とする

Fig. 9 Calculated results

と、コンダクタンスは次式から求められる。

$$C = 1/4 \bar{v} a h H_0 \dots\dots\dots (7)$$

4・3 計算結果 計算は逆クヌッセン数 $K_v=0 \sim 1$ 、三角形斜面角度 $\alpha=0 \sim 40^\circ$ の間で行った。

図9にはこのモデルにおける計算の結果を示している。横軸には三角形斜面角度 α を、縦軸には無次元コンダクタンス C_n をとっており、各 K_v での値を記している。計算値は、サンプル数約 200 000～500 000 における値をプロットしてある。計算値の揺らぎの大きさはサンプル数の $-1/2$ 乗のオーダーをもち、本計算では1%未満であると考えられるが、この程度の揺らぎであれば現象を把握するのに特に問題はないものと考えられる。この結果から、どの K_v においてもコンダクタンス C_n は、斜面角度 α の増加とともに減少していくことがわかる。また、その減少の割合は K_v が大きいときのほうが大きいことも図9からわかる。

4・4 実験結果との比較 図10には計算結果と実験結果の比較を $K_v=0.1$ および 1.0 の場合について示してある。縦軸には無次元コンダクタンスを、横軸には斜面角度をとっている。実線および点線は計算値を示し、丸印は通常の実験結果を、また三角印は二次元三角山列表面粗さの実験結果を示している。通常の実験結果は、 $K_v=1.0$ では計算結果と比較的良好一致を示すものの、 $K_v=0.1$ ではかなり異なった値をとっている。一方、二次元三角山列表面粗さの実験結果は $K_v=0.1$ では計算値より少し小さく、 $K_v=1.0$ では計算値より少し大きい。斜面角度の増加に伴うコンダクタンスの減少傾向は計算値とよく一致しており、値自体も実際の表面粗さの場合に比べて、かなり計算値に近い。

二次元三角山列表面粗さの流路は計算モデルを模して作成しているが、加工精度のために正確な三角形ではなく、また斜面の上にさらに微小な粗さをもっているなど、完全に計算モデルと同じというわけではない。このことを考えると、計算結果と実験結果の差は

Fig. 10 Comparison between experiment and calculation

有意でなく、本研究の局所表面における散乱反射を仮定した計算モデルは二次元三角山列をもつ平行平板流路の流れを正しくモデル化していると考えられる。

したがって、通常の実験結果をよりよく表す三次元表面粗さモデルを採用することにより、この計算方法は実際の表面粗さに適用できると期待される。

5. 結 言

以上の結果を要約すると以下ようになる。

(1) 平行平板流路におけるコンダクタンスは逆クヌッセン数 $K_v < 0.1$ においてもまだ上昇する傾向を示すことを実験により確認した。

(2) 実験および理論計算はともにコンダクタンスの流路表面の斜面角度への依存を示し、また、二次元三角山列をモデル化した実験、および理論計算は互によく似た傾向を示した。

(3) 平行平板流路のコンダクタンスに本質的に影響するのは表面粗さそのものではなく、その粗さを支配する斜面角度である。

本研究の実験において多大なご協力をされた、秋田大学文部技官 加藤隆一、伊藤義明、両氏に深く感謝の意を表す。

文 献

- (1) Davis, D. H., Levenson, L. L. and Milleron, N., *J. Appl. Phys.*, **35** (1964), 529-532.
- (2) 宇佐美勝・藤本哲夫・加藤征三, 機論, **54** 501, B (1988), 1042-1050.
- (3) 澤田雅・中村雅英, 真空, **34** 3 (1991), 311-313.
- (4) Knudsen, M., *Ann. d. Phys.*, **28** (1909), 75-130.
- (5) Ohwada, T., Sone, Y. and Aoki, K., *Phys. Fluids*, **A 1-12** (1989), 2042-2049.
- (6) d' A Browne, V. and John, J. E. A., *Vacuum*, **20** 12 (1970), 525-533.
- (7) 南部健一, 流体研報告, **3** (1992), 47-93.
- (8) 南部健一, 機習教, No. 940 61 (1994), 1-9.