静圧一定の平板乱流境界層に及ぼす主流部乱れの影響* (第5報, 温度場の計算)

堀 正倫^{*1}, 矢田 順三^{*1}, 南山 龍緒^{*2}

Effects of Free Stream Turbulence on Turbulent Boundary Layer on a Flat Plate with Zero Pressure Gradient (5th Report, The Calculation of Heat Transfer)

Masatomo HORI, Junzo YATA and Tatsuo MINAMIYAMA

The effects of free stream turbulence on turbulent heat transfer were calculated with two equation model for heat. The calculations were performed with respect to turbulent boundary layers along a flat plate with a uniform wall heat flux. From the measured values of near wall thermal turbulence, an improvement on turbulence model function has been made in turbulent heat flux equation. The results for the heat transfer rate, logarithmic distribution of temperature profile, the eddy diffusivity of heat and turbulent Prandtl number agreed comparatively well with the experimental values.

Key Words: Turbulent Boundary Layer, Heat Transfer, Free Stream Turbulence, Turbulence Model, Forced Convection

1. 緒 言

主流部に乱れを与えた平板乱流境界層からの熱伝達に及ぼす影響について、著者らはこれまで一連の実験的研究を行い^{(1)~(4)}、第4報⁽⁵⁾においては k - ϵ モデルを用いて速度場に対する検討を行ってきた。温度場に対しては、ある程度壁面に近いところでの温度変動量、乱流熱流束、乱流プラントル数等の挙動が主流部の乱れによって、どのような影響を受けるのかを実験的には明らかにしてきたが、これらの結果と解析結果を検討するためには従来からのモデルを用いる方法では渦温度拡散係数もしくは乱流プラントル数を仮定することによって計算しなければならず⁽⁶⁾⁽⁷⁾、主流部の乱れの影響を論じる場合には不向きである。すなわち、乱れを特徴づける主流部の乱れ強さと乱れの長さスケールの条件、特に、乱れ強さが大きいにもかかわらず乱れの長さスケールが小さい場合には、壁面摩擦抵抗係数は増加するものの、局所ヌッセルト数はほとんど増加せず、このような場合には乱流境界層の壁面近傍で

乱流プラントル数が増加する傾向が見られたり、壁面摩擦抵抗係数も局所ヌッセルト数とともに増加するものの、その増加率に差がある場合などのおおのこの場合の、乱流プラントル数の挙動をあらかじめ仮定することは非常に困難である。しかしながら、壁面近傍の乱流変動諸量の挙動を基にした温度場2方程式モデルが提案され⁽⁸⁾、乱流プラントル数を仮定しなくても解析が可能になってきた。

本報告は先に述べた速度場の結果と合わせて、温度場に対するモデルを用いて計算を行い、すでに報告した実験結果との比較検討を行ったものである。

2. 記 号

X_i, X : i 方向および流れ方向座標
 Y : 平板に垂直方向の座標
 Y^+ : 型からの無次元距離
 $\bar{U}, U_i$: i 方向および流れ方向速度
 u_i : i 方向速度変動
 $\bar{T}$: 時間平均温度
 t : 変動温度
 T^+ : 無次元温度
 q_w : 壁面熱流束
 q^* : 摩擦温度 $= q_w / (\rho c_p u^*)$

* 原稿受付 1995年4月17日。

^{*1} 正員、京都工芸繊維大学 (〒606 京都市左京区松ヶ崎御所海道町)。

^{*2} 正員、福山大学 (〒729 02 福山市学園町1-3蔵)。

- τ : 時間
 ε_t : $l^2/2$ の散逸 $= a(\partial t/\partial X_j)(\partial t/\partial X_j)$
 a, a_t : 温度伝導率および渦温度拡散係数
 c_p : 流体の定圧比熱
 R_t : 乱流レイノルズ数 $k^2/\nu\varepsilon$
 R_h : 乱流レイノルズ数 $= k(k/\varepsilon)^{1/2}(l^2/\varepsilon_t)^{1/2}$
 C_λ : a_t 中のモデル定数
 f_λ : a_t 中のモデル関数
 l, m : a_t 中の (k/ε) および (l^2/ε_t) の指数
 k : 乱れエネルギー
 ε : 乱れ散逸
 B_λ, A_λ : モデル関数 f_λ 中の定数
 C_{p1}, C_{p2} : 式(5)中のモデル定数
 f_{p1}, f_{p2} : 式(5)中のモデル関数
 C_{D1}, C_{D2} : 式(5)中のモデル定数
 f_{D1}, f_{D2} : 式(5)中のモデル関数
 n : 乱流レイノルズ数 R_h の指数
 L_l : 乱れの積分長さスケール
 L_e : 乱れエネルギーの減衰から得られる乱れの長さスケール
 Pr, Pr_t : 分子プラントル数, 乱流プラントル数
 σ_h, σ_ϕ : l^2 と ε_t の乱流拡散に対するモデル定数
 $Nu_x, Nu_{x,0g}$: 局所ヌッセルト数および乱流格子を挿入しない場合の局所ヌッセルト数

3. 温度場2方程式モデルの主流部乱れのある場合への拡張

第4報で示した速度場のモデル式に対して, 温度場2方程式モデルの方程式は次式で与えられる⁽⁸⁾.

$$\frac{D\bar{T}}{D\tau} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left(a \frac{\partial \bar{T}}{\partial X_j} - \bar{u}_j t \right) \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$- \bar{u}_j t = a_t \frac{\partial \bar{T}}{\partial X_j} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$a_t = C_\lambda f_\lambda k \left(\frac{k}{\varepsilon} \right)^l \left(\frac{l^2}{\varepsilon_t} \right)^m \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{D\bar{t}^2}{D\tau} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left\{ \left(a + \frac{a_t}{\sigma_h} \right) \frac{\partial \bar{t}^2}{\partial X_j} \right\} - 2\bar{u}_j t \frac{\partial \bar{T}}{\partial X_j} - 2\varepsilon_t \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{D\varepsilon_t}{D\tau} = & \frac{\partial}{\partial X_j} \left\{ \left(a + \frac{a_t}{\sigma_\phi} \right) \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial X_j} \right\} \\ & - C_{p1} f_{p1} \frac{\varepsilon_t}{l^2} \bar{u}_j t \frac{\partial \bar{T}}{\partial X_j} - C_{p2} f_{p2} \frac{\varepsilon_t}{k} \bar{u}_i \bar{u}_j \frac{\partial \bar{U}}{\partial X_j} \\ & - C_{D1} f_{D1} \frac{\varepsilon_t^2}{l^2} - C_{D2} f_{D2} \frac{\varepsilon \varepsilon_t}{k} \quad \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

ここで, $D/D\tau = \partial/\partial\tau + \bar{U}_j \partial/\partial X_j$ である.
 渦温度拡散係数 a_t 中の (k/ε) および (l^2/ε_t) の指数 l, m は, 速度場については第4報で示したように, 壁面近傍での乱れの漸近挙動が主流部乱れの影響をほと

んど受けていないこと, および温度場に関しても, 既報の実験結果から⁽²⁾は壁面に近い領域での温度変動や乱流熱流束の Y に関する指数は, 主流部乱れの影響をほとんど受けていないように見えることから, $l=1, m=2$ とした.

式(1)~(5)と第4報の式(1)~(6)で示した速度場の方方程式を解くことにより, 温度場の解を得ることができる. 式(1)~(5)中に用いたモデル定数およびモデル関数については, ほとんどのものは長野ら⁽⁸⁾と同じ値を用いているが, 第4報で述べたように, 速度乱れの壁面近傍での漸近挙動をモデル化するにあたり渦拡散係数 ν_t 中の f_μ を求めるのに際して, 乱れの長さスケール L_e を L_l に変更したために式(3)中の f_λ を変更する必要がある. f_λ は長野らによって次式のように与えられている.

$$f_\lambda = \{1 - \exp(-Y^+/A_\lambda)\}^2 (1 + B_\lambda/R_h^n) \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここでモデル定数 A_λ については Nagano ら⁽⁹⁾, 長野ら⁽⁸⁾と同様に $A_\lambda = 26/\sqrt{Pr}$ とし, B_λ は速度場の B_u と同様に $B_\lambda = 1.7$ とおく. また, 乱流レイノルズ数 $R_h = k(k/\varepsilon)^{-1/2}(l^2/\varepsilon_t)^{1/2}/\nu$ についての指数も壁面近傍の乱れの漸近挙動について, Chapman ら⁽¹⁰⁾, 長野ら⁽⁸⁾によって示されるように, $n=3/4$ とする.

実験結果より⁽²⁾一定せん断層において乱流プラントル数はほぼ $Pr_t = 0.9 \sim 1.0$ である. 局所平衡の場合, 長野ら⁽⁸⁾や Beguier ら⁽¹¹⁾が示しているように, 温度場と速度場の時間スケール比より, a_t 中の定数 C_λ は $C_\lambda = 0.1$ とおく.

これらのモデル定数を含め, 式(3)~(5)に現れるモデル関数およびモデル定数をまとめると次のようになる.

$$C_\lambda = 0.1, \sigma_h = \sigma_\phi = 1.0$$

$$C_{p1} = 1.70, C_{p2} = 0.64$$

$$f_{p1} = f_{p2} = 1.0$$

Fig. 1 Turbulence grid and coordinate system

$$C_{D1}=2.0, C_{D2}=0.9$$

$$f_{D1}=\{1-\exp(-Y^+/5.8)\}^2$$

$$f_{D2}=(1/C_{D2})(C_{E2}f_2-1)(\{1-\exp(-Y^+/6)\})^2$$

$$A_\lambda=26/Pr^{0.5}, B_\lambda=1.7$$

計算手法は第4報で用いたものと同じで、格子点数も同じである。計算は熱流束一定の条件のみで行い、境界条件は壁面で

$$\bar{T}=\bar{T}_w, a(\partial\bar{T}/\partial Y)_w=-q_w/\rho c_p, (\partial^2\bar{T}/\partial Y)_w=0$$

$$\bar{T}=\bar{T}_0, (\partial^2\bar{T}/\partial Y)_0=(\partial\epsilon_t/\partial Y)_0=0$$

としている。速度の境界条件は第4報と同じである。収束判定は、繰返し回数*i*回めと*i*-1回めの全格子点の残差が、 10^{-4} 以下となった時点で収束したものとした。

座標および乱流格子のピッチ、直径等は図1に示すように第4報と同じものである。

4. 計算結果および考察

図2に $X=1000$ mm の位置における温度乱れエネルギーの計算結果を乱流格子のピッチ、直径比 $M/b=2.0, 2.7, 5.0, 6.7$ の場合について示す。図には同じ M/b の実測値も示すが両者はよく一致している。実測値は壁面に十分近いところではなく、 l^2 の Y に対する指数を決定するためにはもっと Y^+ の小さいところでの実験データが必要かも知れないが、測定は非常に困難であること、また、長野ら⁽⁸⁾の計算結果によれば、 $5 < Y^+ < 10$ の領域では $T_w=\text{const}$ と、 $q_w=\text{const}$ の計算結果には大きな差は見られず、さらに、これ以下の Y^+ の領域まで $T_w=\text{const}$ の場合にはほぼ直線性が保たれていることから、この領域での計算値と実測値

Fig. 2 Measured and calculated turbulence energy for heat in boundary layer

から l^2 に対する Y^+ の指数を求めると、 $l^2/q^{*2} \approx 0.03 Y^+$ となり、主流部乱れによる大きな影響は見られなかった。

次に図3に乱流熱流束 vt の壁面近傍の分布を示す。実測値も同図に示すが、先に述べたように発熱量一定の実験であり、 q^*u^* の値が変化しないため壁面近くの実測値には余り大きな変化は見られず、計算結果も全格子について $Y^+=5$ の近くでは実験結果と一致している。図4には境界層全域にわたる乱流熱流束の分布を示す。

図5に格子を挿入しない場合も含めて、全格子についての対数温度分布を示す。図5中の破線は $Pr=0.71$ としたときの経験式 $T^*=2.15+2.5 \ln Y^+$ である。全体として、実験値と計算値はほぼ一致している。

次に渦温度拡散係数 a_t の分布を図6に示す。縦軸

Fig. 3 Distribution of the turbulent heat flux (near wall region)

Fig. 4 Distribution of the turbulent heat flux (whole region of the boundary layer)

Fig. 5 Measured and calculated mean temperature profiles

Fig. 6 Eddy diffusivity for heat

は動粘性係数 ν で無次元化している。図6中の実測値は、それぞれ乱流熱流束 q と平均温度のこう配 $\partial T/\partial Y$ より求めたものである。境界層の外縁に近いと

Fig. 7 Turbulent Prandtl number

Fig. 8 Comparison between measured and calculated values of Nusselt number (case of L_1)

ここで、測定値が計算値より大きくなっているが、平均温度こう配の値がこの領域では小さいためである。これ以外の領域では計算値は実測値とほぼ一致しており、主流部乱れの増加により境界層の中ほどでの値の増加が見られる点も一致している。

また、この a_i と第4報で示した ν_t より求めた乱流プラントル数 Pr_t を図7に示す。測定値と計算値は壁近くで定量的には一致しないが、 $Y^+ > 100$ で $Pr_t \approx 0.9 \sim 1.0$ 程度となることについては一致している。また、 $M/b = 1.8$ や 2.0 の場合のように主流部乱れの増加によって、壁面摩擦抵抗係数 C_f は増加するのに、 Nu_x はほとんど増加しないような場合については第1報で考察したように、壁に近い領域で Pr_t の増加す

Fig. 9 Comparison between measured and calculated values of Nusselt number (case of L_e)

る傾向が計算結果からも得られた。

局所熱伝達率の主流部乱れによる増加率 $Nu_x/Nu_{x,0G}$ について、計算結果より求めた $(Nu_x/Nu_{x,0G})_{calc}$ と、測定値より求めた $(Nu_x/Nu_{x,0G})_{meas}$ の比較を図8に示す。横軸は計算より求めたもので、縦軸は測定結果より求めたものを示している。 Nu 数が大きく増加するのは $M/b=5.0, 2.7, 3.6$ の場合で、第4報で示した L_I が大きい場合であることがわかる。計算結果は測定結果とほぼ一致しており、本モデルが主流乱れの熱伝達への影響を十分に表現していること、および Cf' の増加の程度と Nu_x の増加の程度は単純に一致せず、第4報の結果と合せて主流部の乱れ強さだけでなく、乱れの積分長さスケールの大小も影響していることが計算結果から確かめられた。

一方、主流部に与えた初期値として、第4報と同じように乱れエネルギーの流れ方向の減衰から得られる長さスケールを用いて計算を行い、局所ヌッセルト数について得られた結果を図9に示す。図9の縦軸は図8と同様測定値であり、横軸は L_e を用いた計算結果の値である。 L_I と L_e による計算結果への影響は、速度場の場合にはほとんど見られなかったが、温度場については明らかに影響が見られ、乱れの長さスケール L_I の値が小さい $M/b=1.8, 2.0$ 等の場合、 L_e の値は

L_I よりも大きく ($L_I/L_e \approx 0.2$)、この L_e を用いて計算した局所ヌッセルト数の値も測定値より大きくなっている。一方、 L_I の値と L_e の値が余り異ならない ($L_I/L_e \approx 0.8$)、 $M/b=5.0, 2.7, 3.6$ 等の場合には計算結果と測定値の差は余り大きくないものの、良い一致ではない。これらのことから主流部乱れの影響を考察する場合には、初期値として L_I を用いるほうが妥当であることが確かめられた。

5. ま と め

温度場2方程式モデルを用いて、平板乱流境界層からの熱伝達に及ぼす主流部乱れの影響について計算を行い、得られた結果を以下に要約する。

(1) 計算結果は、対数温度分布や渦温度拡散係数等の実測値とほぼ一致した。

(2) 壁面摩擦係数が増加しても、局所ヌッセルト数がほとんど増加しない場合、壁面に近い領域では乱流プラントル数が増加する傾向が見られ、実測の傾向と一致した。また、一定せん断層から外の領域についてはほぼ0.9~1.0となり、これも実測値と一致した。

(3) 主流部乱れが熱伝達に及ぼす影響について、局所熱伝達率の増加割合は、乱れの強さが大きく、乱れの積分長さスケールも大きい場合には局所ヌッセルト数も増加したが、乱れが大きくても乱れの積分長さスケールが小さい場合には、局所ヌッセルト数の増加割合は小さいことが計算結果からも確かめられた。

文 献

- (1) 堀正倫・ほか2名, 機論, **52** 482, B(1986), 3563.
- (2) 堀正倫・ほか2名, 機論, **56** 527, B(1990), 58.
- (3) 堀正倫・ほか2名, 機論, **58** 549, B(1992), 182.
- (4) Hori, M., ほか2名, *Memo. Faculty Eng. Des., Kyoto Institute of Technology*, **37**(1988), 45.
- (5) 堀正倫・ほか2名, 機論, **62** 596, B(1996), 1538.
- (6) Launder, B. E., *Topics in Applied Physics*, Bradshaw, P. **12**(1976), 231, Springer Verlag.
- (7) Reynolds, A. J., *Int. J. Heat Mass Transf.*, **18**(1975), 1055.
- (8) 長野靖尚・ほか2名, 機論, **56** 530, B(1990), 3087.
- (9) Nagano, Y. and Kim, C., *Tr. ASME Journal of Heat Transf.*, **110**(1988), 583.
- (10) Chapman, D. and Kuhn, G. D., *J. Fluid Mech.*, **170** (1986), 265.
- (11) Béguyer, C., ほか2名, *Phys. Fluids*, **21**(1978), 307.