成層蓄熱槽内での充填過程の過度熱的挙動に関する解析*
(第1報, 解析解)俞 皓 善^{*1}, 洪 熙 基^{*2}, 朴 伊 東^{*3}Analysis of Transient Thermal Behaviors during Charging
Process in Stratified Heat Storage Tanks
(1st Report, Analytical Solutions)

Hoseon YOO, Hiki HONG and Ee-Tong PAK

The thermal behavior in a stratified heat storage tank was analyzed during the charging process. The present model is characterized by the application of a strict boundary condition in the tank outlet and well represents a real system. The mixing effect, which is known to disrupt the stratification, was also included in the analysis. The solution was obtained in two forms, exact (long time) and approximate (short time), since the former is difficult to apply to a general problem because of slow convergence and complicated calculation. The results were compared to that of Cabelli; our solution can be applied more generally, and includes completely that of Cabelli.

Key Words: Energy Storage, Energy Saving, Solar Energy, Thermal Stratification, Mixing Depth

1. 序 論

蓄熱物質が流体である顕熱蓄熱槽において熱的な成層特性はシステムの蓄熱性能に顕著な影響を及ぼす⁽¹⁾。したがって、成層蓄熱に関する幅広い研究から充填過程の成層破壊の因子を究明し、それに基づいて熱成層化を効率的に維持する方法を追求してきた。また、成層蓄熱槽の設計に必要な非定常熱挙動を予測するために、実験から観察された現象を理論的に解明する努力も並行されている。このような非定常な挙動の予測のための解析モデルの特徴に関しては最近 Hollands や Lightstone⁽²⁾, Zurigat ら⁽³⁾が概観したことがある。

多様な形態のモデルが提案されたにもかかわらず、これらの解析方法は、一部を除いてはほとんどが数値解析の手法に依存している。解析解は成層蓄熱理論の基礎を確立するに寄与し、結果の適用が簡単で、実験結果の検証にも有用に使われる点からかなり重要である。しかしながら、研究が不十分な主な理由としては、充填過程に対する数学的な解析が難解であることが挙

げられる。現在まで発表されている論文から理論的な基準としてよく引用されてきた Cabelli の解⁽⁴⁾も解析過程で実際は有限な蓄熱槽を半無限領域として理想化したため、不完全な出口条件に対する解析にすぎない。

本研究では、より厳密な出口条件を適用することにより、既存の解を代替できる改善された解析解を求め、その結果を利用して蓄熱槽内の充填過程の熱的挙動の特性を解析する。また、結果の一般化のために、Sliwinski ら⁽⁵⁾, Brains ら⁽⁶⁾, Pak⁽⁷⁾によって行われた実験から報告されたように、成層化に影響が著しい入口効果による流体混合現象をも解析に含める。まず、本報では解析モデルを提案し、それに対する完全解および相互補完的な近似解を数学的に厳密に誘導し、Cabelli の解と比較・検討する。次報⁽⁸⁾では報告された実験結果との比較によって解の有効性を確認し、蓄熱性能に及ぼす特性因子の影響を考察する。

記 号

a : 係数, 式(3)

Fo : フーリエ数, $=\alpha/H^2$

H : 蓄熱槽の充填深さ

H_m : 完全混合域の深さ

H_p : 押出し流動域の深さ

h_m : 無次元完全混合域の深さ $=H_m/H$

* 原稿受付 1995 年 8 月 14 日。

^{*1} 崇実大学機械工学科 (〒156 743 韓国ソウル上道洞)。

^{*2} 正員、慶熙大学機械工学科 (〒449 701 韓国京畿道龍仁市)。

^{*3} 成均館大学機械工学科 (〒440 746 韓国京畿道水原市)。

- h_p : 無次元押し出し流動域の深さ $=H_p/H$
 Pe : ペクレ数 $=UH/\alpha$
 s : ラプラス変数
 T : 温度
 t : 時間
 U : 蓄熱槽内の断面平均流速
 u : 無次元流速 $=Pe$
 v : 変数, 式(25)
 x : 押し出し流動域内での位置
 x' : 全体蓄熱槽内での位置
 α : 蓄熱流体の熱拡散率
 γ, γ_n : 超越関数の解, 式(16)
 θ : 無次元温度 $=(T-T_0)/(T_i-T_0)$
 $\bar{\theta}$: ラプラス変換された無次元温度
 λ : 仮変数
 μ : 変数, 式(14)
 ζ : 変数
 ξ, ξ' : 無次元位置 $=x/H, =x'/H$
 τ : 無次元時間 $=Fo$
 上付き添字
 c : 定温境界
 e : 指数関数境界
 下付き添字
 i : 蓄熱槽の入口
 m : 完全混合域
 0 : 初期状態

2. 解析対象モデル

本研究での解析対象は、典型的な蓄熱槽の一つである図1のように、蓄熱槽の上部に入口、また下部に出口が配置されており、初期には温度 T_0 の均一な流体が高さ H で充ちている。充填が始まると温度 T_i の高温流体が入口から流入すると同時に槽内の低温流体は出口から流出する。蓄熱槽を通過する流体の流量（または断面平均流速 U ）および入口温度は一定であり、蓄熱槽は完全に断熱されて外部への熱損失はない。流れに対する壁面の境界効果、壁面を通じる熱伝導などの多次元現象は無視できると仮定する⁽²⁾⁽³⁾。

入口からの流入慣性による流体混合を考慮するために、蓄熱槽の上部に温度が均一な流体層が存在すると仮定すると、蓄熱槽は図1のように深さ H_m の完全混合域（perfectly mixed region）と深さ H_p の押し出し流動域（plug flow region）とで構成され、全体を一次的に扱うことができる。完全混合流体層の存在はすでに実験的に明らかにされており⁽⁶⁾⁻⁽⁷⁾、充填過程を通じてその深さの変化は大きくないため、 H_m は一定で

あるとみなす。このようなモデルは、類似な形態の二領域一次元モデルの数値解析にも普遍的に採用されている⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾。

充填過程の完全混合領域の温度は時間の経過とともに上昇し、入口温度に接近する。押し出し流動域の温度は時間および二領域の境界からの位置 x によって変化し、 $T(0,t)=T_m(t)$ を満足する。解析は完全混合領域の温度 $T_m(t)$ を求めた後、それをまた境界条件として押し出し流動域に対する温度分布 $T(x,t)$ を決定する過程で行われる。

3. 完全混合域

完全混合域での温度変化は、次のような無次元化された方程式および初期条件によって決まる。

$$\frac{d\theta_m}{d\tau} = a(\theta_i - \theta_m) \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\theta_m(0) = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、

$$a = u/h_m \quad \dots\dots\dots (3)$$

と定義される。入口温度が一定 ($\theta_i = 1$) であるため、式(1)、(2)の解は

$$\theta_m(\tau) = 1 - e^{-a\tau} \quad \dots\dots\dots (4)$$

となる。式(3)、(4)で $h_m=0$ ならば、 $\theta_m=1$ となるため、式(4)は流体混合がない場合も含む。

蓄熱槽の充填過程において特性時間は1回の充填時間 (turn-over time or mean residence time) H/U で無次元化すると $1/Pe$ となる。したがって、 $Pe \cdot Fo$ 、すなわち $u\tau$ は $[0,1]$ の範囲を持つ規準化された時間である⁽¹¹⁾。規準化された時間の観点から式(4)の $\theta_m(\tau)$ は

Fig. 1 Schematic of the present 2 region 1 dimensional model

a の定義を考慮すれば混合深さ h_m のみの関数である。また、実際の蓄熱槽で Pe 数の範囲は蓄熱流体の物性値に基づいて定義される場合、 $10^2 \sim 10^4$ 程度であり、流動攪乱による有効熱拡散率⁽¹²⁾をもとに定義される場合(有効 Pe 数は次報で詳細に取り扱う)にも 10^2 以上である。

4. 押し出し流動域

4・1 基礎方程式および境界条件 押し出し流動に対する基礎方程式は

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + u \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} \quad \dots\dots\dots (5)$$

であり⁽¹¹⁾、無次元流速 u 、すなわち Pe 数によって特性化される。初期条件および二領域の境界($\xi = 0$)から境界条件は次のようになる。

$$\theta(\xi, 0) = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\theta(0, \tau) = \theta_m(\tau) \quad \dots\dots\dots (7)$$

序論で述べたように Cabelli の研究では蓄熱槽を半無限領域として取り扱い、出口の境界条件を

$$\theta(\infty, \tau) = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

として与えた。しかしながら、実際の蓄熱槽の出口の条件は断熱に近づくため、本研究では

$$\frac{\partial \theta(h_p, \tau)}{\partial \xi} = 0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

とした。このような断熱境界条件が数値解析では一般的に適用されている⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾。式(8)と式(9)は単純な境界条件の違いだけでなく、解析領域の区分であるため、数学的な解析過程は後者の方がずっと難しくなる。

式(5)は線形高次微分方程式であるため、式(7)の境界条件は $\theta_m(\tau)$ を構成する各項に対する解を重ね合わせで満足できる。すなわち、式(4)に表示されている定温および指数関数のそれぞれが境界条件である場合に対する解(上付き c と e で表す)を求めて重ね合わせる。

4・2 定温境界に対する解 式(7)で $\theta_m(\tau) = 1$ の場合の解を求める。この問題は境界条件が式(9)の代わりに式(8)ならば、Cabelli の結果と一致するため、後で直接的な比較の対象となる。式(5)、(7)、(9)の解を求めるために、ラプラス変換を導入すると式(6)のような初期条件下で基礎方程式および境界条件は次のような常微分方程式に変わる。

$$\frac{d^2 \bar{\theta}}{d\xi^2} - u \frac{d\bar{\theta}}{d\xi} - s\bar{\theta} = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\bar{\theta}(0, s) = \frac{1}{s} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\frac{d\bar{\theta}(h_p, s)}{d\xi} = 0 \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここで、 $\bar{\theta}(\xi, s)$ はラプラス変換された $\theta(\xi, \tau)$ である。式(10)~(12)の解は

$$\begin{aligned} \bar{\theta}^c(\xi, s) \\ = e^{u\xi/2} \frac{\mu \cosh[\mu(h_p - \xi)] + (u/2) \sinh[\mu(h_p - \xi)]}{s[\mu \cosh(h_p \mu) + (u/2) \sinh(h_p \mu)]} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (13)$$

であり、変数 μ は s の関数で、次のように定義される。

$$\mu = [(u/2)^2 + s]^{\frac{1}{2}} \quad \dots\dots\dots (14)$$

式(13)を逆変換するために、逆変換定理⁽¹³⁾を適用すると積分変数変換⁽¹¹⁾を含んだ一連の数学的な演算を通じて次のような無限級数の形の完全解を誘導することができる。

$$\begin{aligned} \theta^c(\xi, \tau) = 1 - 2e^{u\xi/2} \cdot \\ \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{(u/2) \sin[\gamma_n(h_p - \xi)] + \gamma_n \cos[\gamma_n(h_p - \xi)]}{[\gamma_n \sin \gamma_n - (1 + u/2) \cos \gamma_n][\gamma_n^2 + (u/2)^2]} \right. \\ \left. \cdot \gamma_n e^{-[\gamma_n^2 + (u/2)^2]\tau} \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、 γ_n は次の超越方程式の n 番目の解である。

$$\gamma \cot \gamma + (u/2) = 0 \quad \dots\dots\dots (16)$$

式(15)は完全解にもかかわらず、右辺の無限級数が無次元時間が大きい時のみに急速に収束する一種の長時間解(long-time solution)で、短時間の間($0 \leq \tau \leq 1/Pe$)に進行する充填過程の解析に直接適用するには収束性に問題がある。さらに、 τ が相当に大きい値に対しても級数の和が正確に計算されなければ、 Pe 数の大きさを考慮すると $\xi \neq 0$ に対して $e^{u\xi/2}$ の項が非常に大きい値を持つため、非現実的な結果を招かざるをえない。したがって、充填過程の妥当な解析をするためには、式(15)と相互補完的な短時間解(short-time solution)が要求される。

短時間解を求めるには、式(13)の右辺の双曲関数を指数関数の項で整理した後、分母を移項定理を利用し級数展開すると次のように変換される。

$$\bar{\theta}^c(\xi, s) = \frac{e^{u\xi/2}}{s} \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{u/2 - \mu}{u/2 + \mu} \right)^m \cdot \left[e^{-\mu(2mh_p + \xi)} - \left(\frac{u/2 - \mu}{u/2 + \mu} \right) e^{-\mu[2(m+1)h_p - \xi]} \right] \quad (17)$$

式(17)に現れる無限級数の各項は負の指数を含んでおり、これらは逆変換された時、短時間に急速に収束する性質があるため⁽¹³⁾、 $m=0$ に対応する項だけを近似解として取る。この近似の妥当性は後で検証する。各 m に対応する括弧内の第1項と2項を下付き $m1$ と $m2$ で表示し、高次項 ($m \geq 1$) は無視して $\bar{\theta}^{c_{01}}$ や $\bar{\theta}^{c_{02}}$ を逆変換すると近似的な短時間解は次のように表示できる。

$$\theta^c(\xi, \tau) = \theta^{c_{01}} + \theta^{c_{02}} \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$\theta^{c_{01}} = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{\xi - u\tau}{\sqrt{4\tau}} \right) + e^{u\xi} \operatorname{erfc} \left(\frac{\xi + u\tau}{\sqrt{4\tau}} \right) \right] \quad (19)$$

$$\theta^{c_{02}} = e^{uh_p} \cdot \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{2h_p - \xi + u\tau}{\sqrt{4\tau}} \right) - u\sqrt{\tau} \operatorname{ierfc} \left(\frac{2h_p - \xi + u\tau}{\sqrt{4\tau}} \right) \right] \quad \dots\dots\dots (20)$$

式(19), (20)での関数 $\operatorname{ierfc}(\zeta)$ は次のような関係を持つ。

$$\operatorname{ierfc}(\zeta) = \frac{e^{-\zeta^2}}{\sqrt{\pi}} - \zeta \operatorname{erfc}(\zeta) \quad \dots\dots\dots (21)$$

式(18)を誘導するために、複雑な数学的な過程が必要であるが、ここでは結果のみを提示した。

4・3 指数関数境界に対する解 式(7)で $\theta_m(\tau) = e^{-a\tau}$ の場合、既に定温境界に対する解が存在するため、Duhamel の定理⁽¹³⁾

$$\theta(\xi, \tau) = \int_0^\tau \theta_m(\lambda) \frac{\partial}{\partial \tau} \theta^c(\xi, \tau - \lambda) d\lambda \quad \dots\dots\dots (22)$$

を適用して解を求めることができる。しかしながら、式(18)を式(22)に代入する時、被積分関数が複雑になるため、積分よりは4・3節の方法で解を求める方が便利である。

式(13)に対応する変換された解は

$$\bar{\theta}^e(\xi, s) = e^{u\xi/2} \cdot \frac{\mu \cosh[\mu(h_p - \xi)] + (u/2) \sinh[\mu(h_p - \xi)]}{(s + a) [\mu \cosh(h_p \mu) + (u/2) \sinh(h_p \mu)]} \quad \dots\dots\dots (23)$$

であり、式(15)に対応する完全解は次のようになる。

$$\theta^e(\xi, \tau) = e^{-(a\tau - u\xi/2)}.$$

$$\frac{(v/2) \cosh[(v/2)(h_p - \xi)] + (u/2) \sinh[(v/2)(h_p - \xi)]}{(v/2) \cosh(v/2) + (u/2) \sinh(v/2)} - 2e^{u\xi/2} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{(u/2) \sin[\gamma_n(h_p - \xi)] + \gamma_n \cos[\gamma_n(h_p - \xi)]}{[\gamma_n \sin \gamma_n - (1 + u/2) \cos \gamma_n][\gamma_n^2 + (v/2)^2]} \cdot \gamma_n e^{-[\gamma_n^2 + (u/2)^2]\tau} \right\} \quad \dots\dots\dots (24)$$

ここで、 v は

$$v = 2[(u/2)^2 - a]^{1/2} \quad \dots\dots\dots (25)$$

で定義される。式(15)と同一な理由で式(24)を補う短時間解を求めると次のように整理できる。

$$\theta^e(\xi, \tau) = \theta^{e_{01}} + \theta^{e_{02}} \quad \dots\dots\dots (26)$$

$$\theta^{e_{01}} = \frac{1}{2} e^{-a\tau} \cdot \left[e^{(u-v)\xi/2} \operatorname{erfc} \left(\frac{\xi - v\tau}{\sqrt{4\tau}} \right) + e^{(u+v)\xi/2} \operatorname{erfc} \left(\frac{\xi + v\tau}{\sqrt{4\tau}} \right) \right] \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$\theta^{e_{02}} = \frac{1}{2} e^{-a\tau} \cdot \left[\left(\frac{v-u}{v+u} \right) e^{(u+v)\xi/2 - v h_p} \operatorname{erfc} \left(\frac{2h_p - \xi - v\tau}{\sqrt{4\tau}} \right) + \left(\frac{v+u}{v-u} \right) e^{(u-v)\xi/2 + v h_p} \operatorname{erfc} \left(\frac{2h_p - \xi + v\tau}{\sqrt{4\tau}} \right) \right] + \frac{u^2}{2a} e^{uh_p} \operatorname{erfc} \left(\frac{2h_p - \xi + u\tau}{\sqrt{4\tau}} \right) \quad \dots\dots\dots (28)$$

式(24)と(25)は $(u/2)^2 > a$ (すなわち、 $h_m > 4/u$) の条件下で成立する。もし、 $(u/2)^2 \leq a$ の場合には解の形は変わるが、実際の蓄熱槽の Pe 数は上記の条件を満足するため、別の取り扱いはいらなくなる。特に、 $h_m=0$ の場合に $a=\infty$ なので、 $\theta^{e_{01}}$ と $\theta^{e_{02}}$ は 0 になることを注目する必要がある。

5. 解の妥当性および特性考察

ここまでの解析結果を総合すると、蓄熱槽内の非定常温度分布は流体の混合の有無と関係なく、蓄熱槽の入口からの無次元位置 ξ' の関数であり、次のように表される。

$$\theta(\xi', \tau) = \theta_m(\tau) \quad \text{for } 0 \leq \xi' \leq h_m \quad \dots (29)$$

$$\theta(\xi', \tau) = \theta^c(\xi, \tau) - \theta^e(\xi, \tau) \quad \dots (30)$$

$$\text{for } h_m \leq \xi' \leq 1 \quad \text{and } \xi = \xi' - h_m$$

短時間解を誘導する際、導入された近似の妥当性は無視された高次項のオーダーを調べることによって立証できる。ただし、式(4)で指数関数 $e^{-u\tau}$ の大きさはいつも1より小さいため、定温境界に対する解の検証のみで充分である。式(17)に含まれている指数の特性から $m \geq 1$ の高次項の中に最大は θ^c_{11} であることがわかり、その逆変換を求めると

$$\theta^c_{11} = e^{u(h_p + \xi)}$$

$$\left[\operatorname{erfc}\left(\frac{2h_p + \xi + u\tau}{\sqrt{4\tau}}\right) - u\sqrt{\tau} \operatorname{ierfc}\left(\frac{2h_p + \xi + u\tau}{\sqrt{4\tau}}\right) \right] \quad \dots (31)$$

となる。ここで、便宜上

$$\zeta = \frac{2h_p + \xi + u\tau}{\sqrt{4\tau}} \quad \dots (32)$$

と定義すると θ^c_{11} は ζ が最小、すなわち $\xi=0, u\tau=1$ の時に最大になる。この時、 $\zeta = (h_p + 0.5)\sqrt{u}$ であり、かなり大きな値であるため、次のように級数展開できる(13)。

$$\operatorname{erfc}(\zeta) = \frac{e^{-\zeta^2}}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{\zeta} - \frac{1}{2\zeta^3} + \frac{1 \cdot 3}{2^2 \zeta^5} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2^3 \zeta^7} + \dots \right) \quad (33)$$

式(31)に式(21)と(33)を代入し、 θ^c_{11} のオーダーを算出すると

$$O(\theta^c_{11, \max}) \sim \frac{h_p e^{-(h_p^2 + 0.25)u}}{\sqrt{\pi u} (h_p + 0.5)^2} \quad \dots (34)$$

となる。また、 $O(\theta^c_{01}) \sim 1$ であるため、実際の蓄熱槽で有効Pe数を基準としても最小限 $Pe > 10^1$ となることを考慮すると高次項($m \geq 1$)は無視できる。具体的には、 $Pe=10$ ($h_p=1$)の場合にそのオーダーは $O(\theta^c_{11, \max}) \sim 10^{-7}$ にすぎない。したがって、短時間解はほぼ厳密解と見なしてもいい。

既存の研究と関連して出口境界条件の違いが解に及ぼす影響を分析するために、定温入口条件に対して式(8)を適用したCabelliの解と式(9)による本研究の短時間解を比較した。その結果、Cabelliの解は式(19)の θ^c_{01} と一致した。それは本質的にCabelliの解は、本研究で求めた解である式(18)の部分集合であることを意味する。したがって、式(20)から定義された θ^c_{02} は

境界条件の差を反映する。このような特性は4・3節で扱った指数関数の境界条件にも当然に成り立つ。すなわち、出口境界条件が式(8)の場合に、指数関数の入口条件に対応する解は式(27)となる。

短時間解の特徴は、以上のような直接的な解との比較をしなくても式(17)の級数に現れる指数の形および式(20)、(31)で出てくる誤差関数の変数の形から物理的に説明できる。より具体的には θ^c_{02} は $h_p \leq \xi \leq 2h_p$ の領域での温度が、 θ^c_{11} は $2h_p \leq \xi \leq 3h_p$ の領域での温度が各々、解析対象領域($0 \leq \xi \leq h_p$)の温度に及ぼす影響であり、高次項($m \geq 1$)は急激にその影響が減少するため、無視することができる。

しかしながら、 θ^c_{02} は隣接領域に当たるため、充填終了時間および出口へ接近するほど無視できない影響を及ぼす。出口の境界条件による解の違いを見せるために、図2に $\theta^c_{02, \max}$ を定量的に見せる。断熱境界条件の影響はPe数が小さくなるほど、また h_p が大きくなるほど顕著になるが、理由としてはそのような条件下では押し出し流動域内の熱拡散が増大するためである。

出口の境界条件は、熱対流とは関係なく熱拡散のみにかかわるため、熱拡散が大きい条件下ではその影響も当然に大きくなる。それで、Pe数が小さい場合に蓄熱槽内の温度分布を計算する際、Cabelliの解($h_p=1$ の時)を適用すると相当な誤差が生じるのは明確である。完全混合域の深さと押し出し流動域内の熱拡散との関係は次報で述べる。図2の $\theta^c_{02, \max}$ は式(34)と同じ方法で次のような近似式で表示できる。

$$\theta^c_{02, \max} \approx \frac{2h_p e^{-u(1-h_p)^2 \cdot 4}}{\sqrt{\pi u} (1+h_p)^2} \quad \dots (35)$$

一方、本研究で求めた解(短時間解)を検討すると次のような特徴がわかる。一番目は、解を構成するす

Fig. 2 The maximum temperature difference between the present (finite domain) and the Cabelli's (semi infinite) solutions

すべての項らが誤差関数を含める点である。誤差関数は積分関数であるが、数学的な性質が良く知られており、変数の大きさによっては式(21)および(33)によって比較的簡単に求めることができる。二番目は、短時間解の収束性の問題は論外にしても完全解(長時間解)に比べると解を構成する各項の物理的な意味が明らかである。その点は、Cabelliの解との比較からわかるように境界条件の差を評価する時に有用である。ただし、実用性が欠いたにもかかわらず、完全解は理論的な参考資料として十分に価値がある。三番目は、誤差関数項の変数に一定の規則性が存在することである。このような規則性は逆変換表に無い類似な形態のラプラスの逆変換を求める時に使うことができる。

6. 結 論

成層化された蓄熱槽内の充填過程について非定常の熱的な挙動を理論的に解析するために、より厳密な出口の境界条件を適用し、入口効果による流体の混合をも含めた本研究から得られた結論は次のようである。

(1) 流体混合の有無に関係なく適用できる完全解(長時間解)および近似解(短時間解)を誘導した。完全解は収束性や数値計算上の問題で充填過程の解析に直接的な適用には困難であるため、実用的には近似解が適合する。近似解の妥当性は数学的に厳密に検証された。

(2) 本質的に定温入口条件に対する Cabelli の解は、それに対応する短時間解の部分集合であり、指数関数入口条件に対する短時間解も半無限領域に対応する解を含める。したがって、式(29)と(30)で表した本研究の解は流体の混合に依存せず、成層化された蓄熱槽に対する一般解として既存の解を代替することができる。

(3) 出口の境界条件による解の違いは Pe 数が小さくなるほど顕著である。流量が少ない低 Pe 数の場合、妥当な温度の予測のためには本研究の解が適用すべきである。

(4) 短時間解は数学的によく定義された誤差関数の項として表示されるため、適用が簡単な上に解を構

成する各項に対する物理的な説明が可能である。

文 献

- (1) Duffie, J. A. and Beckman, W. A., *Solar Engineering of Thermal Processes*, (1980), 329, John Wiley & Sons.
- (2) Hollands, K. G. T. and Lightstone, M. F., A Review of Low-Flow, Stratified-Tank Solar Water Heating Systems, *Solar Energy*, 43-2(1989), 97.
- (3) Zurigat, Y. H., Maloney, K. J. and Ghajar, A. J., A Comparison Study of One-Dimensional Models for Stratified Thermal Storage Tanks, *ASME J. of Solar Energy Eng.*, 111(1989), 204.
- (4) Cabelli, A., Storage Tanks-A numerical Experiment, *Solar Energy*, 19(1977), 45.
- (5) Sliwinski, B. J., Mech, A. R. and Shih, T. S., Stratification in Thermal Storage during Charging, *Proc. 6th IHTC*, 4(197), 149.
- (6) Baines, W. D., Martin, W. W. and Smith, D. M., Development Of Stratification in a Rectangular Tank by Horizontal Inflow, *ASME J. of Fluids Eng.*, 105(1983), 59
- (7) Pak, E. -T., Thermally Stratified Hot Water Storage, *Solar World Congress*, 2-1(1991), 1417.
- (8) 俞・洪・朴, 成層蓄熱槽内での充填過程の過度熱的挙動に関する解析(第2報, 特性因子の影響), 機論に提出中.
- (9) 相良・中原, 蓄熱槽の特性解析に関する研究(その13, 三重大学建築学科棟の温度成層形蓄熱槽の運転実績とモデルによるシミュレーション), 日本空調調和・衛生工学会学術論文集, (1984), 765.
- (10) Csordas, G. F., Brunger, A. P., Hollands, K. G. T. and Lightstone, M. F., Plume Entrainment Effects in Solar Domestic Hot Water Systems Employing Variable-Flow-Rate Control Strategies, *Solar Energy*, 49-6(1992), 497.
- (11) Yoo, H. and Pak, E. -T., Theoretical Model of the Charging Process for Stratified Thermal Storage Tanks, *Solar Energy*, 51-6(1993), 513.
- (12) Abu-Hamdan, M. G., Zurigat, Y. H. and Ghajar, A. J., An Experimental Study of a Stratified Thermal Storage under Variable Inlet Temperature for Different Inlet Designs, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 35-8(1992), 1927.
- (13) Carslaw, H. S. and Jaeger, J. C., *Conduction of Heat in Solids*, 2nd ed., (1959), Oxford University Press.