オリフィス自由噴流に関する DSMC 計算*
(DSMC 法による垂直衝撃波と樽形衝撃波の再現)宇佐美 勝^{*1}, 手島 光 司^{*2}DSMC Calculation of Free Jets through a Circular Orifice
(Mach Disk and Barrel Shock by the DSMC Method)

Masaru USAMI and Koji TESHIMA

The direct simulation Monte Carlo method is applied to the study of the structures of supersonic jets through a thin circular orifice. Three cases with different Knudsen numbers Kn are investigated, based on the stagnation conditions and the orifice diameter, $1/Kn=50, 500$, and 2500 . The pressure ratio is 50 in all cases. The Mach disk and barrel shock are not observed at all in the case of $1/Kn=50$, but they appear slightly at $1/Kn=500$ and are clearly observed at the expected axial location for $1/Kn=2500$, which demonstrates that our DSMC calculation is reasonable. The DSMC results are also compared with experimental results obtained by a mass sampling technique and qualitative agreement is recognized in the broadening of the barrel shock with decreasing density.

Key Words: Rarefied Gas Flow, Compressible Flow, Free Jet, DSMC, Orifice, Mach Disk, Barrel Shock

1. 緒 言

直径 1mm 程度のオリフィスあるいはノズルから真空中へ流出する超音速自由噴流は、最近、各種薄膜成形における分子レベルの超精密加工に関連してその重要性が増大している。自由噴流に関する研究は古くから行われており、Ashkenas と Sherman⁽¹⁾が行った広範囲のよどみ点圧力におよぶ噴流構造の研究を筆頭に、電子線解析を自由噴流に適用した Cattolica⁽²⁾の研究、また近年では、藤本ら⁽³⁾、手島ら⁽⁴⁾、新美ら⁽⁵⁾、加藤ら⁽⁶⁾等によるレーザーを用いた構造解析が知られている。噴流構造の全体像を実験解析する方法には、最近では主として、電子線による方法かレーザーによる方法が用いられ、光化学の進展につれて定量的にも結果にかなりの期待がもてるようになってきた。しかし、比較のための理論解析が不足していることもあり、現時点での一般論を述べるならば、光技術を用いた測定は中心軸上を除いて定性的解析にとどまっている。このように、上流よどみ点圧力の広範囲におよんで、かつ定量的にも確信に足る結果は、まだ十分得られていないとは言い難い。一方、直接シミュレーションモンテ

カルロ法 (DSMC 法)⁽⁷⁾⁽⁸⁾は、Bird の最初の適用以来 30 余年を経て、希薄気体の数値解析手法としてはほぼ完成されてきた。藤本ら⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾は二次元スリットあるいは円筒孔を通る希薄気体流のコンダクタンス計算に DSMC 法を初めて適用し実験との比較を行った。宇佐美ら⁽¹¹⁾は二次元スリット通過の希薄気体流量について表面あらさの影響を調べ、DSMC のベクトル計算による高速化にも言及した。最近では、太田ら⁽¹²⁾が DSMC によって円管通過特性の研究を行っている。DSMC 法は、空間をセルと呼ばれる微小体積要素で分割し、分子の空間移動と分子間衝突の計算を微小時間ステップ dt で分離してシミュレーションするものである。しかし、セルの大きさを局所的な平均自由行程よりも小さくとることが基本とされるために、流れが連続流状態に近づくにつれてセル数および分子数が膨大なものとなり、自由噴流の計算について述べるならば、今までは、衝撃波が生じないような低圧力のシミュレーションに限られてきた⁽¹³⁾。本研究は、セルの大きさを局所平均自由行程にこだわらず大きくとることにより、DSMC 計算で初めて垂直衝撃波および樽形衝撃波を再現し、さらに、このように得られた自由噴流の構造が十分信頼できるものであることを考察したものである。また、Mass-Sampling の手法により行った実験と比較

* 原稿受付 1995 年 11 月 30 日。

^{*1} 正員、三重大学工学部 (〒514 津市上浜町 1515)。^{*2} 正員、京都教育大学教育学部 (〒612 京都市伏見区深草藤森町)。

し、定性的ではあるが、得られた結果に矛盾のないことを確認した。

2. DSMC 法の変遷

DSMC 法は 1963 年に初めて適用されて以来たえず検討が続けられ、1976 年に出版された Bird の DSMC 法の著書⁽⁷⁾も、1994 年に大幅に書き改められた⁽⁸⁾。3次元流・混合気体・近連続流体・計算領域拡大等、この間の計算機技術の発展に伴って計算そのものが大型化してきているが、新旧の著書で基本的に変更されたものが3つ挙げられる。「VHS(VSS)分子モデル」、「NTC衝突モデル」そして「サブセル分割法」である。VHS分子モデルは、剛体球とほぼ同様な衝突力学ながら、逆べき分子モデルに等しい計算効果を挙げるものとして Bird⁽¹⁴⁾が提案し、その後、古浦⁽¹⁵⁾が拡散係数をも考慮した VSS モデルに発展させた。NTC 衝突モデルは、それまで圧倒的な支持を得ていたタイムカウンタ法(TC法)⁽⁷⁾をその欠陥のために捨て去り、1988年に Bird⁽¹⁶⁾が提案したとされているが、筆者の知る限りにおいては1986年すでに Hermina⁽¹⁷⁾が発案しており、古浦⁽¹⁸⁾もまた Null-Collision 法を改良したものとして考案していた。南部⁽¹⁹⁾はこれらを総称して「最大衝突数法」と呼んでいる。なお、Bird の示した NTC プログラムコード⁽⁸⁾では、衝突数の算定に用いるセル内分子数 $N(N \times N$ として現れる)の内、片方の N に平均値を用いるとしている。Bird は TC 法の名残としてわざわざ平均値(実際には直前までに得られた値の平均値であるから厳密な意味の平均値ではない)を使用しているが、Null-Collision 法でそうしているように、 N の瞬時値を用いるのが正当であることは宇佐美⁽²⁰⁾によって指摘されている。サブセル法は、分子動力学法(MD法)⁽²¹⁾との算法の比較(渦の生成に関した)において、Bird⁽²²⁾が考案したものである。当時主流であった TC 法においてはセル内に20個程度以上の分子を含む必要があったため、その数を確保し、かつ衝突分子間距離を平均自由行程以下に保つため、二重のセルネットワークを構成したものである(セルの中をサブセルでさらに分割するという表現が分かりやすいが、サブセルを従来のセルと等しい大きさにして考えるならば、サブセルをさらに大きな「大セル」でまとめるとした表現が正確である)。一方、宇佐美⁽²⁰⁾は、瞬時値 N を用いた場合の NTC 法では、セル内分子数が1以下であろうとも理論衝突数を厳密に満たすことを示した。このように、NTC 法では、TC 法に課せられたような分子数は要求されないことを考えると、サブセル法の果たす役割が当初ほど重要ではなく

なっていることは確かである。なお、Bird⁽⁸⁾が示したサブセル法のプログラムコードには疑問点のあることが指摘されている⁽²³⁾。

3. 自由噴流の DSMC プログラム

今回のオリフィス自由噴流は軸対称問題として取り扱われており、見かけ上、二次元空間で分子移動が行われる。代表長さとしてオリフィス直径 d を用い、上流よどみ点の平均自由行程 λ によりクヌッセン数を $Kn = \lambda/d$ と定義して、 $1/Kn = 50, 500, 2500$ の3条件について計算を行った。いずれの場合も、上流と下流の圧力比は $p_0/p_1 = 50$ である。その DSMC プログラムコードは、藤本⁽¹⁰⁾の円筒孔通過流の計算に用いたものをベースにしており、分子移動に関しては、宇佐美⁽²⁴⁾が流れ図を用いて詳しく記している。ただし、アルゴンに相当する VHS 分子モデルを用いたこと、また、Null-Collision 法を採用したこと、さらには、中心軸付近のセルにサブセル法を適用したことが新たに改良された。 $1/Kn = 2500$ の場合の計算領域の一例を図1に示す。オリフィスは厚みのないものとし、オリフィス中心を原点にとってその上流と下流に流れ場を考えている。表1には、今回行った計算 A~G の上流および下流領域の大きさ(軸方向 x と半径方向 r) が、オリフィス直径 d に対する値で示されている。

Fig. 1 Simulation region ($1/Kn = 2500$)

境界条件としては、オリフィス壁面は拡散反射とし、上流境界は境界に垂直方向に巨視的流速を持つ局所平衡状態を仮定した。この巨視的速度の取扱いについては、藤本⁽⁹⁾が詳しく記述しているように、最初適当な値を仮定して与えた上で計算を行い、それにより得られた流量をフィードバックさせて新たに巨視的速度を与え直すという方法を用いている。池川⁽²⁵⁾は、この方法をプログラム処理で自動化して行っているが、今回のように流れ場が巨大化した場合には応答にかなりの時間遅れがあり、即応性を上げることは逆に安定性を損ねることにつながるので、巨視的速度修正のプ

Table 1 Simulation Domains

No.	$1/Kn$	Upstream ($x \times r$)	Downstream ($x \times r$)
A	50	$d \times d$	$10d \times 6d$
B	500	$0.75d \times 0.75d$	$10d \times 3d$
C	500	$0.75d \times 0.75d$	$15d \times 3d$
D	2500	$0.75d \times 0.75d$	$10d \times 2.5d$
E	2500	$0.75d \times 0.75d$	$10d \times 3d$
F	2500	$0.75d \times 0.75d$	$15d \times 2.5d$
G	2500	$0.75d \times 0.75d$	$15d \times 3d$

ログラム化は行っていない。一方、下流境界は、上流よどみ点の $1/50$ の密度における静止平衡状態を仮定した。この下流境界においても当然巨視的速度は存在し、温度、密度も一定ではない。これらを DSMC 計算に組み入れる算法も考えられてはいるが⁽²⁶⁾、やはり、計算領域が DSMC 計算としては巨大なものであるので、計算の安定性という面を重視し、今回は下流境界で巨視的速度ゼロとして計算を行った。ただし、この下流境界条件の不完全さが結果に及ぼす影響に関してはあとで考察を行い、計算 G については下流の境界条件を修正した計算も行った。計算機上で同時に扱う分子数は、約 80 万～120 万、セル数は上流側 2500～3600、下流側 34000～55000 である。上流側セルは正方形で全領域同一形状である。下流側では、半径方向のセル分割は均一であるが、軸方向は、垂直衝撃波の生じる場所の少し手前までは指数関数的にセル長を増加させ⁽²⁷⁾、それ以降は同一長さでセルを分割している。なお、衝撃波のできる位置が、このようなセル分割の方法を多少変えても影響を受けないことは確認を行っている。すでに述べたように、軸中心付近のセルの分子数は極端に小さくなるので軸付近のみサブセル法を適用している。分子移動の計算と分子間衝突の計算を分離するための時間ステップは、上流よどみ点における分子の平均自由時間の $1/2$ 倍 ($1/Kn = 50$ 場合) および 2 倍 ($1/Kn = 500$ と 2500 の場合) を用いた。

4. 計算結果と考察

4.1 上流よどみ点密度の違いによる噴流構造の変化
表 1 に示した計算の中から、各 Kn について最も大きな領域で計算した A, C, G を取り出し、噴流形状（下流側流れ場）の比較を行った。ただし、3次元グラフでの比較を容易にするために、表示のための範囲は同じ大きさ ($0 \leq x/d \leq 10$, $0 \leq r/d \leq 3$) とした。これにより $1/Kn = 500$ および 2500 の場合は、下流境界（中心軸に垂直な）に近い流れ場の結果は表

示に含まれないことになる。4.2 節において、今回の不十分な下流境界条件のために下流境界付近の結果に歪みの出ることが示されるが、ここでの表示範囲の制限はその部分を取り除く意味も含まれている。密度分布 ρ/ρ_0 （上流よどみ点の密度 ρ_0 で無次元化）を図 2～4 に、軸方向速度分布 u/c_{m0} （上流よどみ点の分子の最大確率速度 c_{m0} で無次元化）を図 5～7 に、温度分布 T/T_0 （上流よどみ点の温度 T_0 で無次元化）を図 8～10 にそれぞれ示す。なお、密度分布については、下流域全体の変化を詳細に示すために 0.2 以下の値について示し、それ以上の値はカットしている（ 0.2 以上の値はオリフィス出口直後で生じるが、この付近では

Fig. 2 3-D density profile ($1/Kn = 50$) Fig. 3 3-D density profile ($1/Kn = 500$) Fig. 4 3-D density profile ($1/Kn = 2500$)

Kn の違いによる顕著な差異はみられない。密度分布を比較すると、 $1/Kn = 50$ の場合には下流へ進むにつれて単調に減少する一方であるものが、 $1/Kn = 500$ においては一旦落ち込んで最小値を経たのち密度増加の様子が認められる。さらに $1/Kn = 2500$ では、 $x/d = 4.7$ 付近に垂直衝撃波 (Mach Disk) が生じ、噴流を取り囲む位置に、樽形衝撃波 (Barrel Shock) と噴流境界 (Jet Boundary) による密度の盛り上がりも確認できる。圧力比 $p_0/p_1 = 50$ の場合、 $x/d = 4.7$ の位置に垂直衝撃波の生じることは Ashkenas ら⁽¹⁾ によって示されておりそれに矛盾しない。軸 (方向) 速度分布

Fig. 5 3-D axial-velocity profile ($1/Kn = 50$) Fig. 6 3-D axial-velocity profile ($1/Kn = 500$) Fig. 7 3-D axial-velocity profile ($1/Kn = 2500$) Fig. 8 3-D temperature profile ($1/Kn = 50$) Fig. 9 3-D temperature profile ($1/Kn = 500$) Fig. 10 3-D temperature profile ($1/Kn = 2500$)

および温度分布も同様に、 $1/Kn = 50$ の場合は単に滑らかな変化であるが、 $1/Kn = 500$ および 2500 においては密度変化に応じた特徴ある分布となっており衝撃波の様子も確認できる。垂直衝撃波と樽形衝撃波の交差する付近についても詳細な分析が可能であるので、今後、構造解析に十分貢献できるものと考え（計算結果のデータは公開予定、詳細は著者まで）。なお、上記 3 次元グラフにおいて中心軸付近の格子が少し大きめになっているが、これはこの部分にサブセル法を用いたからである（ただし格子とセルが一对一対応しているわけではない）。サブセル法を用いずに、この部

分のセルを「サブセル法における大セル」と同じ大きさにして計算を行ったところサブセル法とほぼ同様な結果が得られた。しかし、小さなセルのままで計算した場合にはこの部分に大きな歪みが生じた。

図 11 は、 $x/d = 0.8, 2, 4, 6$ における軸方向流量（上流よどみ点における密度と分子最大確率速度の積に単位面積を掛けたもので無次元化している）の半径方向分布の比較を行ったものである。樽形衝撃波と噴流境界から形成される山の形状は $1/Kn$ の増加につれて鋭く高くなっていく。図 12 は、中心軸上の軸方向流量分布を描いたものであるが、垂直衝撃波の生じる位置（ $x/d = 4.7$ 付近に生ずるが図 12 には明示されない）までの DSMC の結果は $1/Kn$ の値に依らずほぼ同じ値を持っている。自由噴流の中心軸上に関しては、しばしば、Ashkenas-Sherman⁽¹⁾ によるマッハ数分布と等エントロピー過程の関係から導びかれた結果が比較の基準として用いられるが、 $1 \leq x/d \leq 5$ の範囲でそれと一致することが認められる。また、Euler 方程式による連続流体計算⁽²⁸⁾の結果とも一致することが確認された（図の複雑さを避けるために、Euler 計算の結果については後述の実験結果と共に表示するにとどめる）。図 12 において、オリフィス出口付近で流量増加が見られる。これは、図 13 の等マッハ数線図（ $1/Kn = 2500$ ）に見られるように、流れがオリフィス出口でまだ音速に達しておらず、音速点の分布（図 13 で $M = 1$ と明示）がオリフィス下流で凸の形状となっているため、薄板オリフィスの特徴として知られている現象と一致するものである。

4.2 下流領域の大きさの影響（下流境界条件についての考察） 今回の計算における下流境界は静止平衡状態を仮定しているが、領域の大きさから考えて不十分なものであると思われる。ただし DSMC 法においては、この境界条件の直接の適用を受けるのは境界から流入する分子だけであり、境界内に元から存在する分子には間接的にしか影響が及ばないので、計算全体が悪影響を受けることは少なく、影響は境界付近に限られるものと考えられる。そこで、この境界条件が境界の内側のどこまで影響するのかを調べるために、下流領域の軸方向および半径方向の範囲を変化させて求めた結果を比較することとした（表 1 における計算 B と C および D と G の比較）。図 14, 15 は $1/Kn = 500$ および 2500 において、下流域の軸方向長さが $x/d = 10$ と $x/d = 15$ の二つの場合について、軸方向流量の比較を行ったものである。半径方向の位置は $r/d = 0.05$ （中心軸相当）と $r/d = 1.0$ である。 $1/Kn = 2500$ では $x/d = 7.5$ 以上の位置で明かな差異が現

Fig. 11 Axial-mass-flow profile

Fig. 12 Axial-mass-flow profile on the center line

Fig. 13 Mach number contours ($1/Kn = 2500$)

れており、 $1/Kn = 500$ の場合はこれより影響が小さい。すなわち、境界から内側約 $2.5d$ の範囲は結果に歪みが含まれていると考えられるので、 $x/d = 15$ に下流境界をおいた計算でも信頼できる範囲は $x/d < 12.5$ 程度であろうと予測できる。図 15 には、計算 G で得られた結果の $x/d = 12.5$ の線上の諸量を、同じ半径方向位置における下流境界線上 ($x/d = 15$) の値として用い、その新たな境界条件によりシミュレーション

Fig.14 Comparison of axial-mass-flow profile between different axial locations of downstream boundary ($1/Kn=500$)

Fig.15 Comparison of axial-mass-flow profile between different axial locations of downstream boundary ($1/Kn=2500$)

Fig.16 Comparison of axial-mass-flow profile between different radial locations of downstream boundary ($1/Kn=2500$)

して求めた結果も表示してある。このような境界条件の修正によってほとんど全領域で有効な結果を得ることも可能となる。図 16 は $1/Kn = 2500$ において、半径方向の下流境界の位置が $r/d = 2.5$ の場合と $r/d = 3.0$ の場合を軸方向流量について比較したものである。ほとんど同じ結果が得られており、この方向に関しては境界付近で結果の歪みは見られない。なお、中心軸付近に見られる統計的変動はセル内分子数が極端に少ないために生じたものである。

4.3 セル分割の粗さに関する考察 DSMC 法における領域のセル分割は、従来、局所平均自由行程より小さくとすることが基本とされてきた。しかし今回の計算では、例えば $1/Kn = 2500$ において、オリフィス出口直後では、局所平均自由行程の約 25 倍となっている。これが計算結果にどのように影響するかを調べるためには、セル分割をさらに細かくした計算を行って比較するのが良いが、そのための計算量は膨大であり十分な比較が困難となる。そこで逆に、セル分割を粗くした場合の計算を行い比較した。具体的には、下流領域のセル長を元のセル長の 1.41 倍あるいは 2 倍とした（上流側は元のままである）。下流領域のセルあたりの分子数は変えないので、計算に用いる総分子数は約 $1/3$ 倍あるいは $1/8$ 倍となり、定常状態に達するまでの計算時間も非常に短くなる。図 17 に、セル分割の違いが軸方向流量（半径方向分布）の結果に及ぼす影響を示した。セルが粗くなることによって分布

Fig.17 Comparison of axial-mass-flow profile between different cell dimensions ($1/Kn=2500$)

Fig. 18 Experimental results of axial-mass-flow rate (Radial profiles)

の山のピーク値は減少するものの、分布の傾向自体にはそれほど変化は見られないことが判明した。この事実から、逆にもし今回の計算よりもセル分割を細かくした場合でも、若干ピーク値が上昇することは起こり得るであろうが、本計算を根本的にくつがえす結果にはならないものと推測できる。もし完全な連続流状態であれば局所的に平衡状態が満たされるので、セルを平均自由行程まで細かく分割しなくとも良好な結果が期待できる。今回の計算は、 $1/Kn = 2500$ というかなり連続流に近い状態であることから、セル分割を必ずしも平均自由行程程度にする必要はなかったものであると考える。

4.4 実験結果との比較 DSMC 計算の結果を検証するために Mass-sampling による実験結果との比較を行った。実験で用いたオリフィスは直径 2.5mm で気体はアルゴンである。直径 0.3mm のプローブで気体をサンプルし 4 重極質量分析器に導いたのちイオン信号を二次電子増倍管で増幅する。実験に関する詳細は手島⁽²⁹⁾の文献に述べられている。DSMC 計算に対応する上流よどみ点圧力は、133Pa ($1/Kn = 50$)、1330Pa ($1/Kn = 500$) および 6670Pa ($1/Kn = 2500$) である。ただし、ここにおける圧力と $1/Kn$ の換算には、剛体球分子を仮定した平均自由行程 λ の算定法を使用した。Bird⁽³⁰⁾は、VHS 分子に関して厳密に平均自由行程 λ を求める方法を提案しているが、それによると $1/Kn$ は上記の値より約 30% 大きくなる。図 18 に軸 (方向) 流量の半径方向分布を、図 19 に軸流量の中心軸上の分布を示す。なお、図 19 には Euler 方程式による連続流体計算⁽²⁸⁾の結果も示されている (非粘性を仮定した計算なので Kn の表示はしていない)。測定系の都合により実験結果は各実験データでの相対的な変化しか保

証できないため、縦軸にははっきりした単位を示していない。図 18 に示した実験結果において、樽形衝撃波と噴流境界から形成される山の形状は $1/Kn$ の増加につれて鋭く高くなっていくが、その傾向は図 11 の DSMC 計算と一致するものである。また図 19 の中心軸上分布では、垂直衝撃波 ($x/d = 4.7$ 付近に生じるがこの軸流量分布には明確に現れない) より下流において $1/Kn = 500$ の曲線の増加が他の曲線に比べて顕著であるが、この傾向も DSMC 計算 (図 12) で確認できる。これは、圧力の低下 (連続流体に比べて) に伴って衝撃波の巾が広がり、垂直衝撃波と樽形衝撃波の干渉領域の巾も広がって、その結果、垂直衝撃波下流のスリップラインで囲まれた領域が狭くなるために生ずると考えられる。

Fig. 19 Experimental results of axial-mass-flow rate on the center line

5. 結 論

円形薄板オリフィスから流出する超音速自由噴流について DSMC 計算を行い以下のことが明かになった。

(1) 圧力比 50 を一定にして上流よどみ点圧力を変化させると、それに応じて噴流構造は変化し、 $1/Kn = 50$ において全く観測されなかった垂直衝撃波および樽形衝撃波が、 $1/Kn = 500$ ではその原形が形作られ、 $1/Kn = 2500$ では十分明確な形となって現れてくる。

(2) 下流の境界条件を静止平衡状態で仮定することは不十分なものであるが、領域の大きさを変えた計算結果を比較することにより信頼できる範囲が特定でき、その範囲内で今回得られた DSMC 計算は有効である。また、境界条件を修正して与えれば、より広い範囲で有効な結果を得ることができる。

(3) 今回採用したセルの大きさは局所平均自由行程よりもかなり大きい、セル分割をさらに細かくした計算をしても今回の結果を大きく変更することにはならないと考察できる。

(4) Mass-sampling の手法による実験と比較し、定性的ではあるが、類似した噴流構造の現れることを確認した。

今回の計算を遂行するにあたり、三重大学情報処理センターを利用した。また内藤科学技術振興財団の援助 (1994) を受けた。ここに感謝の意を表する。

文 献

- (1) Ashkenas, H., Sherman, F. S., The Structure and Utilization of Supersonic Free Jets in Low Density Wind Tunnels, *Proc. 4th Int. Symp. Rarefied Gas Dyn.*, 2 (1966), 84-105.
- (2) Cattolica, R., Robben, F., Talbot, L., Willis, D. R., Translational Nonequilibrium in Free Jet Expansions, *Phys. Fluids*, 17-10 (1974), 1793-1807.
- (3) 藤本・宇佐美・松原, 可視化による自由噴流の構造解析, *機論*, 50-449, B (1984), 233-240.
- (4) 手島・守谷・森, レーザー誘起蛍光法による自由噴流の可視化, *日本航空宇宙学会誌*, 32-364 (1984), 309-311.
- (5) 新美・藤本・田老, 複数の平行超音速自由噴流が干渉した流れ場の解析, *機論*, 59-567, B (1993), 3325-3330.
- (6) 加藤・米倉・岡副, LDLIF/LT 計測システムによる希薄気体流の計測と可視化, *機論*, 60-577, B (1994), 3058-3064.
- (7) Bird, G. A., *Molecular Gas Dynamics*, (1976), 118-132, Clarendon.
- (8) Bird, G. A., *Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows*, (1994), Clarendon.
- (9) 藤本・宇佐美, スリットを通過する希薄気体のモンテカルロシミュレーション (上流と下流との間で大きな圧力比をもつ場合), *機論*, 50-459, B (1984), 2717-2722.
- (10) 藤本・宇佐美・加藤, 円筒孔を通過する希薄気体の穴板温度上昇による流量抑制効果 (非定常実験と直接シミュレーション), *機論*, 51-466, B (1985), 1957-1961.
- (11) 宇佐美・藤本・加藤, スリットを通る希薄気体流の表面あらさによる流量減少効果 (直接シミュレーションモンテカルロ法のベクトル計算による高速化), *機論*, 54-501, B (1988), 1042-1050.
- (12) 太田・谷口・有富, DSMC 法による気体分子の円管通過特性に関する研究, *機論*, 61-587, B (1995), 2450-2455.
- (13) Weaver, D. P., Muntz, E. P., Campbell, D. H., Direct Simulation Monte Carlo Calculations Compared with Sonic Orifice Expansion Flows of Argon and N₂, *Progress in Astronautics and Aeronautics*, 158 (1994), 98-108, AIAA.
- (14) Bird, G. A., Monte-Carlo Simulation in an Engineering Context, *Progress in Astronautics and Aeronautics*, 74 (1981), 239-255, AIAA.
- (15) Koura, K., Matsumoto, H., Variable Soft Sphere Molecular Model for Inverse-Power-Law or Lennard-Jones Potential, *Phys. Fluids A*, 3-10 (1991), 2459-2465.
- (16) Bird, G. A., Perception of Numerical Methods in Rarefied Gasdynamics, *Progress in Astronautics and Aeronautics*, 118 (1989), 211-226, AIAA.
- (17) Hermina, W. L., Monte Carlo Simulation of High Altitude Rocket Plumes with Nonequilibrium Molecular Energy Exchange, *Proc. AIAA/ASME 4th Joint Thermophys. Heat Transf. Conf.*, (1986), AIAA-86-1318.
- (18) Koura, K., Null-Collision Monte Carlo Method: Gas Mixtures with Internal Degrees of Freedom and Chemical Reactions, *Progress in Astronautics and Aeronautics*, 117 (1989), 25-39, AIAA.
- (19) 南部, ボルツマン方程式の確率解法 I, 東北大学流体科学研究所報告, Vol.3 (1992), 47-93.
- (20) Usami, M., Kato, S., Monte Carlo Direct Simulation for Gas Flows with Vortexes Between Concentric Cylinders, *Progress in Astronautics and Aeronautics*, 159 (1994), 268-283, AIAA.
- (21) Meiburg, E., Comparison of the Molecular Dynamics Method and the Direct Simulation Monte Carlo Technique for Flows Around Simple Geometries, *Phys. Fluids*, 29-10 (1986), 3107-3113.
- (22) Bird, G. A., Direct Simulation of High-Vorticity Gas Flows, *Phys. Fluids*, 30-2 (1987), 364-366.
- (23) 宇佐美・加藤, 希薄気体 DSMC 法のサブセル分割に関する一考察, *機論*, 95-1(III) (1995), 205-206.
- (24) 宇佐美, オリフィスおよび短い管路を通る希薄気体流に関する研究, 博士学位論文, (1986), 129-159, 名古屋大学.
- (25) 池川・小林, 直接シミュレーションモンテカルロ法による希薄流シミュレータの開発, *機論*, 54-507, B (1988), 3057-3060.
- (26) Riechelmann, D., Nanbu, K., Igarashi, S., モンテカルロ直接法における下流側の超音速分子境界条件, *機論*, 900-59(B) (1990), 70-72.
- (27) Usami, M., Fujimoto, T., Kato, S., Monte Carlo Simulation on Mass Flow Reduction due to Roughness of a Slit Surface, *Progress in Astronautics and Aeronautics*, 116 (1989), 283-297, AIAA.
- (28) 斎藤・中辻・手島, 自由噴流の流れ場の数値計算および可視化, *日本航空宇宙学会誌*, 34-386 (1986), 161-165.
- (29) 手島, マスサンプリングによる超音速ジェットの構造解析, *日本航空宇宙学会シンポジウム「極度に非平衡な反応性流れの解明」発表論文集*, (1995), 96-98.
- (30) Bird, G. A., Definition of Mean Free Path for Real Gases, *Phys. Fluids*, 26-11 (1983), 3222-3223.