滑面乱流境界層の局所壁面摩擦抵抗係数
と平均量特性*大坂 英雄^{*1}, 亀田 孝嗣^{*2}, 望月 信介^{*1}Local Skin Friction Coefficient Evaluated by Direct Measurement Method
and Mean Flow Quantities in a Turbulent Boundary Layer

Hideo OSAKA, Takatsugu KAMEDA and Shinsuke MOCHIZUKI

Measurement of the local skin friction coefficient and re examination of the low Reynolds number effect are made in a zero pressure gradient turbulent boundary layer. The momentum thickness Reynolds number R_θ ranges from 840 to 6 220. The wall shear stress τ_w is determined from the direct measurement method using a floating element device in a flow field where the two-dimensionality of a boundary layer is examined thoroughly. From the present results of C_f , an empirical formula for C_f and R_θ is proposed and proven to have good accuracy. For the present R_θ range, a log region with a constant κ exists. The additive constant C , however, varies with the Reynolds number. The magnitude of the wake parameter maintains a constant value of 0.62 for $R_\theta \geq 5 000$. The effect of R_θ on all the turbulent intensities is felt within the sublayer. Both the peak and its location for $-uv/u_\tau^2$ increase with R_θ .

Key Words: Turbulent Boundary Layer, Local Skin Friction Coefficient, Direct Measurement, Two Dimensionality of the Flow, Mean Flow Quantities, Low Reynolds Number Effect

1. 結 言

従来報告されてきた零圧力こう配下の滑面乱流境界層に関する代表的な論文(Murlisら⁽¹⁾, Purtellら⁽²⁾, Wieghardt⁽³⁾)中の局所壁面摩擦抵抗係数 C_f の値を調べてみると, 信頼が置かれてきた Kármán-Schoenherr の式⁽⁴⁾ に必ずしも一致していないことが明らかである。各著者はこの一致しない原因について詳細に触れていない。これを調査するためには Kármán-Schoenherr の式の再吟味あるいは各著者が利用した C_f の評価法の妥当性の再検討が必要であろう。その意味であらためて零圧力こう配下の滑面乱流境界層に関する代表的な論文 90 編(本報告では紙数の都合上章末にすべて引用していない)を再調査してみると, この場合にも同様のことがいえる。また, このような C_f の値を用いて議論した各種乱流量のスケージングの問題にも疑問が残るため, 再検討の余地がある。加えて, 内部変数で無次元化された乱流量のデータは必ずしも多くないため, 上述した再検討事項に十分注意してデ

ータを蓄積することは意義がある。

この検討に関連して, C_f の評価法について信頼性の最も高い壁面せん断力の直接測定の結果を調べてみると, Schultz-Grunow⁽⁵⁾, Smith-Walker⁽⁶⁾ および Frei-Thomann⁽⁷⁾ らによるものがあるが, Kármán-Schoenherr の式との比較に関しては不明である。一方, 低 R_θ 数(運動量厚さに基づくレイノルズ数)の滑面乱流境界層の相似性に関する議論では, 外層構造に関し Coles⁽⁸⁾ は後流パラメータ II と R_θ の関係式を与えている。ところが高 R_θ 数での II の漸近値に関しはまだ妥当な結論が得られていない。内層構造に関してみると, 対数法則の傾きおよび切片について, Simpson⁽⁹⁾, Huffmannら⁽¹⁰⁾, Purtellら⁽²⁾ および Granville⁽¹¹⁾ の結果は互いに異なっている。また乱流量分布については, Purtellら⁽²⁾, Murlisら⁽¹⁾, Andreopoulosら⁽¹²⁾, Ermら⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾ および Antoniaら⁽¹⁵⁾ は, 低 R_θ 数で相似とはならないことを述べている。上述の論文の中でも, 内部変数で無次元化した分布は流れ方向の乱れ成分以外あまり調べられていない。Spalart⁽¹⁶⁾ による DNS の解析によると, 壁近傍においてすべてのレイノルズ応力成分の大きさは, R_θ 数が増加するにつれ増加することを述べている。また低 R_θ 数乱流について, Gad el Hakら⁽¹⁷⁾ のレビューに

* 1994 年 11 月 5 日 流体工学部門講演会において講演, 原稿受付 1995 年 10 月 20 日。

^{*1} 正員, 山口大学工学部 (〒755 宇部市常盤台 2557)。

^{*2} 准員, 山口大学大学院。

より、今後の検討すべき事項が列挙されている。

以上のことから本研究では、零圧力こう配下の滑面乱流境界層について流れ場の二次元性を十分配慮し、最も信頼のおける直接測定法により C_f の値を求めることにした。また、これで得た C_f による内部変数を用いて各種乱流量分布の相似性についても議論する。

2. 実験装置および方法

2・1 実験装置および条件 風洞の測定部は長さ 4 m, 幅 0.5 m で、測定部入口高さは 0.28 m である。測定平板は長さ 4 m, 厚さ 15 mm のベークライト板で、平板前縁部は厚み 1 mm のアルミニウム板(先端部はだ円形)に接続されている。流れ場の概要、座標系および主要記号を図 1 に示す。遷移促進のため前縁より流れ方向に $x=350$ mm の位置に直径 $d_t=1.26$ mm (谷ら⁽¹⁸⁾)の報告を参照して直径および設置位置を決定)のトリッピングワイヤを設けた。

壁面せん断応力の測定には 2・2 節で述べる直接測定装置を使用した。この装置からの出力は積分器を用いて 20 s の平均値として求めた。平均速度および乱流量の測定には I 形および X 形プローブ(交差角 $88^\circ 40'$)と定温度熱線流速計を使用した。使用した熱線センサは受感部長さ $l=0.6$ mm, 直径 $d=3.1$ μ m のタングステン線である。熱線のアスペクト比は $l/d=194$ 。本流れ条件のときの受感部長さに基づくレイノルズ数 $l^+ (=u_\tau l/\nu, u_\tau$ は摩擦速度)は 15~27 であり、方向特性および空間分解能は良好である⁽¹⁹⁾。熱線流速計からの信号はパーソナルコンピュータにより A-D 変換(サンプリング周波数と時間はそれぞれ 10 kHz, 10 s)後、演算処理した。測定レイノルズ数は $Re=840 \sim 6220$ の範囲である。すべての実験において、流れ方向およびスパン方向の無次元圧力係数は $\pm 0.25\%$ 以内に調整された。そのとき主流乱れ強さは 0.3% であった。

2・2 壁面せん断応力の測定 ここで用いた浮動片摩擦応力測定装置は既報⁽²⁰⁾⁽²¹⁾で述べたものと同様であるが、改良を加えて精度を向上させている。測定

Fig. 1 Flow field, coordinate system and nomenclature

原理および構造を簡単に述べると、浮動片要素に働く摩擦力を板ばねのたわみを利用して差動トランスで測定する装置である。浮動片要素は直径 $D=60$ mm で 2 本のりん青銅の板ばねにより支持され、パラレルリンク機構となっている。ギャップ寸法(浮動片要素とその周囲板のすきま寸法)はすきま調節ねじで要素全周にわたり 0.25 mm に調整される。ミスアラインメント寸法(浮動片要素とその周囲板の高さとの差)の調整は 3 箇所のマイクロメータを用いて行う。浮動片要素の変位量の測定は最小読取り精度が 0.05 μ m の差動トランスが用いられた。測定中の浮動片の振動の影響はシリコン油によるダンパで十分除去された。装置内外の圧力変化による誤差を抑制するため、装置全体は透明アクリルケースで密閉されている。また、測定中の温度変化の影響は除去できないため、温度変化が 1°C 以上あるときのデータを排除することで無視した。

図 2 にミスアラインメント寸法の影響を調べた結果を示す。この結果から、ミスアラインメント高さ h が $h=0 \sim 15$ μ m の範囲においては C_f の値に変化がみられない。この影響について、Brown-Joubert⁽²²⁾は装置の組立後ラッピング仕上げによりミスアラインメント高さの差をなくしている。Smith-Walker⁽⁶⁾は $h=0 \sim 13$ μ m の範囲で、Acharya ら⁽²³⁾は $|h| < 10$ μ m の範囲で h の影響が小さいことを報告している。なお、本測定は $h=0 \sim 5$ μ m の範囲で行った。次に、ギャップの影響は浮動片要素側面に働く圧力差を測定することによって既報⁽²⁰⁾ですでに報告(C_f に対し 1~2% の誤差)した。ここではさらに、浮動片要素が変位することによるギャップ寸法の不均一による影響について考察した。谷⁽²⁴⁾の単一矩形溝内の圧力分布の測定結果を利用しギャップ間に働く圧力による力を見積もってみると、 C_f に対して 0.1~0.2% の影響にとどまる。このギャップにおける圧力差による影響について、

Fig. 2 Effect of misalignment on the local skin friction coefficient

Fig. 3 Calibration curve of direct measurement device with floating element

Brown Joubert⁽²²⁾は触れていないが、Smith-Walker⁽⁶⁾は壁面せん断応力に対し1%、Acharyaら⁽²³⁾は300 μN以下の壁面せん断応力に対し5%程度の影響を与えると述べている。なお、彼らの装置は零変位機構であるため、ギャップの不均一性による影響は免れている。

検定は風洞内に本装置を取付けててんびんによる静的校正⁽²⁰⁾⁽²¹⁾を行った。図3は変位量 Δs と加えた力 F の検定結果を示す。図3から本装置の検定曲線は極めてよい直線性がある。以上より、本装置は測定範囲内で十分使用できることが確認できた。

2.3 流れ場の二次元性 本結果の信頼性を検討したりあるいは他研究者の結果との比較をする際、流れ場の二次元性の確保が重要な役割をもつ。そこで、本流れ場の二次元性の調査は厳密に検討した下式の二次元流の運動量積分方程式⁽²⁵⁾を用いて行った。

$$C_f = 2 \frac{d\theta}{dx} + \frac{2\theta}{U_1} \frac{dU_1}{dx} (H+2) + \frac{2}{U_1^2} \int_0^\delta \frac{\partial}{\partial x} (\bar{v}^2 - \bar{u}^2) dy + \frac{2}{U_1^2} \int_0^\delta \left(\int_0^y \frac{\partial^2 \bar{u}\bar{v}}{\partial x^2} dy - \delta \frac{\partial^2 \bar{u}\bar{v}}{\partial x^2} \right) dy \dots (1)$$

ここで θ は運動量厚さ、 H は形状係数、 U_1 は主流速度、 $-\bar{u}\bar{v}$ はレイノルズせん断応力、 $(\bar{v}^2 - \bar{u}^2)$ はレイノルズ垂直応力差および δ は境界層厚さである。二次元性の成立は、上式の左辺と右辺の値の釣合いの精度で判断される。従来、②～④項は零圧力こう配下の乱流境界層では小さい値であるため無視されてきたが、本報告では二次元性を詳細に調べるためにそれらの項についても評価する。本報告では第1段階として、式(1)の左辺は従来広く用いられてきたKármán

Table 1 Evaluation of each term for momentum integral equation

Re	① $\times 10^3$	② $\times 10^3$	③ $\times 10^3$	④ $\times 10^3$	⑤ $\times 10^3$	⑥%	⑦%	⑧%
900	4.2860	-0.318	-1.752	-0.004	4.3619	1.71	0.48	2.19
1180	4.0533	-0.477	-1.488	-0.004	4.0930	1.05	0.49	1.53
1520	3.8413	0.107	-1.613	-0.005	3.8636	0.59	0.39	0.98
1850	3.6857	-0.272	-1.586	-0.006	3.6986	0.35	0.51	0.85
2060	3.6024	0.278	-1.545	-0.006	3.6128	0.26	0.35	0.61
2480	3.4652	0.073	-1.374	-0.005	3.4716	0.16	0.38	0.54
2780	3.3833	-0.474	-1.420	-0.005	3.3888	0.15	0.56	0.71
3080	3.3126	0.511	-1.359	-0.005	3.3170	0.15	0.57	0.41
3580	3.2093	0.020	-1.367	-0.005	3.2157	0.21	0.42	0.63
3890	3.1540	-1.229	-1.242	-0.005	3.1618	0.26	0.79	1.04
4500	3.0581	-1.143	-1.196	-0.004	3.0704	0.38	0.77	1.14
4760	3.0233	-1.277	-1.169	-0.004	3.0362	0.44	0.81	1.24
5020	2.9892	0.754	-1.129	-0.004	3.0043	0.50	0.13	0.62
5280	2.9575	-1.932	-1.078	-0.004	2.9746	0.56	0.29	1.57

⑤: Kármán-Schoenherr
⑥: (⑤-①)/⑤
⑦: (②+③+④)/①
⑧: (⑤-(①+②+③+④))/⑤

Schoenherrの式により求め、一方右辺は平均速度、乱流量および壁面静圧分布の測定値から求めた。

表1に本実験で得られた運動量積分方程式中の各項の値を示す。表1中の⑤～⑧は表の下欄で示す結果である。表1より、①と⑤との差である⑥をみると Re 数が低くなると⑥は大きくなり、測定最小の Re 数において1.7%の差異が生じている。次に②～④の総和と①との比である⑦をみると最大で0.8%の差で、また①～④の総和と⑤との差である⑧をみると最大で2.2%の差異にまとまっており、流れ場の二次元性は良好であるといえる。この結果から、①と⑤はほぼ一致しているにもかかわらず②～④の総和は負の値であるため、式(1)の左辺(⑤で評価)と右辺との差が大きくなっている。これを考慮するとKármán-Schoenherrの式の C_f は1～1.5%程度過大評価する可能性がある。

3. 結果および考察

3.1 局所壁面摩擦抵抗係数 図4に直接測定装置を用いて測定した局所壁面摩擦抵抗係数 C_f の $Re_\theta = U_1 \theta / \nu$ (図4中[A]、 ν は動粘度)および $Re_{\bar{x}} = U_1 \bar{x} / \nu$ (図中[B]、 $\bar{x}$ は仮想原点からの距離)に対する結果を示す。まず、 C_f の Re_θ に対する結果からみる。図4中の実線は測定結果を用いてKármán-Schoenherrの式と同じ形に最小二乗法を適用して求めた式

$$1/C_f = 20.03(\log Re_\theta)^2 + 17.24(\log Re_\theta) + 3.71 \dots (2)$$

である。また、Kármán-Schoenherrの式

Fig. 4 Local skin friction coefficient

$$1/C_f = 17.08(\log R_\theta)^2$$

$$+ 25.11(\log R_\theta) + 6.012 \quad \dots\dots\dots (3)$$

を破線で示し、Schultz-Grunow⁽⁶⁾、Smith-Walker⁽⁷⁾および古屋ら⁽²⁰⁾による直接測定の結果も図示している。本測定範囲内において、式(2)と式(3)の値の差異は R_θ 数が大きくなるにつれ大きくなり、 $R_\theta \geq 3000$ で式(2)のほうは2~3%小さい。差異の一つの理由は、式(3)の導出過程に問題がある。式(3)は Schoenherr⁽⁴⁾により提案された二つの経験式

$$0.242/C_f^2 = \log(R_{ex} C_f) = \log(2R_\theta) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$C_f = 0.242 C_F / (0.242 + 0.868 C_F^2) \quad \dots\dots\dots (5)$$

を基礎として導かれている。ここで、 C_F は平均壁面摩擦抵抗係数である。式(3)の C_f は C_F と R_θ との関係をまず求め、これを基礎として式(5)の C_f を評価しているため、 C_f の値は式(4)の精度に依存する。ところで、式(4)は他の直接測定の結果⁽²⁶⁾と比較してみると、両者の間にはかなりの差がある。そのため、この関係を基礎として導かれた式(3)は精度がやや劣る。次に式(2)と Schultz-Grunow⁽⁵⁾、Smith-Walker⁽⁶⁾および古屋ら⁽²⁰⁾の結果を比較してみる。 R_θ 数が小さくなると式(2)と彼らの結果との差異が徐々に大きくなり式(2)のほうは低い値を示す。測定範囲内における最大の差異は、それぞれ6.8、5.8、7.8%である。これらの差異が生じる理由について若干考えてみる。Schultz-Grunow⁽⁵⁾の直接測定では、浮動片要素と周囲とのギャップ寸法が大きいこと、力の測定法に問題点があることおよび流れ場の二次元性が必ずしも確保されていないことがあげられる。Smith-Walker⁽⁶⁾の直接測定では、装置は精巧にできているが、遷移を促進する方法からみて流れ場のスパン方向一様性が実現し難いと思われる。古屋ら⁽²⁰⁾の結果は、研究目的が横

方向に不均一性をもつ流れ場の実験であり、二次元性は確保されていない。以上より、流れ場の二次元性の確保の程度が C_f の評価に影響することがわかる。

次に、実用上用いるのに便宜的な C_f と Re_x との関係性を調べてみる。図4中の実線は、測定結果を用いて Schultz-Grunow⁽⁵⁾の実験式と同じ形に最小二乗法を適用して求めた式

$$C_f = 0.337 \log(Re_x)^{-2.546} \quad \dots\dots\dots (6)$$

である。また、図4中には Schultz-Grunow⁽⁵⁾、Smith-Walker⁽⁶⁾および Frei-Thomann⁽⁷⁾の直接測定の結果も合せて示す。本結果と彼らの測定結果の差は、 Re_x 数が小さくなるにつれ徐々にひろがり、本結果が低い値を示す。測定範囲内における両者の最大の差異は、それぞれ3.4、6.1%、および4.3%である。この差異が生じた理由について考えてみる。Schultz-Grunow⁽⁵⁾の結果については、前述した理由があげられる。Smith-Walker⁽⁶⁾の結果については、前述した流れ場の二次元性の問題に加えて、乱流遷移の方法の影響から仮想原点位置の評価が妥当にできないことが考えられる。Frei-Thomann⁽⁷⁾の結果については、円管流でスリーブを挿入することで零圧力こう配を実現しており、かつ流れ場が吸込式であるため流れの軸対称性に疑問が残る。以上のことをまとめると、 C_f の値の他研究者との差異は特に流れ場の二次元性(軸対称性も含む)の良否が大きく影響しているものと考えられる。本実験では前述したようにこの点について詳細に検討しており、本直接測定の結果は妥当であると思われる。

3.2 対数速度分布 図5に $R_\theta = 860 \sim 6040$ の範囲の対数速度分布を示す。ここで、摩擦速度 u_τ は直接測定により求めた C_f から算出した。図5中の実線は、壁法則

$$U^+ = y^+, \quad (U^+ = U/u_\tau, \quad y^+ = u_\tau y/\nu) \quad \cdots \cdots (7)$$

$$U^+ = 1/\kappa \ln y^+ + C, \quad (\kappa = 0.41, \quad C = 5.0) \quad \cdots \cdots (8)$$

である。なお、図5中上段には他研究者の実験結果も合せて示している。下図に示した本測定結果は、すべての R_θ 数で対数直線部が存在し、その傾き κ の値は R_θ 数によらず式(8)と一致している。一方、切片 C の値は $R_\theta \geq 2100$ でほぼ $C=4.9$ をとるが、 $R_\theta \leq 1230$ では R_θ 数が減少すると増加している。対数直線部が存在する内層の上限高さ L^* は図5から推察されるように、粘性長さに対する比 L^*u_τ/ν としてみると、 R_θ 数が減少すると減少している。また、後流速度成分と対数直線部との最大のずれを示す後流強さ $\Delta U_1/u_\tau$ の値は、図5から推察されるように R_θ 数が減少すると減少している。これらの量の R_θ 数に対する変化は図6で詳細に議論する。次に他研究者の分布と比較する。図5中上段には、Murlis ら⁽¹⁾ および Purtell ら⁽²⁾ の測定結果のうち、本結果の $R_\theta=1230$ および 5230 の二つの例に近いデータを選んで示している。Purtell ら⁽²⁾ の分布(図5中、矢印P)は、 $R_\theta=1230$ の本結果に比べ下方にずれており、一方 $R_\theta=5230$ の本結果とは良好に一致している。Murlis ら⁽¹⁾ の分布(図5中、矢印M)は、 $R_\theta=1230$ の分布に比べ若干上方にずれてお

り、また $R_\theta=5230$ の分布とはずれの程度が大きくなっている。両者の分布の差異は、 C_f の評価法(Purtell ら⁽²⁾ はクラウザー線図法、Murlis ら⁽¹⁾ はプレストン管法)の差に原因があると思われる。そこで図5における検討から、 κ 、 C および L^* の値の C_f の評価法の違いによる差および R_θ 数に対する変化を調べてみる。図6にその結果を示す。まず κ の値をみると、直接測定(○印)、クラウザー線図法およびプレストン管法の三者による κ の値は本実験の R_θ 数の範囲でほぼ同一で $\kappa=0.41$ の値をとっている。ところが、 C の値は $R_\theta \geq 2500$ の範囲でおよそ $C=4.9$ の値をとるが、 $R_\theta < 2500$ では R_θ 数の減少につれ C の値は増加する。これは低 R_θ 数では粘性底層の厚みが増加するためと解釈される。クラウザー線図法による C の値は低 R_θ 数で小さく、一方プレストン管法による C の値は高 R_θ 数で大きい。このことは、クラウザー線図法を用いた C_f の値は低 R_θ 数で直接測定に比べ大きく、一方プレストン管法を用いた C_f の値は高 R_θ 数で直接測定に比べ小さく見積もる可能性があることを示す。図5で示した Purtell ら⁽²⁾ および Murlis ら⁽¹⁾ の結果が本結果と比べずれていた原因はこのためであると考えられる。

次に L^*/δ の値の R_θ 数に対する変化を調べてみる。図6中には Purtell ら⁽²⁾ および Subramanian ら⁽²⁷⁾ の実験結果も合せて示す。 $R_\theta > 4000$ で L^*/δ の値はほぼ $L^*/\delta=0.17$ であるが、 $R_\theta \leq 2000$ では R_θ 数の減少につれ L^*/δ の値は著しく増加する。この分布傾向は他研究者も同様であるが、 L^*/δ の値には差異がみられる。このことについて若干議論する。従来、乱流境界層

Fig. 5 Law of the wall

Fig. 6 Kármán constant, additive constant and extent of logarithmic region as a fraction of boundary layer thickness

の対数領域の存在は固有の特性であり、大渦の尺度と関連しているという考え方がなされてきた⁽²⁾。そのためには、 L^*/δ の値は R_θ 数に依存しないことになる。しかしながら、結果は低 R_θ 数において変化している。すると対数法則の傾き κ あるいは切片 C の値は R_θ 数に依存するというもう一つの考え方が成り立つ。本結果はそのうち C の値が変化するという考え方ができることを示す。

次に乱流境界層の外層構造と関連する後流パラメータ Π の R_θ 数に対する依存性を調べてみる。この値から乱流境界層の発達程度が議論されている。図7に Π と R_θ との関係(図中の[A])および Π と $\delta^+ = u_\tau \delta / \nu$ との関係(図中の[B])を示す。ここで Π は後流強さ $\Delta U_1 / u_\tau$ を用いて

$$\Pi = (\kappa/2)(\Delta U_1 / u_\tau) \dots\dots\dots (9)$$

で示される。まず、 Π の R_θ 数に対する変化についてみる。図7中の実線はColesの式⁽¹⁰⁾

$$\Pi = 0.55 \{1 - \exp(-0.243 \xi^{1/2} - 0.298 \xi)\}$$

$$\xi = R_\theta / 425 - 1 \dots\dots\dots (10)$$

であり、また図7中には他研究者の実験結果^{(1)~(3)(15)(17)}も合せて示す。本結果は他研究者とほぼ同様の傾向を示すが、式(10)と比べ高い値を保ちながら、高 R_θ 数において一定値に漸近する傾向を示す。漸近値についてみると、式(10)および図7中の3名の研究者の結果は0.55であるが、Ermら⁽¹³⁾($U_1 = 8 \text{ m/s}$ および 20 m/s の結果のみ)は0.6、Wiegardt⁽³⁾は0.62、本結果も0.62であり、2大別できる。このうち、Ermら⁽¹⁵⁾およびWiegardt⁽³⁾の流れ場は二次元性が精度よく実現している。ところがPurtellら⁽²⁾の結果

をみると C_f の値が $2d\theta/dx$ とクラウザー線図法による値とで差異が7%程度もあり、流れ場の二次元性は必ずしも良好ではない。またMurlisら⁽¹⁾およびAntoniaら⁽¹⁵⁾は流れ場の二次元性について触れていないので、彼らの論文中的数据を用いて流れ場の二次元性の評価を試みた。Murlisら⁽¹⁾については、速度分布のデータを用いて $d\theta/dx$ の値から C_f を評価すると、Kármán-Schoenherrの式と比べ最大で約18%の差異がある。Antoniaら⁽¹⁵⁾については、本文中で示されている二つの異なる方法による C_f の値は5%の差を生じており、流れ場の二次元性は必ずしも良好ではない。以上のことから、二次元性が良好であると思われる研究者のデータは Π の漸近値が0.6~0.62であり、本結果の0.62の値は妥当な値であると思われる。Colesは後の論文⁽²⁸⁾で高レイノルズ数では Π の値は0.62に漸近することを報告し、次式をあらためて提案している。

$$\Pi = 0.62 - 1.21 \exp(-\delta^+ / 290) \dots\dots\dots (11)$$

この式(11)との比較を行うため、 Π の δ^+ に対する変化を調べてみた。図7中上図の実線は式(11)である。また、図7中には彼らのデータから評価が可能であったWiegardt⁽³⁾とAntoniaら⁽¹⁵⁾の結果を示しておく。本結果とWiegardt⁽³⁾のデータは式(11)と良好に一致しているが、Antoniaら⁽¹⁵⁾のデータは式(11)とずれが大きい。以上の結果より、流れ場の二次元性は Π の値に強く影響し、流れ場の二次元性が良好な流れ場では Π の値は式(11)で妥当に表現できる。

3.3 乱流量分布 内部尺度により無次元化した乱れ強さおよびレイノルズせん断応力の分布を調べてみる。摩擦速度 u_τ は直接測定から求めた。図8は $R_\theta = 860 \sim 6040$ の範囲の流れ方向の乱れ強さ u_{rms}/u_τ の y^+ に対する分布を示す。なお、図8中上段には他研究者の実験結果も合せて示している。本結果は、 $R_\theta \geq 5230$ で内層の分布はほぼ相似であるが、それより低い R_θ 数では R_θ 数の減少につれ内層の u_{rms}/u_τ の値は減少し、相似となっていない。しかし、 $y^+ < 10$ においてはすべての R_θ 数で分布は相似性を示す。 u_{rms}/u_τ のピーク値は $R_\theta = 6040$ のとき2.84、 $R_\theta = 860$ のとき2.75の値であり、 R_θ 数の減少につれ減少する。このピーク値は他研究者の結果^{(29)~(31)}と妥当に一致している。ピーク値をとる位置は、 R_θ 数の減少につれ若干小さくなる傾向であるが、その変化は $13 < y^+ < 15$ の範囲である。このピーク値をとる位置は、Gad-el-Hakらのレビュー⁽¹⁷⁾によると $12 < y^+ < 15$ の範囲であり、本結果と一致する。次に他研究者の分布と比較する。図8中上段には、Ermら⁽¹³⁾、Purtellら⁽²⁾およびAn-

Fig. 7 Wake parameter

Fig. 8 Streamwise turbulent intensity profiles normalized with the wall variables

Fig. 9 Normal turbulent intensity profiles normalized with the wall variables

dreopoulos ら⁽¹²⁾ の測定結果のうち、本結果の $R_\theta = 1230$ および 5230 の二つの例に近いデータを選んで示している。Erm ら⁽¹³⁾ および Purtell ら⁽²⁾ の分布は、 $R_\theta = 1230$ の本結果(○印)に比べピーク付近で若干異なるもののほぼ一致しているが、一方 $R_\theta = 5230$ の本結果(▽印)と比べ、下方にずれている。この下方にずれるのは彼らの C_f の値が本結果より大きいためである。一方 Andreopoulos ら⁽¹²⁾ の分布は、本結果と良好に一致している。図9は $R_\theta = 840 \sim 6120$ の範囲の壁面に垂直方向の乱れ強さ v_{rms}/u_τ の分布を示す。分布は、 $R_\theta = 840$ と 1160 の結果を除き $30 < y^+ < 100$ の範

Fig. 10 Spanwise turbulent intensity profiles normalized with the wall variables

Fig. 11 Reynolds shear stress profiles normalized with the wall variables

囲で相似である。 v_{rms}/u_τ のピーク値は $R_\theta = 6120$ のとき 1.19 、 $R_\theta = 840$ のとき 1.0 の値であり、 R_θ 数の減少につれ減少している。このピーク値は、Gad-el-Hak らのレビュー⁽¹⁷⁾ および LDV により計測された結果⁽³¹⁾ と妥当に一致している。ピーク値をとる位置は R_θ 数の減少につれ減少するがその位置はすべての R_θ 数で内層外端付近にある。このピーク値をとる位置 $(y^+)_{PV}$ は Sreenivasan⁽³²⁾ によって経験式(12)が与えられている。

$$(y^+)_{PV} = (\delta^+)^{0.75} = (u_\tau \delta / \nu)^{0.75} \dots\dots\dots (12)$$

本測定結果を検討してみると、上式の結果はほぼ満足されていた。図10は $R_\theta = 850 \sim 6070$ の範囲の-span方向の乱れ強さ w_{rms}/u_τ の分布を示す。結果をみると、 $R_\theta \geq 4450$ で内層の分布はほぼ相似であるが、これより低い R_θ 数では R_θ 数の減少につれ内層の w_{rms}/u_τ の値は減少し、分布は相似性を示さない。 w_{rms}/u_τ のピーク値は $R_\theta = 6070$ のとき 1.62 、 $R_\theta = 850$ のとき 1.41 の値であり、 R_θ 数の減少につれ減少している。ピーク値をとる位置は、 R_θ 数が減少すると小さくなる傾向をとるが、その変化は $23 < y^+ < 29$ の範囲である。

このピーク値およびピーク値をとる位置は他の LDV による結果⁽³¹⁾と妥当に一致している。図 11 は $R_\theta = 840 \sim 6120$ の範囲のレイノルズせん断応力 $-\overline{uv}/u_\tau^2$ の分布を示す。本結果は $R_\theta \geq 5110$ で $-\overline{uv}/u_\tau^2 = 1.0$ となる一定応力層が存在するが、 $R_\theta \leq 4430$ では R_θ 数の減少につれ一定となる値は減少する。この $-\overline{uv}/u_\tau^2$ の一定値の減少傾向は、LDV により計測された結果⁽³¹⁾と妥当に一致している。この一定となる値が減少する理由は、一つには全せん断応力に対する粘性応力の寄与が R_θ 数の減少につれ増加したことが考えられる。そこで壁近傍の速度こう配から粘性応力を評価してみたが、 $R_\theta < 2980$ においては全せん断応力の値は壁面せん断応力と値が等しくはならなかった (5~10% 低い値である)。他の一つの理由を考えてみると、後流パラメータ Π の R_θ による変化を考慮する必要がある。実際に $R_\theta < 3000$ において Π の値は急激に減少しており、流れ場の外層構造は著しく変化することが推測される。

4. 結 言

零圧力こう配下の滑面乱流境界層において、運動量積分方程式を用いて流れ場の二次元性が良好であることを確認した後、 $R_\theta = 840 \sim 6220$ の範囲で直接測定装置により C_f を求めた。また、平均速度および乱流量分布をこの C_f を用いて調査し、以下の結論を得た。

(1) 局所壁面摩擦抵抗係数 C_f について、直接測定から評価した式(2)および式(6)の実験式を提案した。これを用いて従来得られてきた他研究者の C_f の値と他の評価法の誤差量を算出した。この結果から、流れ場の二次元性の確保が C_f の評価に重要であることがわかった。

(2) 対数速度分布をみると、すべての R_θ 数で対数直線部が存在し、その傾き κ の値は R_θ 数によらず 0.41 であるが、切片 C の値は低 R_θ 数で R_θ 数が減少するにつれ増加する。内層上限高さ L^*/δ の値は、低 R_θ 数で R_θ 数が減少するにつれ増加する。一方、後流パラメータ Π は、Coles の式(11)でよく近似でき、高 R_θ 数で 0.62 に漸近する。

(3) 内部尺度で無次元化した各乱れ強さのレイノルズ数依存性はそれぞれ異なる。それは、それらのピーク値およびピークをとる位置の差として生じる。レ

イノルズせん断応力分布は内層で一定応力層を示す。しかしその一定値は R_θ 数の減少により減少する。

文 献

- (1) Murlis, J., ほか 2 名, *J. Fluid Mech.*, **122**(1982), 13-56.
- (2) Purtell, L. P., ほか 2 名, *Phys. Fluids*, **24** 5(1981), 802-811.
- (3) Coles, D. E. and Hirst, E. A., *Proc. AFOSR IFP Stanford Conf.*, **12**(1968), 20-21.
- (4) Schoenherr, K. E. [Hopkinns, E. J. and Inouye, M., *AIAA J.*, **9** 6(1971), 995 ページ参照].
- (5) Schultz Grunow, F., *NACA TM*, 986(1941).
- (6) Smith, D. W. and Walker, J. H., *NACA TR*, R26(1959).
- (7) Frei, D. and Thomann, H., *J. Fluid Mech.*, **101**(1980), 79-95.
- (8) Coles, D. E., *J. Fluid Mech.*, **1**(1956), 191-226.
- (9) Simpson, R. L., *J. Fluid Mech.*, **42**(1970), 769-802.
- (10) Huffman, G. D. and Bradshaw, P., *J. Fluid Mech.*, **53**(1972), 45-60.
- (11) Granville, P. S., *J. Ship Res.*, **21**-1(1977), 30-39.
- (12) Andreopoulos, J., ほか 2 名, *Exp. Fluids*, **2**(1984), 7-16.
- (13) Erm, L. P., ほか 2 名, *Turbulent Shear Flows*, **5**(1987), 186-196, Springer Verlag.
- (14) Erm, L. P. and Joubert, P. N., *J. Fluid Mech.*, **230**(1991), 1-44.
- (15) Antonia, R. A., ほか 2 名, *J. Fluid Mech.*, **213**(1990), 267-286.
- (16) Spalart, P. R., *J. Fluid Mech.*, **187**(1988), 61-98.
- (17) Gad el-Hak, H. and Bandyopadhyay, P. R., *Appl Mech Rev.*, **47** 8(1994), 307-365.
- (18) Tani, I., *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **1**(1969), 169-196.
- (19) Ligrani, P. M. and Bradshaw, P., *Exp. Fluids*, **5**(1987), 407-417.
- (20) 古屋善正・中村育雄・ほか 2 名, *機論*, **40** 339(1974), 3054-3060.
- (21) 望月信介・大坂英雄, *機械の研究*, **45** 6(1993), 684-690.
- (22) Brown, K. C. and Joubert, P. N., *J. Fluid Mech.*, **35**(1969), 737-757.
- (23) Acharya, M., ほか 3 名, *AIAA J.*, **23** 3(1985), 410-415.
- (24) Tani, I., ほか 2 名, *Aers. Res. Inst. Univ. Tokyo Rep.*, 364(1961), 119-136.
- (25) Rotta, J. C., *Turbulent Boundary Layers in Incompressible Flow*, *Prog. Aer. Sci.*, **11**(1962).
- (26) 文献(6)の 18 ページ.
- (27) Subramanian, C. S. and Antonia, R. A., *Int. Heat Mass Transf.*, **24**-11(1981), 1833-1845.
- (28) Coles, D. E., *In Perspectives in Turbulence Studies*, (1987), 93-114, Springer.
- (29) Dussauge, J. P., ほか 5 名, *AGARDograph* No. 335(1995).
- (30) Gupta, A. K. and Kaplan, R. E., *Phys. Fluids*, **15**(1972), 981-985.
- (31) Ching, C. Y., ほか 2 名, *Exp. Fluids*, **19**(1995), 61-68.
- (32) Sreenivasan, K. R. and Meneveau, C., *J. Fluid Mech.*, **173**(1986), 357-386.
- (33) Bradshaw, P., *J. Fluid Mech.*, **30**(1967), 241-258.