二線式熱電対による乱流燃焼場の温度測定*
(時定数の合理的な推定法)田川 正人*¹, 奥田 光彦*², 太田 安彦*¹Two-Wire Thermocouple for Fluctuating Temperature Measurements
in Combustion
(Rational Reconstruction of Mean and Fluctuating Time Constants)

Masato TAGAWA, Mitsuhiro OKUDA and Yasuhiko OHTA

A theoretical basis for the application of a "two wire thermocouple" comprised of two fine thermocouples of different diameters to fluctuating temperature measurements is established with the aid of the least squares method. Based on this theory, the simultaneous in situ reconstruction of thermocouple time constants and compensated temperatures is realized without using any geometrical features of the two thermocouples such as wire diameters. Thus, introduction of a 'time constant ratio' into the reconstruction scheme is unnecessary. Consequently, problems in two-wire thermocouple techniques proposed so far can be overcome. In addition, a simple and reliable method for correcting heat loss due to thermal radiation from the thermocouples is devised, which can be incorporated into the reconstruction scheme with little modification. The developed scheme is tested in a fluctuating temperature field with a diffusion flame formed in a two-dimensional wind tunnel. It is shown that the present technique is successful and allows us to investigate the characteristics of time constant fluctuations in high temperature turbulent flows.

Key Words: Combustion, Flow Measurements, Turbulent Flow, Thermocouple, Time Constant

1. 緒 言

熱電対によって燃焼場の温度を計測するとき、高温反応場であるということが測定の高精度化にとって大きな障害となっている⁽¹⁾⁽²⁾。特に、変動温度の測定では、熱電対の時定数を正しく測定、あるいは推定することが計測全体の精度を高めるうえで極めて重要である。とりわけ、乱流燃焼場の熱輸送機構の解明には、温度変動だけでなく、速度と温度の相関量に関する情報が必要であり⁽³⁾⁽⁴⁾、そこでは温度計測の高精度化が要求されている。

一般に、熱電対の時定数 τ は次式により定義される。

$$\tau = \frac{\rho c d}{4h} = \frac{\rho c d^2}{4Nu\lambda_g} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 ρ , c , d は、それぞれ熱電対素線の密度、比熱、直径である。また、 λ_g ：流体の熱伝導率、 h ：熱伝達率、 Nu ：ヌッセルト数(= hd/λ_g)である。ヌッセルト数は一般に、レイノルズ数 Re 、グラスホフ数 Gr 、プラン

トル数 Pr などの関数として $Nu = Nu(Re, Gr, Pr, \dots)$ と表される⁽⁵⁾。したがって、時定数 τ には、次式のように流速 U 、流体温度 T_g など多くの物理量が複雑に関与する。

$$\tau = f(U, T_g, d, \dots) \quad \dots\dots\dots (2)$$

ところで、燃焼のような高温反応場においては、式(2)の関数 f を確定することが現実にはほとんど不可能であるため、通常は平均的な時定数を直接測定するか、あるいは経験的に与えて温度変動の測定が行われる⁽¹⁾。しかし、速度と温度が大きく変動する場では時定数もそれに応じて変動するため、平均的な時定数ですら、それを高精度で推定することは実際にはそれほど容易ではない。さらには得られた平均時定数で応答を補償することにどの程度の妥当性があるのかが不明である⁽⁶⁾⁽⁷⁾。また、容器内燃焼のようにその過程で定常状態がない系では、交流加熱法⁽⁸⁾など旧来の手法を適用して熱電対の時定数を推定することには本来無理があり、したがってそのようにして得られた測定結果に高い信頼性を期待することはできない。以上の問題を解決するには、既存の手法とは原理が異なる応答補償法の開発が必要である。

Strahle Muthukrishnan⁽⁹⁾は交流加熱法⁽⁸⁾あるいはステップ応答法⁽¹⁰⁾など従来の方法によらず、素線

* 原稿受付 1995年10月19日。

^{*1} 正員、名古屋工業大学工学部 (〒466 名古屋市昭和区御器所町)。^{*2} 名古屋工業大学学生 [現：トヨタ車体(株)]。

径が異なる二つの熱電対(以下これを「二線式熱電対」と呼ぶ)により同時測定された温度変動のクロスベクトルから、平均時定数を推定するユニークな方法を考案した。この方法の基本的なアイデアは、線径 d のみが異なる二つの熱電対を同時に用いれば、式(2)の関数形がたとえ未知であっても、前提条件：(1)熱電対の周波数応答が式(1)で定義される時定数 τ の一次遅れ系で記述される、(2)二つの熱電対の周囲条件(速度場、温度場など)が同一である、を仮定することにより、各熱電対の時定数が推定可能であるという原理に基づいている。これを受けて、Cambray ら⁽¹¹⁾⁽¹²⁾ は以下に示すように、熱電対の一次遅れ応答式から時定数の瞬時値を時々刻々と推定する方法を提案している。また最近では、二線式熱電対の測定限界を明らかにするため、検定風洞により実現された正弦波状の変動温度場(常温)を利用して、Cambray⁽¹¹⁾ と同様の方法が検証されている⁽¹³⁾。しかし、そこで提案されている手法を用いて乱流燃焼場の温度測定を行うと、以下に述べるように実際には避けがたい深刻な問題に直面する。このためか、二線式熱電対を用いて実際の測定を行った例はこれまでほとんど報告がなく、確立した計測法とはなっていない。

本研究では、二線式熱電対の原理および既存の手法を検討する過程で得られた時定数の合理的な再構成法(推定法)を提案する。また、これを乱流燃焼場の温度測定に実際に用いて本手法の有効性を検証し、あわせて時定数の変動特性、およびふく射の影響とその補正について述べる。

2. 記 号

- G : 温接点温度の時間微分 $= dT/dt$
 Q : 燃料流量
 T : 熱電対温接点の温度
 T_g : 応答補償後の温度(または流体温度)
 t : 時間
 U : 流速
 ΔT_{21} : 温接点温度の温度差 $= T_2 - T_1$
 τ : 熱電対の時定数
 $()$: 時間平均
添 字
1, 2: 熱電対 1, 熱電対 2 の値
 i : A/D 変換器により離散化された値

3. 基 礎 理 論

ふく射と熱伝導による熱損失および表面(触媒)反応の影響を無視すれば、二つの熱電対により測定される

流体温度 T_{g1} , T_{g2} は次式で記述される。

$$\left. \begin{aligned} T_{g1} &= T_1 + \tau_1 \frac{dT_1}{dt} \\ T_{g2} &= T_2 + \tau_2 \frac{dT_2}{dt} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 T_1 , T_2 はそれぞれ線径 d_1 , d_2 の熱電対の温接点温度である。また、 t は時間、 τ_1 , τ_2 は時定数を表す。速度と温度が変動する場では時定数も変動するが、通常は単一の熱電対を用い、その出力は測定精度をある程度犠牲にして一定の時定数により応答補償される⁽¹⁾。

一方、Cambray ら⁽¹¹⁾⁽¹²⁾ の手法は、瞬時の時定数を次の式(4)により求める。式(3)において、二つの熱電対($d_1 \neq d_2$)の周囲条件が同一であるとすれば $T_{g1} = T_{g2}$ となる。さらに、時定数の比 $\alpha = \tau_2/\tau_1$ を与えれば、式(3)を連立して τ_1 について解くことができ、次式を得る。

$$\tau_1 = \frac{-(T_1 - T_2)}{(dT_1/dt) - \alpha(dT_2/dt)} \dots\dots\dots (4)$$

式(4)は形式的には非常に簡単である。しかし、そこには、(1)時定数比 α が「既知かつ一定」であることを前提としている、(2)分母の「微分量の差」により式が特異点をもつ、という問題がある。特に、(1)により二線式熱電対を用いることの本来の意味が失われている。また、(2)に帰因して実際には多くの困難が生じる。したがって、これを避けるためデータ処理に当たっては平滑化と補間が駆使されている⁽¹²⁾。そこで、このような問題を解消する新たな時定数の推定法を以下に提案する。

理想的には、 T_{g1} と T_{g2} は完全に一致すべきものである。しかし、種々の要因により、現実にはこの条件が厳密に満たされることはない。そこで、応答補償後の温度差の二乗平均値 $e = (T_{g2} - T_{g1})^2$ が最小となるように、最小二乗法を適用して τ_1 と τ_2 を決定することを考える。ただし、時定数は二乗平均をとる区間で一定($\tau_1 = \bar{\tau}_1$, $\tau_2 = \bar{\tau}_2$)であると仮定する。実際には測定される温度は A/D 変換器により間隔 Δt で離散化されているので、二乗平均値 e は

$$e = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (T_{g2}^i - T_{g1}^i)^2 \dots\dots\dots (5)$$

となる。ここで、 N はデータ数、添字 i は時刻 $i\Delta t$ における値を表す。以下では、 $(1/N) \sum_{i=1}^N$ を Σ と略記し、添字 i を省略して $\Delta T_{21} = T_2 - T_1$, $G_1 = dT_1/dt$, $G_2 = dT_2/dt$ と表すと、式(3)より

$$\begin{aligned} e &= \Sigma (\Delta T_{21})^2 + \bar{\tau}_1^2 \Sigma G_1^2 + \bar{\tau}_2^2 \Sigma G_2^2 \\ &\quad - 2 \bar{\tau}_1 \Sigma G_1 \Delta T_{21} + 2 \bar{\tau}_2 \Sigma G_2 \Delta T_{21} \end{aligned}$$

$$-2\bar{\tau}_1\bar{\tau}_2\sum G_1G_2 \dots\dots\dots (6)$$

を得る。\$e\$ を最小化する \$\bar{\tau}_1\$ および \$\bar{\tau}_2\$ は、式(6)に次の条件：

$$\left. \begin{aligned} \partial e / \partial \bar{\tau}_1 &= 0 \\ \partial e / \partial \bar{\tau}_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

を課して解くことにより次式のように決定される。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\tau}_1 &= \frac{(\sum G_2^2)(\sum G_1 \Delta T_{21}) - (\sum G_1 G_2)(\sum G_2 \Delta T_{21})}{(\sum G_1^2)(\sum G_2^2) - (\sum G_1 G_2)^2} \\ \bar{\tau}_2 &= \frac{(\sum G_1 G_2)(\sum G_1 \Delta T_{21}) - (\sum G_1^2)(\sum G_2 \Delta T_{21})}{(\sum G_1^2)(\sum G_2^2) - (\sum G_1 G_2)^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

温度変動が正弦(余弦)波である場合には、式(8)から \$\bar{\tau}_1\$ と \$\bar{\tau}_2\$ が厳密に推定されることが理論的に確認できる(付録参照)。本手法の特徴は時定数の推定と温度の測定を同時に行う合理性にあり、従来の方法⁽⁸⁾⁽¹⁰⁾とは原理的に異なっている。また、その導出過程から明らかかなように、本手法では熱電対の素線径を知る必要はない。したがって、通常問題となる熱電対形状の経時変化あるいは被覆などによる素線径の変化の影響が排除されるという副次的な利点もある。

すでに述べたように、二線式熱電対による平均時定数の推定法は Strahle-Muthukrishnan⁽⁹⁾ により提案されている。ただし、時定数の推定を温度変動のクロススペクトルに基づき行うため、本質的にその精度は高くない(推定誤差は最大 25% と報告されている)。一方、Cambray ら⁽¹¹⁾⁽¹²⁾ および Forney-Fralick⁽¹³⁾ は、時定数比 \$\alpha\$ を与えて式(4)に基づき時定数を算出する方法を採用している。時定数比 \$\alpha\$ の推定には、(1) 細線の熱伝達率の相関式を利用して \$(d_2/d_1)\$ の関数として求める方法⁽¹³⁾、(2) \$T_1 = T_2\$ となる場合に式(3)から導出される関係式：\$\alpha = (dT_1/dt)/(dT_2/dt)\$ に基づき実測する方法⁽¹¹⁾、など⁽¹⁴⁾がある。しかし、(1)については、代表的な相関式が燃焼のように物性値が1けた変化する高温反応場においてどの程度有効であるかが不明であること、また(2)に関しては、\$T_1 = T_2\$ となる場合が実際にはそれほど頻繁に現れないため、そこから推定された時定数比をもって全データを代表する値であるとするには問題がある。もちろん、最大の問題は \$\alpha\$ が一定値であるという保証がまったくないことである。一方、本研究で提案する時定数の推定法には、既存の方法がもつこのような任意性がなく、時定数比を導入する必要もない。また、ここで得られた平均時定数は式(8)から分るように全データを代表するものである。

4. 実験装置および方法

実験に用いられた二線式熱電対は2種類で、一方は素線径が 40 \$\mu\$m と 100 \$\mu\$m、他方は 25 \$\mu\$m と 60 \$\mu\$m の R 形熱電対 (Pt-Pt₈₇Rh₁₃) からなる。熱電対は素線の端面を突き合せて電気溶接することにより作成されたものである。その際、接合部 (bead) の大きさを顕微鏡により観察し、bead の大きさが素線径と同程度のものだけを採用した。熱電対は、熱伝導損失を避けるために少なくとも線径の 200 倍程度の長さを確保して、直径 0.5 mm の同一素材のブロングに支持されている⁽¹⁵⁾。なお、本実験では熱電対を火炎反応帯に挿入することは避けた。またふく射損失の増大を避けるため触媒反応防止用の被覆を施していない。

燃焼風洞は、図1に示すように重力方向に軸をもつ空気流路 (80 \$\times\$ 50 mm²) と流路中央に設けられた燃料噴出口 (5 \$\times\$ 50 mm²) からなり、その直上に二次元拡散火炎が形成される。流路上流には、上流側から送風機、エアフィルタ、ハニカムコア、5 枚のスクリーン、絞り比 5:1 の二次元コントラクション、孔径 \$\phi\$5 mm の多孔板がこの順で設置されている。周囲空気流速 \$\bar{U}\$ と燃料(プロパンガス)流量 \$Q\$ の設定可能範囲はそれぞれ \$\bar{U}=0\sim 15\$ m/s、\$Q=0.05\sim 30\$ l/min である。空気流速の測定にはピトー管を用いる。

熱電対の出力は計測アンプにより 500 倍に増幅され、サンプリング周波数 3~5 kHz で A/D 変換された後、パーソナルコンピュータに取り込まれる。サンプリング数は各熱電対につき 5 000 個、したがって測

Fig. 1 Two-wire thermocouple and experimental apparatus

定データ長は1~1.67 sである。熱電対の出力電圧は室温基準の近似多項式により温度に変換される。また、熱電対の応答補償に必要となる温接点温度の微分値 G_1, G_2 は、離散化された温接点温度 T_1^i, T_2^i を多項式で近似し、その係数から求める。微分値を必要とする時刻の前後のデータ個数を n とするとき、最適な計算を行うためのデータ個数 $2n+1$ と多項式の次数 m は、現象において支配的な周波数成分および A/D 変換のサンプリング周波数 $1/\Delta t$ に依存していると考えられる。そこで、データ数 n と次数 m を $n=2\sim5, m=2\sim4$ の範囲で変化させてその影響を調べた。その結果、得られる微分値にはほとんど変化がなく、その影響は非常に小さいことが確認された。以下では $n=5$ (計 11 点)、 $m=2$ (二次式) として温接点温度の微分値 G を求めることにする。なお、データ処理はパーソナルコンピュータ (東芝 DynaBook V 386/20) を用いて、C 言語により行った。

5. 実験結果および考察

5.1 熱電対の配置 本実験に先立ち、熱電対の配置について検討した。二つの熱電対は流体力学的および熱的に干渉が生じない範囲で、できる限り接近して設置されることが望ましい。ここでは、二つの熱電対を熱伝導損失が最小となる方向に配置し、互いの間隔を 0.3 mm 程度としたが、この条件でそれぞれの熱電対により検出される温度場が実質的に同じであることを確認しておく必要がある。そこで、二つの熱電対の線径とともに $40\ \mu\text{m}$ として、応答補償前の変動温度 T_1, T_2 の相互相関係数 $R_{12} = T_1' T_2' / (T_1'^2 T_2'^2)^{1/2}$ を測定した。その結果、周囲空気流速 2.6~5.2 m/s、ガス流量 1.5 l/min の条件において、 $R_{12}=0.9999\sim0.9991$ と 1 に極めて近い値が得られた。これは、二線式熱電対の測定体積が本実験の温度場の空間スケールに比べて十分小さいことを示している。なお、ガス流量および空気流速がこの条件より小さい場合には、相関係数はさらに 1 に近づく。また、本実験においては目視による火炎の高さが 80 mm を超えることがなかったので、触媒反応の影響を極力避けるため熱電対を図 1 のようにガス噴出口下流 100 mm の位置に設置した。

5.2 平均時定数の推定 最初に、式 (3) と式 (8) を用いた温度の再構成法を、温度変動のスペクトル分布が異なる 2 種類の火炎を測定対象にして検証する。その実験条件は、(A) 周囲空気流速: $\bar{U}=1.4\ \text{m/s}$ 、燃料流量: $Q=0.3\ \text{l/min}$ 、(B) $\bar{U}=5.1\ \text{m/s}$ 、 $Q=1.5\ \text{l/min}$ である。測定された全データ ($N=5\ 000$) を用いて式 (8) により推定された時定数は、実験条件 A の

場合、 $40\ \mu\text{m}$ と $100\ \mu\text{m}$ の熱電対についてそれぞれ $\bar{\tau}_1=31.4\ \text{ms}$ 、 $\bar{\tau}_2=98.5\ \text{ms}$ 、実験条件 B では、 $25\ \mu\text{m}$ と $60\ \mu\text{m}$ の熱電対について $\bar{\tau}_1=8.3\ \text{ms}$ 、 $\bar{\tau}_2=31.9\ \text{ms}$ となった。データ長が温度変動の時間スケールと比べて十分長いため、ここで得られた値は時定数の時間平均値に対応する。実際に、本実験データは、交流加熱法⁽⁹⁾ およびステップ応答法⁽¹⁰⁾ を用いた多くの報告にあるデータとよく一致している。

実験条件 A, B について、上述の平均時定数を用いて、式 (3) により応答補償された温度変動波形の例をそれぞれ図 2 (a), (b) に示す。互いの波形には若干の差異が見られるものの、燃焼ガスの温度が適切に再構成されていることがわかる。なお、この場合に応答補償後の変動温度 T_{g1}', T_{g2}' の相互相関係数 $R_{12}' = T_{g1}' T_{g2}' / (T_{g1}'^2 T_{g2}'^2)^{1/2}$ を求めたところ、実験条件 A では $R_{12}'=0.992$ 、B では $R_{12}'=0.988$ であった。

5.3 変動時定数による応答補償 式 (8) を導出する際的前提条件から明らかなように、時定数の推定に必要な平均区間は必ずしも全データである必要はなく、任意に設定してよい。したがって、ある時刻の時定数 (変動時定数) の推定は、その直前と直後の一定区間のデータを式 (8) に与えることによって実現できる。

Fig. 2 Signal traces of compensated temperatures using 'mean' time constants

そこで、実験条件 A の場合について、この平均区間を $40\ \mu\text{m}$ 熱電対の平均時定数の 1.5 倍 (47 ms) に設定し、時定数の変動を考慮して応答補償を行った。平均区間をこのように設定する理由は、熱電対は、流体温度変動に対して、シャ断周波数 $1/(2\pi\tau)$ の低域通過フィルタとして働くため、それより短い区間で時定数の推定を行うと、温接点温度の高周波数成分のみから時定数が推定される場合があり、その結果、時定数の推定値が局所的に非現実的な値 (実際には非常に小さい値) となる可能性があるためである。すなわち、平均区間を短くすることによって時定数の推定における時間的な分解能は高くなるが、一方では応答補償が現実的でない時定数で行われる危険性が出てくる。上述の平均区間は、この相反する事情について実験的な検討を行った結果決定されたものである。

このようにして補償された温度変動を図 3(a) に示す。図 2(a) と比べると、再構成された二つの温度の差異は小さくなっている ($R_{t2}=0.993$)。実験条件 B についても、平均区間 $12\ \text{ms} (\approx 1.5\ \bar{\tau}_1)$ で得られる変動時定数を用いて応答補償を行った。その結果を図 3(b) に示す。同様にその相互相関係数を調べたところ、 $R_{t2}=0.990$ と 1 に近い値となった。このことは、ここで提案

(a) $\bar{U} = 1.4\ \text{m/s}$, $Q = 0.31/\text{min}$

(b) $\bar{U} = 5.1\ \text{m/s}$, $Q = 1.51/\text{min}$

Fig. 3 Signal traces of compensated temperatures using 'fluctuating' time constants

している時定数の推定法がいずれの場合にも有効であることを裏づけている。

ところで、時定数を一定とする場合 (図 2) と変動を考慮する場合 (図 3) を比較すると、補償後の温度波形には、おもに図 3 の円で囲んだ領域で、定量的な相違が認められる。すなわち、平均時定数を用いて応答補償を行うと、乱流熱流束などの高次相関量の測定では相当の誤差がもたらされる可能性がある。したがって、その誤差の定量化は今後の検討課題である。

5.4 時定数の変動特性 実験条件 A, B の場合について、変動時定数 τ_1 , τ_2 および時定数比 $\alpha = \tau_2/\tau_1$ の変動のようすを調べた。その結果を図 4(a), (b) に示す。時定数比 α の変動特性は本研究により初めて明らかにされたものである。そこには、時定数比が一定であることを仮定して応答補償する方法⁽¹¹⁾の妥当性について否定的な結果が示されている。なお、実験条

(a) $\bar{U} = 1.4\ \text{m/s}$, $Q = 0.31/\text{min}$

(b) $\bar{U} = 5.1\ \text{m/s}$, $Q = 1.51/\text{min}$

Fig. 4 Temporal variation of time constants and their ratio

件 A の場合、平均時定数の比 $\bar{\alpha} = \bar{\tau}_2/\bar{\tau}_1$ は 3.14、実験条件 B では 3.84 である。時定数比は、経験式： $\bar{\alpha} = (d_2/d_1)^{1.5(9)}, (d_2/d_1)^{1.67(12)}, (d_2/d_1)^{1.4 \sim 1.7(13)}$ から推定することができ、その範囲は実験条件 A ($d_1=40 \mu\text{m}$, $d_2=100 \mu\text{m}$) の場合には 3.61~4.75, B ($d_1=25 \mu\text{m}$, $d_2=60 \mu\text{m}$) では 3.41~4.43 となる。実験条件 B で得られた値 3.84 はこの推定値の範囲内にある。一方、実験条件 A の値 3.14 はそれを逸脱している。このことは、燃焼のような高温反応場において、既存の熱伝達率相関式(時定数比の経験式と等価)がどの程度有効であるのかを十分検証する必要があることを意味している。

高温の乱流場において、図 4 に見られる時定数の変動がどの物理量とどの程度相関をもっているのかを知ることが、単一熱電対による変動温度計測の高精度化を図るうえで意義がある。図 4 からわかるように時定数の変動と温接点温度 T_1 , T_2 の間には明確な負の相関⁽⁶⁾がある。本研究では速度場の詳細が測定されていないので厳密なことはいえないが、高温場での熱伝達率⁽¹⁶⁾が熱電対のごく近傍の温度場に支配されていることがここに推察される。

5.5 ふく射の影響とその補正 熱電対の熱の釣合いにふく射の影響を考慮すると、式(3)に対応して次式を得る⁽¹⁷⁾。

$$\left. \begin{aligned} T_{g1} &= T_1 + \tau_1 \left(\frac{dT_1}{dt} + \frac{\sigma \epsilon}{h_1} (T_1^4 - T_r^4) \right) \\ T_{g2} &= T_2 + \tau_2 \left(\frac{dT_2}{dt} + \frac{\sigma \epsilon}{h_2} (T_2^4 - T_r^4) \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 σ : ステファン・ボルツマン定数 $\sigma=5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$, ϵ : 素線の射出率, T_r : 周囲の温度, である。また、燃焼ガスはふく射に対して透明であるとしている。本実験では、周囲温度 T_r は室温とすることができ、その場合には式(9)中の $(\sigma \epsilon/h) T_r^4$ の項は無視できる。また、熱伝達率 h と時定数 τ の間には式(1)の関係があるので、式(9)を次のように書くことができる。

$$\left. \begin{aligned} T_{g1} &= T_1 + \tau_1 \left(\frac{dT_1}{dt} + \frac{\beta}{d_1} T_1^4 \right) \\ T_{g2} &= T_2 + \tau_2 \left(\frac{dT_2}{dt} + \frac{\beta}{d_2} T_2^4 \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 $\beta=4\sigma\epsilon/\rho c$ であり、熱電対素線の材質により決まる係数である。ところで、上式(10)を式(3)と比較すれば明らかなように、 $R_1 \equiv dT_1/dt + (\beta/d_1) T_1^4$, $R_2 \equiv dT_2/dt + (\beta/d_2) T_2^4$ とおけば、式(3)の G_1 , G_2 を R_1 , R_2 にそれぞれ置き換えることにより、式(8)がそのまま成立する。したがって、

$$\left. \begin{aligned} \bar{\tau}_1 &= \frac{(\sum R_2^2)(\sum R_1 \Delta T_{21}) - (\sum R_1 R_2)(\sum R_2 \Delta T_{21})}{(\sum R_1^2)(\sum R_2^2) - (\sum R_1 R_2)^2} \\ \bar{\tau}_2 &= \frac{(\sum R_1 R_2)(\sum R_1 \Delta T_{21}) - (\sum R_1^2)(\sum R_2 \Delta T_{21})}{(\sum R_1^2)(\sum R_2^2) - (\sum R_1 R_2)^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

を得る。すなわち、ふく射の影響を考慮して時定数の推定を行う場合には、式(11)を用いればよい。

R 形熱電対 (Pt-Pt₈₇Rh₁₃) による温度計測では、 $\epsilon \sim 0.2$ と仮定⁽¹⁸⁾して、 $\rho=21\,460 \text{ kg}/\text{m}^3$, $c=133 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ を代入することにより、 $\beta=1.589 \times 10^{-14} \text{ m}/(\text{K}^3 \cdot \text{s})$ を得る。この値を用いて、実験条件 A, B について各熱電対の平均時定数を求めたところ、実験条件 A: $\bar{\tau}_1=31.8 \text{ ms}$, $\bar{\tau}_2=99.3 \text{ ms}$, B: $\bar{\tau}_1=8.3 \text{ ms}$, $\bar{\tau}_2=31.9 \text{ ms}$ となった。すなわち、燃焼場の平均温度が比較的低い本実験の場合には、時定数の推定におけるふく射の影響はたかだか 1% であり、無視できることがわかる。

しかしながら、たとえ時定数が同じであっても補償後の温度にはふく射熱損失の影響が現れる。実際に、式(3)により変動時定数で応答補償した場合(図 3)とふく射の影響を考慮した式(10)を用いて同じく変動時定数で応答補償した場合を比較すると、補償後の温度に差異が生じる。その大きさは当然ながら高温域で顕著となり、実験条件 A の場合には最大で 20 K, B では最大 40 K となった(ただし、図 3 ではかろうじて認知できる程度である)。熱電対からのふく射熱損失に帰因する温度測定の誤差は、熱伝達率 h を Collis Williams の式⁽⁵⁾などから計算して推定することができるが、本実験結果はその推定値とほぼ一致していることを付言する。

6. 結 言

この研究の背景には、アナログ信号処理と比較してはるかに自由度の高いデジタル信号処理が、高性能パーソナルコンピュータの登場により容易に利用可能となってきたことがある。最近のパーソナルコンピュータの性能であれば、ここで述べた方法で数千点の温度データを処理するのに要する計算時間はたかだか数 s である。したがって、測定値の後処理に大形計算機は必要なく、実用性の面でも障害はない。

二線式熱電対の適用に際して考慮すべき必要条件は、その原理から明らかなように、(1)熱電対素線の直径比が適切であること(二つの熱電対の応答に十分な差があること。著者らの経験では、直径比を 2~3 にするのが適当である)、(2)測定体積が乱れの空間スケールに比べて十分小さいこと、である。測定系のノ

イズが小さいことも必要である(ただし, これは二線式熱電対の場合に限ったことではない). 以上のような制約はあるものの, 二線式熱電対をここで提案している方法で用いれば, 熱電対の直径を知ることなく時定数の推定と応答補償を同時に行うことができる. さらに時定数の変動およびふく射の影響を考慮に入れた合理的な応答補償が可能である. これらは従来の方法では実現しえない利点であり, 熱電対による温度計測の高精度化に今後の進展が期待できる.

本研究の遂行に当たり当時本学学部生 坂西祐二, 土肥正明両君の協力を得た. また, 本研究の一部は平成7年度文部省科学研究費(No. 07750227)の補助によった. ここに記して謝意を表す.

[付録 温度変動が正弦波の場合]

流体温度 T_θ が次式に従って正弦波状に変動する場合を考える.

$$T_\theta = \bar{T}_\theta + A \sin(\omega t) \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここで, A は温度変動の振幅, ω は角周波数である. 式(12)と一次遅れ応答を表す式(3)から熱電対の温接点温度 T_1 は

$$T_1 = \bar{T}_\theta + \frac{A}{\sqrt{1 + (\omega \bar{\tau}_1)^2}} \sin(\omega t - \phi_1) \quad \dots\dots\dots (13)$$

と定常応答する. ここで, ϕ_1 は $\phi_1 = \tan^{-1}(\omega \bar{\tau}_1)$ で表される位相遅れであり, これについては次式が成立する.

$$\left. \begin{aligned} \sin \phi_1 &= \frac{\omega \bar{\tau}_1}{\sqrt{1 + (\omega \bar{\tau}_1)^2}} \\ \cos \phi_1 &= \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega \bar{\tau}_1)^2}} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (14)$$

同様に, 熱電対2の応答は式(13), (14)の添字を1から2に変更した式で表される.

以上から, 式(8)中の各項が次のように評価される.

$$\left. \begin{aligned} \overline{G_1^2} &= \frac{1}{2} A^2 \omega^2 \cos^2 \phi_1 \\ \overline{G_2^2} &= \frac{1}{2} A^2 \omega^2 \cos^2 \phi_2 \\ \overline{G_1 G_2} &= \frac{1}{2} A^2 \omega^2 \cos \phi_1 \cos \phi_2 \cos(\phi_1 - \phi_2) \\ \overline{G_1 \Delta T_{21}} &= \frac{1}{2} A^2 \omega \cos \phi_1 \cos \phi_2 \sin(\phi_1 - \phi_2) \\ \overline{G_2 \Delta T_{21}} &= \overline{G_1 \Delta T_{21}} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (15)$$

式(15)を式(8)の右辺に代入し, その値を評価すれば, いくつかの計算の後それぞれが $\tan \phi_1 / \omega (= \bar{\tau}_1)$, $\tan \phi_2 / \omega (= \bar{\tau}_2)$ となることが示される.

文 献

- (1) Heitor, M. V. and Moreira, A. L. N., *Prog. Energy Combust. Sci.*, **19**(1993), 259-278.
- (2) Katsuki, M., Mizutani, Y. and Matsumoto, Y., *Combust. Flame*, **67**(1987), 27-36.
- (3) Takagi, T., Okamoto, T., Taji, M. and Nakasuji, Y., *20th Symposium (International) on Combustion*, (1985), 251-258, The Combustion Institute.
- (4) Hardalupas, Y., Tagawa, M. and Taylor, A. M. K. P. (Adrian, R. J., ほか5名編), *Developments in Laser Techniques and Application to Fluid Mechanics*, (1996), 159-184, Springer.
- (5) Collis, D. C. and Williams, M. J., *J. Fluid Mech.*, **6** (1959), 357-384.
- (6) Ballantyne, A. and Moss, J. B., *Combust. Sci. Technol.*, **17**(1977), 63-72.
- (7) Yoshida, A. and Tsuji, H., *17th Symposium (International) on Combustion*, (1979), 945-956, The Combustion Institute.
- (8) Kunugi, M. and Jinno, H., *7th Symposium (International) on Combustion*, (1958), 942-948, The Combustion Institute.
- (9) Strahle, W. C. and Muthukrishnan, M., *AIAA J.*, **14** (1976), 1642-1644.
- (10) Lockwood, F. C. and Moneib, H. A., *Combust. Sci. Technol.*, **26**(1981), 177-181.
- (11) Cambray, P., *Combust. Sci. Technol.*, **45**(1986), 221-224.
- (12) Vachon, M., Cambray, P., Maciaszek, T. and Bellet, J. C., *Combust. Sci. Technol.*, **48**(1986), 223-240.
- (13) Forney, L. J. and Fralick, G. C., *Rev. Sci. Instrum.*, **65** (1994), 3252-3257.
- (14) Warshawsky, I., *Rev. Sci. Instrum.*, **66**(1995), 2619-2624.
- (15) Heitor, M. V., Taylor, A. M. K. P. and Whitelaw, J. H., *Exp. Fluids*, **3**(1985), 323-339.
- (16) 辻楽彰・柳哲以, 第20回燃焼シンポジウム前刷集, (1982), 266-268.
- (17) 大竹一友, 機械の研究, **37**(1985), 599-605.
- (18) Kaskan, W. E., *6th Symposium (International) on Combustion*, (1957), 134-143, The Combustion Institute.