屈折管内を伝ばする衝撃波の数値シミュレーション*

坂本 一朗^{*1}, 東野 文男^{*2}Numerical Simulation on the Propagation of Pressure Waves
in a Kinked Duct

Ichiro SAKAMOTO and Fumio HIGASHINO

In order to simulate behavior of shock wave propagating in a square kinked duct, a numerical method based on the TVD scheme was developed. Both initial conditions and mesh sizes were tested to simulate the experimental results obtained from exploding wire experiments. Numerical density contours showed qualitatively good agreement with experimental results of schlieren photographs. Measured pressure ratios across the shock front also showed good agreement when they were compared quantitatively with computations along the upper edge, lower edge and center line of the duct. The present method using a narrow high pressure region in a duct as an initial condition was shown to be useful for predicting blast wave decay.

Key Words: Computational Fluid Dynamics, Compressible Flow, Pressure Wave, Shock Wave, Duct Flow

1. 序 論

衝撃波伝ばの数値シミュレーションを行うことは、衝撃波現象の解明だけでなく、衝撃波のいろいろな挙動を予測するうえでも重要なことである。

最近、衝撃波によって発生する騒音が問題化しており、それらの現象の解明と騒音低減に関する研究が多数行われている⁽¹⁾⁽²⁾。このような騒音を低減するためには、衝撃波が出口から放出される前に圧力を低減させる必要があり、その一手法として、管内で衝撃波を回折あるいは膨張させることによって圧力を低減させる方法がある。

管内で衝撃波の圧力を減衰させるために、管の形状を変化させたとき、それによって衝撃波がどの程度減衰するかを予測することは、管の形状を設計するうえで重要なことである。衝撃波を効果的に減衰させる管の形状を設計するためには、数値シミュレーションで最適な形状を予測し、実験によってその有効性を確かめることが最も効率的である。そのためには、数値シ

ミュレーションによって定量的な予測を行う必要がある。

本研究では、数値シミュレーションによって衝撃波が管内で反射、回折、膨張などの干渉を繰返すときに定性的な衝撃波の形状だけでなく、圧力変化などの物理量を定量的に予測することを目的とする。ここでは、数値シミュレーション法の妥当性を検討するため、衝撃波の反射、回折、干渉といった複雑な現象を伴って屈折管内を伝ばする爆風の減衰に適用した。

本研究では、エクスプローディング・ワイヤにより発生した爆風が極めてよく力学的相似法則に従うことを利用して解析した。したがって、ダクトの入口からの距離とその位置における爆風の強さ(衝撃波マッハ数)が同じであれば、その後の爆風の減衰状況も同じであることを利用して解析できる。

管内を伝ばする衝撃波の挙動に関する研究は、曲率をもった曲がり管についての報告はいくつかなされているが、屈折部が不連続的に変化する屈折管内を伝ばする衝撃波を扱った報告は少ない。東野ら⁽⁴⁾は有限体積法にTVDを適用し、屈折管内を伝ばする衝撃波を数値シミュレーションし、ショックチューブ内の流れと爆風に適用した。しかし、実験結果との比較は実験データが少なかったため、定性的な比較にとどまってい

* 原稿受付 1995年8月21日。

^{*1} 正員、運輸省交通安全公害研究所(〒181 三鷹市新川6-38-1)。^{*2} 正員、東京農工大学工学部(〒184 小金井市中町2-24-16)。

る。その後、体系的な実験が行われ、定量的な比較を行うことが可能なデータが揃ってきた⁽⁵⁾。

そこで本研究では、まず、初期条件の与え方によって計算結果がどのように変化するかを調べ、さらに、実験結果を基に、定性的ならびに定量的に衝撃波現象に一致する数値計算の手法について検討を行った。

2. 計 算 方 法

ここでは、二次元のオイラー方程式を一般座標系上で解くために有限体積法を用いて計算した。衝撃波の安定条件として Harten-Yee の TVD⁽⁶⁾ スキームを用い、これを屈折管内を伝ばする衝撃波に適用した。本計算は、Sun 製ワークステーション S 4/10 モデル 50 GX で行った。ダクト入口での圧力が実験結果と合うように衝撃波マッハ数を設定して数値シミュレーションを行った。今回比較を行った実験結果は文献(5)の結果を引用した。

実験は、図1に示す屈折部を有する管路を用いて、ニクロム線に高電流を流すことによって爆風を発生させ、その一部をダクトの内部に入射させこれを入射衝撃波とした。入射衝撃波が屈折部を通過する前後で圧力測定を行い、さらに、シュリーレン法による写真撮影を行い衝撃波を可視化した。圧力の測定位置を図1の○印で示す。圧力測定は、キスラーの石英ピエゾゲージを用い、屈折部およびその前後の 20 mm と 40 mm の位置で、上壁面、管路中心、下壁面で行った。実験で用いた管路の屈折角 θ は 25° および 10° である。

計算メッシュを図2に示す。メッシュの形状は、屈折部手前までは正方形メッシュ、屈折部後部では菱形メッシュで、屈折部では台形メッシュを用いた。

本研究で用いた計算メッシュの数は、 401×51 (以下「ケース 1」と記す)、 801×101 (以下「ケース 2」と記す)、 1201×151 (以下「ケース 3」と記す)の3種類について計算を行った。

図3に計算モデルを示す。図3中 N_x は x 方向のメッシュ数、 N_y は y 方向のメッシュ数、 N_k は下壁面の屈折点、 N_i は初期波面の位置を示す。数値シミュレーションの初期波面は、図3に示すように、実験で用いた屈折部を有するダクトの入口に相当する位置に、高圧・高密度の核を1~3メッシュの幅で直線で与えた。実際の波面は点線で示すように円弧の一部であるが、計算では、衝撃波面を直線で置き換えた。境界条件は、上下の壁面上では反射条件を用い、左右は流出境界面とした。計算は、メッシュの数を変化させて計算を行い、結果に与える影響を検討した。また、初期マッハ数 M_0 と初期波面の幅を変化させて計算を行い、初期条

Fig. 1 Test section and experimental setup

Fig. 2 Computation grid

Fig. 3 Location of the initial shock wave

件によって衝撃波の強さがどのように変化するかを検討し、最も実験結果と一致する条件を求めた。

計算結果は、等圧線図、等密度線図および管路の上壁面、管路中心、下壁面に沿った先頭衝撃波の圧力変化を出力した。

3. 計算条件および計算結果

3.1 計算条件 計算条件として、メッシュの粗さ、核として与える初期の衝撃波マッハ数を与え、ランキン・ユゴニオの関係式を用いて核の圧力、温度、密度を計算した。衝撃波の減衰の状況は、初期マッハ数と核の幅をパラメータに選んで調節した。初期マッハ数は、6.5 と 4.0 の2種類とした。これらの値は実験結果との比較から圧力が一致するように選んだものである。ケース1では、初期波面の位置を $x=40$ の位置に1メッシュ幅で、初期マッハ数が6.5または4.0となるように圧力、密度等をランキン・ユゴニオの関係から決めた値を用いた。また、ケース2では、初期波面の幅をケース1の場合と等しくするために $x=79 \sim 80$ の2メッシュ幅で、初期マッハ数が6.5または4.0となるようにした。ケース3では初期波面の位置を $x=118 \sim 120$ の位置に3メッシュ幅として与えた。また、

Table 1 Effect of initial shock conditions and mesh sizes on CPU time

	Mesh Size		Location of kinked point Nk	Location of initial shock wave Ni	Initial shock Mach number Ms	CPU time (min.)
	Nx	Ny				
Case 1	401	51	251	40	6.5	174
Case 2	801	101	501	79, 80	6.5	1947
					4.0	1872
				80	10.0	2517
Case 3	1201	151	751	118, 119, 120	6.5	4631

 Fig. 4 Comparison of the pressure contours among the different mesh sizes ($M_s=6.5$, $\theta=25^\circ$)

初期波面のメッシュ幅の影響を検討するために、ケース 2 では $x=80$ に 1 メッシュ幅の初期波面を置いたときの計算も行った。これらのこのときの初期マッハ数は 10.0 とした。計算条件を表 1 に示す。

3・2 計算結果 まず、メッシュの粗さによる計算結果の違いについて述べる。図 4 に、先頭衝撃波がほぼ同じ位置にきたときの等圧線図を示す。図 4(a) はケース 1、(b) はケース 2、(c) はケース 3 の結果である。屈折角は 25° 、初期マッハ数は 6.5 で、メッシュサイズによらず初期波面の核の幅がいずれも等しくなるようにおいた。各図の衝撃波の位置や形状を比較すると、ケース 1 の結果は先頭衝撃波や反射衝撃波が厚く、定性的にも現象を把握することが困難であった。ケース 2 の結果では、ケース 1 の結果に比べて衝撃波

 Fig. 5 Comparison of the pressure ratio across the shock front along the center line of the duct among the different mesh sizes ($M_s=6.5$, $\theta=25^\circ$)

が薄くなり、衝撃波の物理現象をかなり把握することができると考えられる。また、ケース 3 の結果はケース 2 の結果とほとんど変わりがなく、衝撃波の挙動を把握することを目的とする場合には、ケース 2 程度の計算で十分であると考えられる。

次に圧力の変化を比較する。図 5 に管路壁面および管路中心に沿った先頭衝撃波の圧力変化を示す。本研究においては、衝撃波の減衰の状況を比較するのが目的であるので、各点において衝撃波が通過した直後の圧力のみを図示し実験値と比較した。図 5(a) はケース 1、(b) はケース 2、(c) はケース 3 に対する結果で

(a) $M_s=6.5$ (Core width is 2 mesh) (b) $M_s=10.0$ (Core width is 1 mesh)

Fig. 6 Comparison of the pressure ratio across the shock front along the center line of the duct between the different initial conditions (Case 2, $\theta=25^\circ$)

ある。計算条件は図4の結果と同様である。図5の結果から、管路中心に沿った圧力は、下壁面で発生した三重点が通過すると不連続に上昇するが、その位置は、ケース1がやや手前になっている。これはメッシュが粗いために衝撃波の厚さが厚くなり、衝撃波の位置を最大圧力の位置に一致させたため、衝撃波の位置をメッシュの厚さ分だけ手前に見積もったことによるものと考えられる。また、ケース2とケース3の比較では大きな違いは認められなかった。

したがって、計算格子は、1メッシュの大きさが実寸法で0.5 mm程度では衝撃波の挙動を把握することが困難であり、0.25 mm以下ならばほぼ正確な現象の把握が可能であると考えられる。さらに、ケース2とケース3の結果に大きな違いがないことから、今回のシミュレーションでは801×101点程度のメッシュ数で現象の把握ができた。このように、総点数がおよ

(a) $M_s=6.5$ (Core width is 2 mesh) (b) $M_s=10.0$ (Core width is 1 mesh)

Fig. 7 Comparison of the numerical density contours between the different initial conditions (Case 2, $\theta=25^\circ$)

そ80 000点程度の格子数ならワークステーションでも十分に計算可能であり、実用的であると考えられる。

初期条件を与えるときに核の幅を変えると、管内を伝ばする衝撃波の減衰の状況が異なるため、今回は減衰が激しい1メッシュの場合とそれよりも減衰が緩やかな2メッシュの場合について検討した。なお両ケースで核のエネルギーをほぼ等しくするために、初期マッハ数の値を調整した。図6は、屈折角が25°の場合に初期マッハ数がそれぞれ6.5(核の幅2メッシュ)と10.0(核の幅1メッシュ)に対する圧力変化の結果を、図7は対応する等密度線図の結果を比較したものである。初期マッハ数の強さが異なるため、圧力変化の結果から、計算開始直後の圧力は異なっているが、減衰が緩やかになった最も上流の圧力測定点付近から、両者の圧力はよく一致しており、また、両者の等密度線図の結果もよく一致している。したがって、爆風の場合、初期波面の核のエネルギーがほぼ等しければ、十分減衰した後の先頭衝撃波の圧力はほぼ同様な値になると考えられる。また、初期条件の与え方が異なっても、その後の圧力減衰の状況がほぼ同様になるためには、初期波面からの距離が少なくとも管路幅の2倍以上の長さが必要であると考えられる。

4. 実験結果との比較

4.1 定性的比較 図8は、100 μm のニクロム線によって発生した衝撃波が屈折角25°の屈折管内を伝ばする衝撃波の衝撃波面を可視化したシュリーレン写真と、ケース2で計算した衝撃波の等密度線図の結果を示したものである。数値シミュレーションの初期条

 (a) Experimental Schlieren photograph
($\phi 100 \mu\text{m}$ Nichrome wire)

 (b) Numerical density contour
(Case 2, $M_s=6.5$)

 Fig. 8 Comparison of the experimental result and the numerical result ($\theta=25^\circ$)

 (a) Experimental Schlieren photograph
($\phi 50 \mu\text{m}$ Nichrome wire)

 (b) Numerical density contour
(Case 2, $M_s=4.0$)

 Fig. 9 Comparison of the experimental result and the numerical result ($\theta=25^\circ$)

件は、核の位置を $x=79\sim 80$ とし初期マッハ数を 6.5 にした。また、図 9 は $50 \mu\text{m}$ のニクロム線を用いた実験結果に対応する初期マッハ数が 4.0 であるときの計算結果を示したものである。等密度線図は 0.1 間隔で描かれている。数値シミュレーションの結果から、下壁面で発生したマッハ衝撃波と上壁面で発生した膨張波との干渉やマッハ衝撃波が成長する挙動が把握できる。計算結果は衝撃波の厚さが実験結果に比べて厚くなっているが、これは計算格子が粗いためである。ま

(a) Pressure ratio along the upper wall

(b) Pressure ratio along the center line

(c) Pressure ratio along the lower wall

 Fig. 10 Comparison of the experimental result and the numerical result ($M_s=4.0$, $\theta=25^\circ$)

た、滑り線はシュリーレン写真でははっきり可視化されているが計算結果ではあまりはっきりとは現れていない。しかし、両者の衝撃波面の形状を比較すると、入射衝撃波、マッハステム、反射衝撃波および回折衝撃波のいずれについても、数値シミュレーションの結果は実験結果に定性的によく一致している。これは、本研究で用いた計算スキームは衝撃波面はうまくとらえることができるが、接触面ははっきりととらえることができないことによるものと思われる。

4.2 定量的比較 図 10 は、ケース 2 において上下壁面および管路中心に沿った先頭衝撃波の圧力上昇の計算結果と実験結果とを比較したものである。屈折角は 25° であり、計算の初期マッハ数は 4.0、実験におけるニクロム線の太さは $50 \mu\text{m}$ である。図 10 (a) は上壁面、(b) は管路中心、(c) は下壁面に沿った圧力の変化である。また、図 10 中の○印は実験結果を示す。数値シミュレーションの結果から、初期衝撃波面が急速に減衰しながら伝ばしている様子がわかる。本研究では爆風タイプの衝撃波を対象としているため、ショックチューブ問題と異なり、初期波面の位置と強さをどのように与えるかが問題となる。実験では、屈折部に進入する衝撃波の圧力の減衰が緩やかであるた

(a) $M_s=6.5$, $\theta=10^\circ$ (b) $M_s=4.0$, $\theta=10^\circ$

Fig. 11 Comparison of the experimental result and the numerical result of the pressure ratio along the center line

め、この位置ですでに衝撃波が十分減衰しているものと考えられるため、初期マッハ数は屈折部から 40 mm 手前における測定点で、ほぼ同じ圧力になるようにした。このような初期条件において、計算結果は実験結果とよく一致し、実際の現象をうまくシミュレートできると考えられる。

図 11 は、屈折角を 10° としたときのダクト中心に沿った圧力変化の実験結果と計算結果を比較したものである。本研究で与えた初期条件の設定方法により、その後の圧力変化が実験結果と定量的に一致することが確認できたので、ここでは管路中心の比較のみを行う。計算結果はいずれもケース 2 で行ったもので、初期マッハ数は図 11(a) が 6.5、(b) が 4.0 である。

初期波面の位置はいずれも $x=79\sim 80$ である。管路中心に沿った圧力ピークは、衝撃波が伝ばするにつれて減衰し、上壁面で発生した膨張波が管路中心に達するとその影響で減衰が大きくなる。膨張波の影響は初期マッハ数が多いほど、また屈折角が多いほど大きくなる。さらに衝撃波が伝ばし、下壁面で発生した三重点が管路中心を通過すると圧力は不連続的に上昇する。この上昇は、初期マッハ数および屈折角が大き

いほど顕著である。また、屈折角が小さいと三重点の軌跡角が小さいために不連続的に上昇する位置が下流方向へ移っていく。

いずれの結果も、計算結果は実験結果にほとんど一致しており、本研究で示した適切な初期条件を与えることにより、衝撃波の伝ばに関する定量的な物理量の推定が可能であることが明らかとなった。

5. 結 論

屈折管内を伝ばする爆風の数値計算モデルを提案した。その結果以下のことが明らかとなった。

(1) 非定常衝撃波伝ばの数値シミュレーションを行い、実験結果と定量的な比較を行った。初期条件として局所的に高い圧力の核を与えることによって、衝撃波の減衰を定量的にシミュレートでき実験結果ともよく一致した結果を得ることができた。

(2) 数値シミュレーションによって衝撃波現象を把握するための計算条件を検討した結果、計算格子は 1 メッシュ当たり実際の大きさで 0.25 mm 程度以下であれば、シミュレーションによって反射や回折などの現象を把握することができる。この程度の計算であればワークステーションでも計算可能であり、十分実用的である。

文 献

- (1) 関根紀朗・ほか 3 名, 衝撃波を伴う流れにおける消音器に関する研究(第 1 報), 日本機械学会流体工学部門講演会講演論文集, No. 920-68(1992-8), 152-154.
- (2) 小澤智, トンネル出口微気圧波の研究, 鉄道技術研究報告, No. 1211(1979).
- (3) 葭原泰司, 有限体積法による数値シミュレーション, 東京農工大学修士学位論文, (1988).
- (4) Higashino, F., Moribe, N. and Aki, T., "TRANSIENT BEHAVIOR OF SHOCK WAVES IN A KINKED DUCT", CURRENT TOPICS IN SHOCK WAVES, Proc. 17th Int. Symp. Shock Waves and Shock Tubes, (1989), 844-849.
- (5) 三好宏行, 屈折管内を伝播する爆風の減衰, 東京農工大学修士学位論文, (1990).
- (6) Yee, H. C., Warming, R. F. and Harten, A., "Implicit Total Variation Diminishing (TVD) Schemes for Steady-State Calculation", J. Comput. Phys., 57(1985), 327-360.