高性能爆薬の水中爆ごうにより発生した水中衝撃波の基本特性*

伊 東 繁^{*1}, 灘 光 陽^{*2}, 吉 良 章 夫^{*3}
長 野 司 郎^{*1}, 藤 田 昌 大^{*1}, 本 田 隆 志^{*2}Fundamental Characteristics of Underwater Shock Wave
due to Underwater Explosion of High ExplosivesShigeru ITOH, You NADAMITSU, Akio KIRA,
Shiro NAGANO, Masahiro FUJITA and Takashi HONDA

Fundamental characteristics of underwater shock waves generated by underwater explosion of high explosives are investigated by both experimentally and by numerical simulation. The attenuation process of the underwater shock wave is also investigated theoretically using a method of characteristics. Slab explosives are used in the experiments. Streak photographs are taken by a high speed camera using a conventional shadowgraph system. When the detonation wave propagates into the explosive, the underwater shock wave is generated at the boundary between the slab explosives and the water. The incident angle of the underwater shock wave is the same as that obtained by the impedance matching method between the explosives and water. The angle then changes due to the effects of interaction with the expansion wave occurring due to the expanded product gas. The attenuation process of the underwater shock wave is well explained by the method of characteristics.

Key Words: Shock Wave, Method of Characteristics, Detonation, Numerical Analysis, Expansion Wave, Shock Attenuation

1. 緒 言

著者らは高性能爆薬を水中で爆ごうさせ、それによって発生した水中衝撃波を利用した各種金属加工法を研究してきた。例えば金属円管内に水中衝撃波を導入させた円管の内側からの側壁の孔あけ加工⁽¹⁾, 成型型を用いた球殻の爆発成形⁽²⁾, あるいは高難度焼結粉末の衝撃固化⁽³⁾等について報告してきた。これらの金属加工を行う場合, 高性能爆薬の水中爆ごうによって発生した水中衝撃波を加工目的にあうように有効に制御しなければならない。高性能爆薬を水中爆ごうさせると, 爆ごう波の伝ばに伴って水中衝撃波が水中に発生し伝ばする。このような現象のうち爆源から離れた場所における水中衝撃波の挙動についてはCole⁽⁴⁾, Sternberg⁽⁵⁾らによって詳細に研究されている。しかし爆薬近傍における水中衝撃波の基本特性はまだ十分には明らかにされていない。

著者らは, 高性能爆薬の爆ごうにより生じた爆ごう生成ガスのJones-Wilkins-Lee(JWL)状態方程式⁽⁶⁾

をシリンダ膨張試験で求めた。その状態方程式を用いて高性能爆薬の水中爆ごう過程ならびにそれによって生ずる水中衝撃波の伝ば過程をArbitrary Lagrangian Eulerian(ALE)法⁽⁷⁾により数値計算し, その結果とシャドウグラフ法によって実験的に得られた水中衝撃波の形状を比較し両者がよく一致することを明らかにした⁽⁸⁾。その場合水中衝撃波の形状変化と強さの減衰過程がきわめて強い関係にあることを定性的に述べた⁽⁹⁾。また円筒形爆薬の水中爆ごうによって生ずる水中衝撃波の伝ばならびに減衰過程についても報告し, 爆ごう生成ガスの膨張によって生ずる膨張波と水中衝撃波の干渉過程を実験ならびに数値計算によって解析した⁽¹⁰⁾。これらの実験結果から水中衝撃波の減衰過程が爆ごう生成ガスの膨張によって生ずる膨張波の影響を大きく受けることを明らかにした。本報ではこれらの結果に基づき特性理論を適用した理論解析を提案し, 実験的に得られた水中衝撃波の形状から爆ごう生成ガスの膨張過程を明らかにする。この解析では, 前述の数値計算法と異なり爆ごう生成ガスの状態方程式が未知の爆薬でも, 水中衝撃波の形状がわかれば, 水中爆ごう過程における爆ごう生成ガスの膨張過程を明らかにすることが可能となる。この解析結果と, 平板状に成形された爆薬をPolymethylmethacrylate

* 1995年11月18日 山口地方講演会で講演, 原稿受付 1996年1月11日。

^{*1} 正員, 熊本大学工学部 (☎862 熊本市黒髪2-39-1)。

^{*2} 正員, 第一工業大学工学部 (☎958-12 国分市中央1-10-2)。

^{*3} 正員, 熊本大学大学院。

(PMMA)板にはり水中で爆ごうさせて得られた実験結果を比較し、本理論の有用性について述べる。

2. おもな記号

X : 平板に沿った座標
 Y : 平板に垂直な座標
 P : 圧力
 ρ : 密度
 e : 比内部エネルギー
 D : 爆ごう波の速度
 U_s : 水中衝撃波先頭の水速
 u_p : 粒子速度
 v : 定置座標系での粒子速度
 C : 音速
 M : マッハ数
 μ : マッハ角
 ν : Prandtl-Meyer 関数
 δ : 流れの転向角
 θ : 水中衝撃波の接線角
 Γ : Grüneisen 係数

下添字 0 は大気圧、常温における状態を表す。その他の記号は文章中で定義する。

3. 理論解析

図 1 は爆ごう波を固定した定置座標系で表した水中衝撃波系を示す。理論解析では爆薬の爆ごう特性ならびに水中衝撃波の伝ば過程に以下の仮定を行う。

(1) 爆薬中を伝ばする爆ごう波は一定速度 D で伝ばし、定常理想爆ごうを行う。

(2) 水中衝撃波は同一形状を保ち爆ごう波とともに図 1 中 X 方向に一定速度 D で移動する。

(3) 流れ場全体に X 方向に逆向きに速度 D を加えることによって爆ごう波ならびに水中衝撃波を静止することができる。

仮定 (1) は高性能爆薬のもっている性質であるが、爆

Fig. 1 Stationary coordinate system of the underwater shock wave

薬の寸法等の影響によって厳密には成り立たない場合が多い。ここではその仮定が厳密に式り立つとする。仮定 (2) より、 U_s と D に対して次の関係が成り立つ⁽¹⁾。

$$U_s = D \sin \theta \quad \dots\dots\dots (1)$$

定置座標系で爆ごう生成ガスと水との境界を曲線 AB で示す。この境界と水中衝撃波 AS との間に特性曲線 (図 1 中の曲線 SB) を描くことができる。現象が二次元である場合は仮定 (1), (3) よりこの特性曲線 C_+ に沿ってリーマン量 R は一定で次式が成り立つ。

$$R = \nu - \delta = \text{const}$$

$$d\delta = d\nu = \sqrt{M^2 - 1} \frac{dv}{v}, \quad M = \frac{v}{C}$$

$$dP = \frac{-\rho v^2}{\sqrt{M^2 - 1}} d\delta \quad \dots\dots\dots (2)$$

同様に特性曲線 C_+ に沿ってリーマン量 Q は一定で次式が成り立つ。

$$Q = \nu + \delta = \text{const}$$

$$d\delta = -d\nu$$

$$dP = \frac{\rho v^2}{\sqrt{M^2 - 1}} d\delta \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで経験的に知られる関係式 $U_s = C_0 + s u_p$ を斜め衝撃波の関係式に適用すると水中衝撃波面に沿ったリーマン量の変化は U_s の関数となる。 s は体積弾性率の圧力微分 K_0 を用いて $s = (K_0 + 1)/4$ で表される。また水中衝撃波面 S に沿ったリーマン量の変化 dR_s と境界面 B に沿ったリーマン量の変化 dR_B は等しくなければならない。よって次式を得る。

$$\int_{S_1}^{S_2} \left(\frac{d\nu}{dU_s} - \frac{d\delta}{dU_s} \right) dU_s = \int_{B_1}^{B_2} \sqrt{M^2 + 1} \frac{dv}{v} - \int_{B_1}^{B_2} d\delta \quad \dots\dots\dots (4)$$

式 (3) を代入して

$$\int_{S_1}^{S_2} \left(\frac{d\nu}{dU_s} - \frac{d\delta}{dU_s} \right) dU_s = -2 \int_{B_1}^{B_2} d\delta \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで、

$$\frac{d\nu}{dU_s} = \frac{\sqrt{M^2 - 1} \{ U_s(1 - 2s) + C_0(s - 1) \}}{U_s^2(1 - 2s) + 2U_s C_0(s - 1) + C_0^2 + s^2 D^2}$$

$$v^2 = \frac{\{ U_s(s - 1) + C_0 \}^2}{s^2} + D^2 - U_s^2 \quad \dots\dots\dots (6)$$

また δ と U_s との間には次の関係がある。

$$\tan \delta = \frac{(U_s - C_0) \sqrt{D^2 - U_s^2}}{s D^2 - U_s(U_s - C_0)}$$

$$\frac{d\delta}{dU_s}$$

$$= \frac{s(D^2 - U_s^2) - (U_s - C_0) \{ (s - 1) U_s + C_0 \}}{[s^2 D^2 - (U_s - C_0) \{ (2s - 1) U_s + C_0 \}] \sqrt{D^2 - U_s^2}} \quad \dots\dots\dots (7)$$

流線に沿って次式が成り立つ。

Table 1 Parameters of equation of state

Material	ρ_0 (kg/m ³)	C_0 (m/s)	s	Γ
PMMA	1181.0	2260.0	1.816	0.75
Water	1000.0	1489.0	1.786	1.65

$$v_2^2 - v_1^2 = -2 \int_{\rho_1}^{\rho_2} \frac{C^2}{\rho} d\rho \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{dP}{d\rho} = C^2 \dots\dots\dots (9)$$

なお C は次式で与えられる。

$$C = C_0(1-\eta) \frac{\sqrt{\{1+s\eta(1-\Gamma\eta)\}}}{(1-s\eta)^{1.5}} \dots\dots\dots (10)$$

ここで $\eta = 1 - \rho_0/\rho$ である。

水中衝撃波の形状あるいは爆ごう生成ガスと水との境界の位置および物理量が与えられると以上の関係式から、AS と AB 間の領域の物理量が得られる。また図1点 A での水中衝撃波の強さと入射角はインピーダンスマッチング法から求められる⁽¹²⁾。ここで水および PMMA の ρ_0 , C_0 , s , Γ を表1⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾に示す。

4. 実験方法および数値計算方法

4.1 水中衝撃波の光学的写真観察実験 高性能爆薬 SEP [旭化成工業(株)製, PETN: 65%, Paraffine: 35%, 充てん密度 $\rho_e = 1\,310\text{ kg/m}^3$, $D = 6\,970\text{ m/s}$] を実験に用いた。爆薬を平板状に成形し、それを PMMA 板にはった。SEP の形状および寸法を図2に示す。主爆薬の寸法は厚さ h が 3 mm, 長さが 150 mm で、爆薬の側端面から発生した膨張波の影響をみるために、幅 H をそれぞれ 30, 60, 90, 120 mm とかえた。さらに h の影響をみるために $h = 5\text{ mm}$, $H = 50\text{ mm}$ の実験もあわせて行った。主爆薬内を伝ばする爆ごう波が平面になるように、SEP と HABW [旭化成工業(株)製, $\rho_e = 2\,200\text{ kg/m}^3$, $D = 4\,750\text{ m/s}$] で構成された爆薬レンズを主爆薬の前に配置した。この爆薬を水で満たした PMMA 製の水槽に入れて電気雷管によって起爆させ、中水爆ごう実験を行った。水中爆ごう実験装置を図3に示す。

光学的写真観察実験は、キセノンフラッシュライト (HADLAND PHOTONICS 社製, HL 20/50 形フラッシュユニット, 出力 500 J, せん光時間 50 μs) を光源としてイメージコンバータカメラ (HADLAND PHOTONICS 社製, IMACON 790, 最大こま撮り間隔 20 000 000 こま/s, 最高流し速度 1 ns/mm) を使用したストリーク写真撮影法によって行った。ストリーク写真撮影は、 X 方向への水中衝撃波の伝ば過程を

Fig. 2 A schematic of the formed explosives

Fig. 3 An Experimental set up for the underwater explosion

調べるために図3中 A の位置にスリットをきった場合と、 Y 方向への水中衝撃波の伝ば過程を調べるために B の位置にスリットをきった場合について行った。爆薬表面からスリット A までの距離 D_p を種々変えて実験を行い、発生した水中衝撃波の X 方向速度を調べた。これらの写真撮影では 6 号電気雷管 [旭化成工業(株)製] を使用し、ディレイジェネレータ (HADLAND PHOTONICS 社製, THREE CHANNEL DELAY GENERATOR, TYPE JH-3C DG) により SEP の起爆時間とキセノンフラッシュライトの発光開始時間の制御を行った。また、ブロックゲージを撮影して距離の校正を行い、ディレイジェネレータの付属機能により時間校正を行った。

4.2 数値計算方法 数値計算は ALE 法を用いて行った。この方法の特徴は、異なった媒質が存在しているような物理場も比較的容易に解析できるところにある。さらに陰解法が容易に適用でき、解の安定性の条件が陽解法に比べて大きく緩和され計算時間が短縮できるという利点もある。計算は質量、運動量、エネルギーの保存則に状態方程式を組合せて行った⁽¹⁵⁾。水および PMMA 板については次式で表される Mie-Grüneisen の状態方程式を用いた。

$$P = \frac{\rho_0 C_0^2 \eta}{(1-s\eta)^2} \left(1 - \frac{\Gamma\eta}{2} \right) + \Gamma \rho_0 e \dots\dots\dots (11)$$

また爆ごう生成ガスの状態方程式は次式で表される JWL 状態方程式を用いた。

Table 2 JWLV parameters of SEP

A (GPa)	B (GPa)	R ₁	R ₂	ω	e ₀ (J/kg)
364.99	2.3097	4.30	1.00	0.28	2.16 × 10 ⁶

$$P = A \left(1 - \frac{\omega}{R_1 V} \right) \exp(-R_1 V) + B \left(1 - \frac{\omega}{R_2 V} \right) \exp(-R_2 V) + \frac{\omega \rho_e e}{V} \quad \dots (12)$$

ここで、 A 、 B 、 R_1 、 R_2 および ω は実験的に求められる定数(JWL パラメータ)であり、 V は爆薬の充てん密度と爆ごう生成ガスの密度比(ρ_e/ρ)である。SEP の JWL パラメータを表 2 に示す[前出文献(8)を参照]。

爆薬の爆ごう過程の数値シミュレーションは、次のような仮定で行った。(a)爆薬は均質である。(b)爆薬は完全に定常的爆ごうを行う。(c)爆ごう波が到達した爆薬部は直ちに爆ごう生成ガスに変換される。(d)爆ごう波のすぐ後方は Chapman-Jouget 点における圧力、密度、エネルギーを有する。(e)爆ごう生成ガスは JWL 状態方程式に従って膨張する。

計算場は一辺を 0.5 mm の格子に分割し、格子数は X 方向に 480、 Y 方向に 200 とした。なお計算は GATEWAY 2000(P 5-133)で行った。代表的な計算では 1 回あたりの計算時間はおよそ 6 h であった。

5. 結果および考察

5.1 水中衝撃波の伝ば過程 爆薬表面からの距離 D_p を変化させ、爆薬のなが手方向にスリット(図 3 中スリット A)をきって撮影したストリーク写真をもとに得られた波動線図を図 4 に示す。図 4 中黒抜きのプロットが、 $H=120$ mm、 $h=3$ mm の場合について得られた結果を、白抜きのプロットが $H=50$ mm、 $h=5$ mm の結果をそれぞれ示す。また実線の傾きはあらかじめ実験的に求められた SEP の D を示す。いずれの距離においても得られた実験結果はその実線と重なることが図 4 からわかる。このことより本論文で提案した理論の仮定(2)に妥当性があることがわかる。爆薬の板厚方向にスリット(図 3 中スリット B)をきって得られたストリーク写真の代表例を図 5 に示す。図 5 中の SW は水中衝撃波のストリークである。この写真を光学顕微鏡を用いて観察し、距離と時間のデータを得た。それらを nonlinear curve fitting 法⁽¹⁶⁾により次式のように関数近似した。

$$Y = A_1 \{1 - \exp(-B_1 t)\} + A_2 \{1 - \exp(-B_2 t)\} + A_3 \{1 - \exp(-B_3 t)\} + C_0 t \quad \dots (13)$$

なお A_1 、 A_2 、 A_3 および B_1 、 B_2 、 B_3 は定数である。式

Fig. 4 Distance-time wave diagrams obtained by the streak photographs taken in X direction

Fig. 5 An example of the streak photographs

Fig. 6 A comparison of the profiles of the underwater shock wave

(13)を t に関して微分し、 t を大きくすると dY/dt は急激に C_0 に漸近する。これは水中衝撃波の速度が時間の経過により音速にまで減衰すると仮定して近似式を決定したことによる。この近似式と仮定(2)を組合せると水中衝撃波の形状を得ることができる[前出文献(15)を参照]。これらの結果を図 6 に示す。図 6 の横軸は爆ごう波先端を零としてそれから下流方向にとった距離を示す。縦軸は爆薬表面からの Y 方向距離を示す。図 6 中(●)は $h=3$ mm の場合に数値計算によって得られた結果を示し、実線が $h=3$ mm で $H=30$ 、60、90、120 mm の場合の結果をそれぞれ示す。 $H=30$ mm の場合、爆薬の表面から Y 方向に 20 mm 程度までは数値計算結果ならびにその他の結果と一致しているが、距離が大きくなるにつれてそれらから離れていく傾向があることが図 6 からわかる。また幅 H が大きくなるにつれてその離れていく箇所が上方に向かっていることも定性的にわかる。このことは爆薬側端面から発生した膨張波の影響が爆薬中央部付近上方の水中

Fig. 7 Distribution of Mach lines in the stationary coordinate system and the profiles of the underwater shock wave

衝撃波にまで及んでくることを示す。 $H=90$ mm 以上では爆薬の表面から Y 方向に 60 mm 程度までは側端の影響はほとんどみられないことがわかる。また図 6 中の line A は爆ごう生成ガスと水との間にインピーダンスマッチング法を適用して求めた接線角の理論的初期値 θ_0 の傾きをもつ直線を示す。 θ_0 は 35.4° であった。この直線が図 6 に示された水中衝撃波の形状と $(0, 0)$ 点近傍で接していることから、接線の初期角の理論値と実験値および計算値はきわめてよく一致することがわかる。このことは爆薬の水中爆ごうによって発生した水中衝撃波の形状を理論的に得るために初期角として θ_0 が採用できることを示している。

図 7 は数値計算によって得られた定置座標系で示したマッハ線分布を示す。マッハ線の密な部分が水中衝撃波の形状 (WS) を表す。図 7 中 PG は爆ごう生成ガスを示す。また (○) は $h=3$ mm, $H=120$ mm の場合に撮影されたストリーク写真から得られた水中衝撃波の形状である。両者がきわめてよく一致することが図 7 からわかる。このことは、理論解析で用いた仮定 (3) が有効であることを示している。水中衝撃波速度が式 (1) から得られると運動量保存則よりその前後の圧力比が求まる。その結果を図 8 に示す。図 8 中横軸は h で無次元化された爆薬表面からの Y 方向距離を、縦軸は水中衝撃波前後の圧力比を示す。(○) は実験結果を、実線は数値計算結果を示す。両者はきわめてよく一致することがわかる。

5.2 水中衝撃波の形状と強さ $h=3$ mm の場合に数値計算から得られた等圧線図を図 9 に示す。図 9 中の (●) は数値計算によって得られた爆ごう生成ガスと水との境界 (WB) 上の点、(○) はその点およびその点での圧力、密度等をもとに理論式 (1)～(10) を用いて求めた水中衝撃波の位置を示す。図 9 で等圧線が密なところが水中衝撃波の形状 (WS) に対応している。

Fig. 8 Pressure distribution of the underwater shock wave

Fig. 9 Pressure contour maps obtained by numerical calculation and the boundary between product gas and water

Fig. 10 The profiles of the underwater shock wave and the boundary between product gas and water

WS と本論文で提案した理論により得られる水中衝撃波の形状はきわめてよく一致することがわかる。実験および数値計算によって得られた水中衝撃波の形状を図 10 に示す。図 10 には数値計算によって得られた爆

Fig. 11 Pressure distribution of product gas

爆ごう生成ガスと水ならびに PMMA との境界をあわせて示す。実線 WS は数値計算によって得られた水中衝撃波形状を示し、(○)が水中衝撃波の実験結果を示す。図 10 中(●)は実験的に得られた水中衝撃波の形状ならびに強さをもとに、理論式(1)～(10)を用いて得られた爆ごう生成ガスと水との境界を表す。また実線 WB は数値計算によって得られた爆ごう生成ガス(PG)と水との境界を示す。横軸の原点 0 は爆ごう波の先頭を示す。理論的に得られた(●)で示される境界は PMMA 板の影響を考慮していないが WB とよく一致することがわかる。

理論から得られた爆ごう生成ガス内の圧力分布を図 11 に示す。図 11 中実線は数値計算結果を示し、(●)は特性曲線から得られた結果を示す。数値計算結果は PMMA 板の効果を考慮に入れているが、理論にはその影響が見積もられていない。そのため両者の圧力値には少し違いがみられる。この違いは、PMMA と水の音響インピーダンスの差に起因するものと考えられる。

このように爆ごう生成ガスと水との境界の物理値を用い特性理論式によって水中衝撃波の形状を十分有効に予測しうることがわかった。また水中衝撃波の形状から爆ごう生成ガスの膨張過程も比較的よく説明できることが明らかになった。水中衝撃波の強さは爆ごう生成ガスの膨張の影響をきわめて大きく受けることがわかった。以上のことより水中衝撃波の形状変化がわかれば、爆ごう生成ガスの水中での膨張過程を理論的に解明することが可能であることがわかった。

6. ま と め

高性能爆薬の水中爆ごうにより発生した水中衝撃波

の基本特性を光学的写真観察ならびに数値計算によって調べた。爆ごう波を固定した座標系について特性式を応用し水中衝撃波ならびに爆ごう生成ガスの膨張に関する理論的な解析方法を提案した。この理論では次のような仮定をたてた。(1)爆薬中を伝ばする爆ごう波は一定速度 D で伝ばし、定常理想爆ごうを行う。(2)水中衝撃波全体は X 方向に一定速度 D で移動する。(3)流れ場全体に X 方向に逆向きに速度 D を加えることによって爆ごう波ならびに水中衝撃波を静止することができる。

このような仮定のもと、数値計算で得られた爆ごう生成ガスと水との境界における、圧力、密度等の物理値を用いて理論的に求めた水中衝撃波の形状が実験結果ならびに数値計算結果ときわめてよく一致することを明らかにした。また光学撮影実験で得られた水中衝撃波の形状から求められた爆ごう生成ガスと水との境界は数値計算で得られた境界ときわめてよく一致することがわかった。爆ごう生成ガス内部の圧力値には PMMA 板と水との音響インピーダンスの違いの影響が多少みられた。なお実験は熊本大学工学部付置衝撃エネルギー実験所で行われた。実験に際し実験所の石谷氏に負うところが大きい。ここに謝意を表す。

文 献

- (1) Itoh, S., Fujita, M., Nagano, S. and Kamohara, K., *Shock Waves @ Marseille*, (1995), 289-294.
- (2) 藤田昌大・ほか 4 名, 塑性加工学会講義集, **36**-412(1995), 541-544.
- (3) 伊東繁・ほか 5 名, 機論, **61**-588, B(1995), 217-222.
- (4) Cole, R. H., *Underwater Explosions*, (1948), Princeton University Press.
- (5) Sternberg, H. M. and Walker, W. A., *Phys. Fluids*, **14**-9(1971), 1869-1878.
- (6) Lee, E. L., Hornig, H. C. and Kury, J. W., UCRL-50422(1968).
- (7) Amsden, A. A., Ruppel, H. M. and Hirt, C. W., LA-8095, UC-32(1980).
- (8) 伊東繁・ほか 4 名, 火薬学会誌, **55**-5(1994), 202-208.
- (9) 伊東繁・ほか 7 名, 火薬学会誌, **56**-5(1995), 181-187.
- (10) Itoh, S., ほか 4 名, *Proc 1995 Joint ASME/JSME PVP Conf.*, 299(1995), 39-45.
- (11) Prehl, P., Hornemann, U. and Heilig, W., *Shock Tube Shock Wave Res.*, (1977), 303-312.
- (12) 田中克巳, 工業火薬, **37**-6(1976), 277-290.
- (13) Marsh, S. P., *LASL Shock Hugoniot Data*, (1980), 446-575, University of California Press.
- (14) 高橋勝彦・村田健司・加藤幸夫, 工業火薬, **54**-4(1993), 190-197.
- (15) 伊東繁・吉良章夫・長野司郎・藤田昌大, 火薬学会誌, **56**-5(1995), 188-194.
- (16) Berventon, P. R., *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences*, (1969), 204-246, McGraw Hill, New York.