軸流中の細長回転円筒上の乱流境界層の実験*

(第1報, 平均流と乱れの特性)

矢野 治 久^{*1}, 山下 新太郎^{*2}
成瀬 幸 夫^{*3}, 近藤 邦 和^{*2}

Experiments on the Turbulent Boundary Layer on a Thin Cylinder Rotating in an Axial Flow

(1st Report, Properties of Mean Flow and Turbulence)

Haruhisa YANO, Shintaro YAMASHITA,
Yukio NARUSE and Kunikazu KONDO

The mean velocity and turbulent field in a three-dimensional turbulent boundary layer on a thin cylinder rotating in a uniform stream are examined experimentally. Measurements of mean velocity and all Reynolds stresses are made by means of a single rotatable hot-wire method. Mean velocity distribution is well represented in the relative main flow direction with respect to the rotating cylinder by a logarithmic law deduced in an earlier study. Johnston's logarithmic law for 3-D turbulent boundary layers also accurately describes the present flow. Although turbulent intensities and Reynolds stresses all increased with rotation speed of the cylinder, their distributions are well represented by non-dimensionalization using the resultant velocity of the main flow and the peripheral velocity of the cylinder. Both eddy viscosities and mixing lengths increase with the rotation speed, and there is no evidence of isotropic eddy viscosity.

Key Words: Turbulence, Boundary Layer, Skewed Velocity, Axisymmetric Flow, Logarithmic Law, Reynolds Stress, Eddy Viscosity, Mixing Length

1. ま え が き

本研究は一樣な軸流中で回転する細長回転円筒上の乱流境界層の平均・変動速度場の特性, 乱流構造を実験的に明らかにしようとするものである。この境界層の特徴は境界層内で速度分布が大ききねじれを示す点にあり, 境界層全体にわたって遠心力と横方向曲率が強い影響を及ぼしている。

この種の乱流境界層については, 古屋, 中村, 山下らによる一連の実験的研究^{(1)~(8)}, および解説・展望⁽⁹⁾, 円すい体上の流れに対する伊藤らの実験⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾等がなされてきている。また, 静止円筒に接続した回転円筒, いわゆる差動回転円筒上の流れについて Bissonnette-Mellor⁽¹²⁾ と Lohmann⁽¹³⁾ による実験がある。

この流れは軸対称性をもつとはいえず, 平均速度ベクトルの方向が回転座標系におけるポテンシャル流れの相対速度の方向になるという保証はなく, 三次元流れであることに変わりはない。この三次元流れはせん断駆動三次元乱流境界層の範疇に属し, 計算流体力学にお

いては, この境界層に対する予測の程度を調べることの重要性から, 実験結果との比較がなされているが^{(14)~(16)}, 比較できる実験データ, 特に乱流量に対する信頼できるデータが少ないというのが現状である。特にレイノルズ応力の横方向成分は重要ではあるが測定困難な量である⁽¹⁷⁾。

乱流モデルとの関連では, 各種の条件下での系統の実験, 壁面近傍の平均・変動速度場, 壁面せん断応力とレイノルズ応力全成分の測定が望まれる。上記のように比較的多くの実験的研究が行われてきているが, 計測法の進展に伴う測定データの見直し, 再評価も必要となろう。また, 平板乱流境界層に比べ得るほどの壁近くの流れの相似性, 乱流構造などは十分に解明されたわけではない。さらに, 三次元乱流境界層において, 平均流の三次元性が乱流構造に及ぼす影響についての物理的理解は十分ではない⁽¹⁷⁾。

このような観点から, 本研究は一般の三次元流れに比べると比較的単純な, 一樣流中の回転円筒上の乱流境界層を取り上げ, その流れの基本構造を明らかにしようとするものである。この目的のため円筒は細長いものとし, 境界層が軸方向, 横方向とも前縁から発達するように円筒前縁をナイフエッジとして吸込みを行っている。本報告は, この研究のまず第1段階として, こ

* 原稿受付 1996年2月26日。

^{*1} 正員, 大同工業大学(〒493 名古屋市南区大同町2-21)。

^{*2} 正員, 岐阜大学工学部(〒501 11 岐阜市柳戸1-1)。

^{*3} 正員, 岐阜大学大学院。

① Honeycomb ② Gauze screens ③ Settling tank ④ Filter
⑤ Bell mouth ⑥ Supporting cylinder ⑦ Wind tunnel
⑧ Circular cylinder ⑨ Variable speed motor
⑩ Supporting thin wire ⑪ Tripping wire ⑫ Sirocco fan
⑬ Honeycomb ⑭ Orifice ⑮ Flow control valve ⑯⑰ Turbo blower

Fig. 1 Experimental apparatus

の乱流境界層の平均・変動速度場の特徴, レイノルズ応力 6 成分の測定結果, および各種の対数速度分布の適応性について調べたものである。

おもな記号

- a : 円筒半径
 l : 混合距離
 P : 平均静圧
 r : 円筒中心軸からの距離 $= a + z$
 Re : 基準レイノルズ数 $= U_m a / \nu$
 U, V, W : 平均速度の x, y, z 成分
 u, v, w : 変動速度の x, y, z 成分
 u', v', w' : u, v, w の rms 値
 U_e : 局所境界層外主流速度
 U_R : 回転円筒に固定した座標系における非粘性流の相対速度
 V_0 : 円筒周速度
 x : 円筒前縁からの軸方向距離
 y : 方位角
 z : 円筒壁面からの距離
 δ : 境界層厚さ ($U/U_e = 0.995$ なる z の値)
 ν_T : 渦動粘度
 ρ, ν : 流体の密度, 動粘度
 τ : セン断応力
 ω : 回転角速度
 Ω_m : 基準速度比 $= a\omega / U_m$
 Δ_x : 排除厚さ $= \int_0^\delta (1 - U/U_e)(r/a) dz$
 θ_x : 運動量厚さ

Fig. 2 Flow field and coordinate system

$$= \int_0^\delta (U/U_e)(1 - U/U_e)(r/a) dz$$

θ_{xy} : 角運動量厚さ

$$= \int_0^\delta (U/U_e)(V/V_0)(r/a)^2 dz$$

添字

- x, y : それぞれ x, y 方向成分
 m : $x=0$ での基準値
 0 : 壁面での値

2. 実験装置と方法

実験装置全体を図1に示す。用いた風洞は吸込型で、セッティングチャンバ内にはハニカムと4枚のスクリーンを備えている。円筒は図1に示すように半径40 mm, 全長約1200 mmのアルミニウム合金製で、その表面は滑らかに仕上げてある。円筒の前縁はナイフエッジとし、吸込みを行うことによって円筒前縁に一樣流が流入するようにしてある。また、境界層の乱流遷移を促進するために、高さと幅が1 mmのリングが前縁から100 mm下流に設けてある。測定断面は円筒全体にわたっているが、本報告では図1に示したような主として乱流発達域の $x=650, 750, 850$ mmの3断

面に注目した。

図2に流れ場と座標系を示す。実験はレイノルズ数 Re を、 3×10^4 と一定に保ち、基準速度比 Ω_m を 0, 1, 1.5 と変化させ、境界層の測定には熱線流速計を用いた。ここではまず境界層の基本量、すなわち平均、変動速度の各成分およびレイノルズ応力等を測定するため、空間分解能の優れた1本の熱線プローブの回転法を用いた。用いたプローブは受感部の長さが約1mmの通常の1型と傾斜型の2種類である。測定は各プローブにつき7~9個の異なる角度に対するデータを最小二乗処理することによりレイノルズ応力6成分を求めるものである⁽¹⁸⁾。熱線からの信号はサンプリング周波数が10 kHzのA/D変換を行ってマイクロコンピュータにより処理した。

3. 実験結果と考察

まず本測定範囲における境界層厚さ、ならびに円筒上の境界層で定義される各種積分厚さ〔例えば文献(2)〕を表1に示す。

3.1 平均速度分布 円筒静止時の境界層内外の z が一定の位置での静圧分布を図3に示す。流れは下

Table 1 Boundary layer thicknesses
(Unit; mm)

Ω_m	x	650	750	850
0	δ	15.3	17.0	19.0
	Δ_x	2.14	2.32	2.44
	θ_x	1.54	1.68	1.84
1	δ	23.2	26.1	28.5
	Δ_x	2.73	2.87	3.08
	θ_x	2.23	2.39	2.54
	θ_{xy}	2.50	2.67	2.84
1.5	δ	25.3	28.5	31.6
	Δ_x	2.85	3.07	3.21
	θ_x	2.39	2.57	2.82
	θ_{xy}	3.03	3.23	3.45

Fig. 3 Static pressure distribution ($\Omega_m = 0$)

流方向に一定圧ではなく、わずかに順圧力こう配となっているが、圧力こう配パラメータ $(dP/dx)\Delta x/\tau_{0x}$ は $x = 650 \sim 850$ mm で 0.05 の程度で、ほぼ一定圧力とみなしてよい。

図4, 5は x, y 方向平均速度成分の分布を各速度比に対して示したものである。図6は速度比による平均速度の変化を $x = 750$ mm について見たものである。速度比の増加に伴って U/U_e の分布は増速され、 V/V_0 の分布はわずかに減速された形状となる。図示のように分布が境界層内に満ちた形になる現象は、乱

Fig. 4 Mean velocity profiles in the axial direction

Fig. 5 Mean velocity profile in the peripheral direction

Fig. 6 Variation of mean velocity profiles with speed ratio

Fig. 7 Polar plots of velocity distributions

流混合の活発化である⁽²⁾。

図7は平均速度成分間の関係を見るための極線図である。図7中の実線は

$$1 - U/U_e = (a/r)(V/V_0) \quad (1)$$

を示し、速度成分がこの関係を満たせば、円筒とともに回転する座標系において、境界層の平均速度ベクトルがポテンシャル流れの方向と一致することになり、流れの擬二次元性が成立する⁽²⁾。図示のように本乱流境界層の流れはわずかに擬二次元性からのずれを示す。

3.2 対数速度分布 平板乱流境界層の平均速度に関しては、第1近似としてレイノルズ数に無関係な相似則が存在し、特に壁近くの分布は圧力こう配によらない対数法則として知られている。軸流中の静止円筒上の乱流境界層については、境界層が相対的に厚くなると、半径効果を考慮した Rao による次の提唱式が用いられる [例えば文献(3)]。

$$\frac{U}{U_\tau} = A \log \left[\frac{U_\tau a}{\nu} \ln \frac{r}{a} \right] + B \quad (2)$$

図8は定数 A, B にそれぞれ 5.5, 5.4 を用いた本実験の結果で、この対数法則がよく適合している。

次に、回転円筒上の乱流境界層に関しては、境界層が極端に厚くならなくても、平板あるいは上記の静止円筒上の対数速度成分が妥当しないことはこれまでに明らかにされている⁽³⁾⁽⁵⁾⁽⁷⁾。古屋ら⁽³⁾は、周方向速度成分について成立すべき対数速度分布を提唱した。一方で、三次元境界層においては、境界層の速度分布を層外ポテンシャル流れの方向の成分とその方向からのずれとしての二次流れ成分とに分けて取扱うのが通常である。このような観点から、Nakamura ら⁽⁷⁾は円筒とともに回転する系で、相対的な非粘性流の方向を一

Fig. 8 Logarithmic velocity distribution with no rotation ($\Omega_m = 0$)

の座標軸とする座標系でこの流れ場を調べた。この場合、半径方向をいま一つの座標軸とすると、境界層厚さが円筒半径に比べて十分薄いと仮定できない限り、直交曲線座標系を構成し得ない。そこで、流れの軸対称性を陽に生かすため、周方向を第3の座標軸とする斜交系で運動方程式を定式化し、相対主流の方向について次のような対数速度分布を導出した。

$$\frac{U_{R0}}{U_R} \frac{U_1}{U_{1r}} = A_1 \log \left[\frac{U_{1r} a}{\nu} \frac{r^2 - a^2}{2r^2} \right] + B_1 \quad (3)$$

ここに、 U_1 は平均速度の相対主流方向の物理成分で、 U_R は非粘性流の相対速度、 U_{R0} はその壁面での値を示す。 U_2, U_3 をそれぞれこの座標系での周方向成分、半径方向成分とすれば、これらの量と基準座標系における量との間の関係は、

$$U_1 = (U_R/U_e), \quad U_2 = V - r\omega(1 - U/U_e), \\ U_3 = W, \quad U_R = \sqrt{U_e^2 + (r\omega)^2} \quad (4)$$

である。式(3)において、 U_{1r} は次式で定義される相対主流方向摩擦速度である。

$$U_{1r} = \sqrt{\tau_{01}/\rho}, \\ \tau_{01} = \mu [U_R \partial(U/U_R) / \partial r]_0 \quad (5)$$

式(3)における係数 A_1, B_1 は未知であり、平板境界層の値は妥当しない。したがって、式(3)が回転円筒上の対数速度分布として、妥当であるか否かを検証するためには、壁面せん断応力の値が、不可欠である。Nakamura らは微小熱線プローブを用いて測定した壁面近傍の速度分布からこれを評価し、その測定の範囲内で第1近似として $A_1 = 4.2, B_1 = 7.5$ を得た (log は常用対数とする。以下同様)。

この A_1, B_1 の値を用いて、式(3)を本実験の速度分布に適用すると図9のようになる。速度比によらず、式(3)でよく表されることがわかる。ただし、式(3)

に基づいて得られる壁面せん断応力の値の妥当性については、別に調べる必要がある。運動量積分方程式を用いた検証では、 x 方向に積分した形で調べ、その相対誤差は10%以内であった。これはほぼ妥当な値と判断されるが、 x の測定範囲が少ないので確定的ではない。

さて、三次元乱流境界層の対数法則についてはこれ

までに各種の提唱がなされており、ここで本流れ場に対する適応性を調べてみよう。Ölçmen-Simpson⁽¹⁹⁾ は最近これらを列挙し、種々の流れ場のデータを用いてその普遍性を検討している。Ölçmen らの列挙した対数速度分布のうち、本流れ場に適用できるのは、ここでの座標系を用いて、以下の4種類である。

Johnston :

$$\frac{U_s}{q_\tau \cos \beta_0} = A \log \left[\frac{z q_\tau}{\nu} \right] + B \quad \dots\dots\dots (6)$$

Pierce らと Chandrashekhar ら :

$$\frac{U_s}{q_\tau (\cos \beta_0)^{0.5}} = A \log \left[\frac{z q_\tau (\cos \beta_0)^{0.5}}{\nu} \right] + B \quad \dots\dots\dots (7)$$

Coles :

$$\frac{q \cos(\beta_0 - \beta)}{q_\tau} = A \log \left[\frac{z q_\tau}{\nu} \right] + B \quad \dots\dots\dots (8)$$

Horning ら :

$$\frac{q}{q_\tau} = A \log \left[\frac{z q_\tau}{\nu} \right] + B \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで

q : 合成速度

U_s : 速度の主流方向成分

Fig.9 Logarithmic velocity distribution in the relative main-flow direction with rotation

(a) Johnston

(c) Coles

(b) Pierce et. al and Chandrashekhar et. al

(d) Horning et. al

Fig.10 Various logarithmic velocity distributions

q_τ : 摩擦速度

β : 速度ベクトルの主流に対する角度

β_0 : 壁面せん断応力ベクトルの主流に対する角度であるが、本流れ場との比較では、これらを壁に固定した座標系、つまり円筒とともに回転する座標系での値とする必要がある。

これらの対数速度分布の係数の値に関しては Ölgmen らはそれぞれの流れ場のデータに適合するよう算出しており流れ場ごとに異なる。この意味ではこれらの係数は普遍定数とはいえない。Bissonnette-Mellor⁽¹²⁾ のデータに対し、Ölgmen らは Johnston の対数法則 [式(6)] が他の対数法則に比べ最もよく適合するとし、低レイノルズ数の場合の係数の値として、 $A=4.1$, $B=9.378$ を得た (高レイノルズ数に対してはこれとは異なる値)。Bissonnette らは壁面せん断応力の値を、レイノルズ応力の測定値を壁面に外挿することにより求めているが、速度分布のまともはよい。これに対し、Lohmann⁽¹³⁾ のデータはいずれの対数法則とも適合しないとしている。

まず、Johnston の対数法則 [式(6)] の本流れ場との適応性を調べてみる。式(6)において、 β_0 は相対速度ベクトルを壁面に外挿して求め、係数には Ölgmen らの算出した値を用いて Clauser 線図の方法で摩擦速度を決定し、速度分布を対数法則表示すると図 10(a) のようになる。本流れ場に対する Johnston の対数法則の適応性は良好である。

Ölgmen らは、Bissonnette らのデータは、Johnston の対数速度分布に最もよく適合するとして、これ以外の対数速度分布 [式(7)~(9)] の係数は決定されていない。そこで本実験と他の対数速度分布との比較には、Johnston の対数法則から得られる摩擦速度を用いて行い、係数の値を本実験のデータに最もよく適合するよう算出した。図 10(b)~(d) はこの結果であり、係数の値を図 10 中に示した。

図 10(b) の Pierce らと Chandrashekhar らの対数法則 [式(7)] との比較では、対数領域は図 10(a) と同様かなり広いが、速度比によって係数が異なった値となる。図 10(c), (d) は、それぞれ Coles [式(8)] と、Hornung ら [式(9)] によるものであるが、対数領域が図 10(a), (b) に比べると狭く、本流れへの適応性は前二者ほどはよくないといえる。

これらの結果を総合すると、Nakamura らの提唱した回転円筒の場合の、対数速度分布 [式(3)]、および Johnston の対数速度分布 [式(6)] が本流れ場によく適合している。Johnston の対数法則は壁面せん断応力方向を考慮した仮想速度成分を用いることにより、

一般の三次元流れに適応できるものとして提唱されており、この意味で各種の流れ場への適応範囲が広いといえる。しかし、本流れ場だけに限れば、基礎方程式との整合性から曲率効果を考慮した Nakamura らの対数法則が妥当するといえよう。ただし、いずれの場合も、係数が二次元乱流境界層とは大きく異なる値であることと、この対数法則に基づく壁面せん断応力の値の妥当性に関しては今後の検討を要する。

3.3 変動速度場 変動速度場に関しては、 $x=750$ mm の位置での速度比による変化に注目して示す。

図 11 に、変動速度三成分の rms 値 u' , v' , w' の分布を示す。 u' , v' は I 型プロープの回転法、また w' はこれに傾斜型プロープの回転法を併用して得られた結果で、 U_{R0} で無次元化して示した。 U_{R0} は U_e と V_0 の合成速度である。これは円筒とともに回転する系から見た場合の非粘性相対流速の壁面での値でもあり、本流れ場の代表速度として妥当であると考えられる。

変動速度の rms 値そのものはいずれも円筒の回転とともに増大するが、 u'/U_{R0} , w'/U_{R0} はよくまとまっており、実線で示す Klebanoff⁽²⁰⁾ の分布と壁面近傍を除いてほぼ一致している。これに対し v'/U_{R0} の円筒回転時の分布は静止時に比べて特に壁近傍で大きな値を示す。これは回転により新たに生じる乱れエネルギー生成項により、直接的に v 変動エネルギーが生成されるためである。

図 12 はレイノルズせん断応力成分 $-\rho \overline{uv}$, $\rho \overline{vw}$,

Fig. 11 Change in turbulent intensity components with speed ratio

Fig. 12 Change in Reynolds shear stresses with speed ratio

Fig. 13 Variation of eddy viscosities

$-\rho \overline{uw}$ を、やはり U_{R0} で無次元化して示した分布である。 $-\overline{uv}$ は I 型プローブの回転法、 $\overline{vw}$ 、 $-\overline{uw}$ はこれに傾斜型プローブ回転法を併用して得られた結果である。円筒静止時の $-\overline{uw}/U_{R0}^2$ は壁近くを除いて Klebanoff の分布とほぼ一致するが、速度比の増加とともにわずかに低下する傾向が見られる。ただし、無次元化しない値は速度比とともに増加していた。 $\overline{vw}/U_{R0}^2$ と $-\overline{uv}/U_{R0}^2$ は円筒静止時は零であるが、円筒が回転すると前者は壁からやや離れた位置で大きな値をもつようになり、後者は壁面近傍で非常に大きな値を示す。

次に、この乱流境界層について渦動粘度と混合距離の変化を調べてみる。これらの量は、各種乱流モデルの基本ともいえるものである。 x, y 方向の渦動粘度 ν_{Tx}, ν_{Ty} はそれぞれ次式で定義される。

$$-\overline{uw} = \nu_{Tx} \partial U / \partial r,$$

Fig. 14 Ratio of eddy viscosities in the x - and y -directions

Fig. 15 Variation of mixing length

$$-\overline{vw} = \nu_{Ty} r \partial (V/r) / \partial r \quad \dots\dots\dots (10)$$

これにより、平均速度およびレイノルズ応力の測定値から評価される渦動粘度の分布を図 13 に示す。無次元化は U_{R0} と非除厚さ Δx により行った。図 13 中の実線は、Klebanoff の平板乱流境界層における分布である。円筒静止時の ν_{Tx} は、ほぼ平板と同程度の値を示している。これに対し、円筒が回転すると ν_{Tx} は内層で急激に増大する。また ν_{Ty} も同様に大きな値をとる。

図 14 は、この渦動粘度の比 ν_{Ty}/ν_{Tx} を三断面について示したものである。図示のようにこの値は 1 ではなく、さらに一定でもない。つまり本流れ場は、等方的渦粘性の場ではないことを明確に示している。

旋回流の混合距離は次式で与えられる [例えば、文献(21)]。

$$\nu_{Ti} = l_i^2 \sqrt{\left[\frac{\partial U}{\partial r} \right]^2 + r \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V}{r} \right) \right]^2},$$

$$i = x, y \quad \dots\dots\dots (11)$$

l_x, l_y の分布を境界層厚さで無次元化して図 15 に示す。図 15 中の実線は Klebanoff の結果を、また破線は平板乱流境界層の壁近くの混合距離の変化、 $l = 0.4z$

を示す。円筒静止時の l_x はほぼ平板の結果と一致し、壁近くでは $l_x = 0.4z$ に従っている。しかし、円筒が回転すると内層でこの関係より大きなこう配で増大し、 l_x, l_y ともに大きな値を示す。これは回転による乱流混合の活発化によるものと考えられる。現象論的にいえば、円筒回転時の混合距離のこのような壁からの距離に対するこう配の増加が、図9、10に示したような対数速度分布の直線こう配が小さくなることに反映されているといえる。

4. あ と が き

一様な軸流中で回転する細長回転円筒上の乱流境界層の基本構造を明らかにするための第1段階として、この流れ場の平均およびレイノルズ応力6成分をI型と傾斜型熱線の回転法により測定し、その変化の特徴、ならびに対数速度分布の適応性について調べ、以下の諸点を明らかにした。

(1) 円筒静止時の速度分布は、Raoの提唱した対数速度分布が妥当する。回転円筒上の乱流境界層については、Nakamuraらの導出した円筒に固定した座標系での相対主流方向の対数速度分布がよく適合する。また、三次元乱流境界層の各種の対数速度分布の中では、Johnstonの対数法則が本流れ場をよく表すことができる。

(2) 変動速度のrms値、 u', v', w' は円筒の回転とともに増大するが、 U_e と V_0 の合成速度 U_{R0} で無次元化すると u', w' は速度比によらずほぼ相似に表される。しかし、 v' の無次元値は円筒回転時のほうが静止時より大きくなる。これは、回転により新たに生じる乱れエネルギー生成項により、直接的に v 変動が生成されるためである。

(3) U_{R0} で無次元化したレイノルズせん断応力成分、 $-\overline{uw}/U_{R0}^2$ は速度比とともにやや小さな値を示すようになる。 $\overline{vw}/U_{R0}^2$ と $-\overline{uv}/U_{R0}^2$ は円筒静止時は零であるが、円筒が回転すると零ではなくなり、特に後者は壁面近傍で非常に大きな値を示す。

(4) 渦度粘度は、円筒の回転とともに境界層の内

層で非常に大きくなる。また、等方的渦粘性の関係は成立しない。混合距離は、円筒が回転すると x, y 方向とも増大し、内層での壁からの距離に対するこう配も増加する。

終わりに、本研究に対し種々ご配慮いただいた名古屋大学 中村育雄教授、ならびに実験にご協力いただいた鈴鹿工業高等専門学校 井上吉弘講師に厚くお礼申し上げる。

文 献

- (1) Furuya, Y. and Nakamura, I., *Trans. ASME, Ser. E*, **37**-1 (1970), 17-24.
- (2) 古屋善正・中村育雄・山下新太郎, 機論, **42**-358 (1976), 1811-1819.
- (3) 古屋善正・中村育雄・山下新太郎・石井隆幸, 機論, **42**-358 (1976), 1820-1829.
- (4) 古屋善正・中村育雄・山下新太郎, 機論, **44**-388 (1978), 4186-4196.
- (5) Furuya, Y., Nakamura, I. and Yamashita, S., *Mem. Faculty Eng., Nagoya Univ.*, **30**-1 (1978), 1-58.
- (6) Nakamura, I., Yamashita, S. and Furuya, Y., *Turbulent Shear Flows*, **2** (1980), 99-115, Springer-Verlag.
- (7) Nakamura, I., Yamashita, S., Watanabe, T. and Sawaki, Y., *Proc. 3rd Sympo. Turbulent Shear Flows, USA*, (1982), 2.7.
- (8) 中村育雄・山下新太郎・山本久美夫, 機論, **48**-426, B (1982), 245-254.
- (9) 古屋善正・中村育雄・山下新太郎, 機誌, **78**-681 (1975), 752-757.
- (10) 伊藤基之・山田豊・今尾茂樹・鈴木浩彦・水谷昌和, 機論, **56**-528, B (1990), 2309-2317.
- (11) 伊藤基之・今尾茂樹・水谷昌和・諸井隆宏, 機論, **61**-587, B (1995), 2418-2425.
- (12) Bissonnette, L. R. and Mellor, G. L., *J. Fluid Mech.*, **63**-2 (1974), 369-412.
- (13) Lohmann, R. P., *J. Fluids Eng.*, **98** (1976), 354-363.
- (14) Higuchi, H. and Rubesin, M. W., *AIAA J.*, **17**-9 (1979), 931-941.
- (15) Aguilar, F. and Pierce, F. J., *J. Fluids Eng.*, **101** (1979), 251-258.
- (16) 島信行, 機論, **57**-540, B (1991), 2547-2553.
- (17) Bradshaw, P., *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **19** (1987), 53-74.
- (18) 山下新太郎, 機械の研究, **45**-12 (1993), 1280-1286.
- (19) Ölçmen, M. S. and Simpson, R. L., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **114** (1992), 487-495.
- (20) Klebanoff, P. S., *NACA Rep.*, 1247 (1955).
- (21) Lilley, D. G. and Chigier, N. A., *Int. J. Heat Mass Transf.*, **14** (1971), 573-585.