自励振動を有する2次元チャンネル内噴流の数値解析* (第2報, ニューラルネットワークの適用)

飯田 誠一^{*1}, 小河原 加久治^{*1}, 竹澤 聡^{*2}

Numerical Simulation for Jets Exhausting into a Two-Dimensional Channel with Self-Induced Oscillation (2nd Report, Application of Neural Network)

Sei-ichi IIDA, Kakuji OGAWARA and Satoshi TAKEZAWA

An application of a neural network to jets with self-induced oscillation exhausting into a two-dimensional channel is presented. No established method nor suitable parameter to control flip-flop jets is known. One new approach for neural networks is a recurrent network. We find that if the flip-flop is periodic, the recurrent network can be useful to reproduce the original periodic orbit obtained by the time delay method. Another application of the recurrent network employed the flow pattern from velocity fields of the neural network. In this case, the results depend on the number of reference points and on the number of teaching patterns in computed fields given. A promising result is obtained for the control of flip-flop jets using a recurrent network.

Key Words: Flip-Flop Jet, Numerical Analysis, Nonlinearity, Chaos, Neural Network

1. 緒言

筆者らは前報⁽¹⁾で急拡大部を有する2次元チャンネル内噴流の諸特性のひとつとして、吹き出し直後のステップ下流に生じる剥離再循環領域が関与する噴流のフリップフロップ現象に着目しその挙動をカオス的解釈にそって考察した。その際、臨界レイノルズ数 Rec が存在し、これを境として解の挙動がリミットサイクルからストレンジアトラクターへ変化する過程をウェーブレット解析などにより定性的に示した。

さて、近年、流れ場内の摩擦抵抗低減を目的とした Choi ら⁽²⁾の乱流境界層内の抑制領域の探索や、飯田ら⁽³⁾のエネルギーコスト低減を目的として熱対流セルパターン出現率を高める報告などの、能動的制御の研究が盛んになっている。これらの試みから、センシングによって得られる情報を制御媒体へ入力するためのアルゴリズムの確立の重要性が示されたが、性質の異なる流れ場への適用は見られない。また、飯田ら⁽⁴⁾は熱対流モデルであるローレンツアトラクターの力学系の学習

結果を用いて、時間的なフィードバック機構をもつリカレントネットの方程式系により、システムの再現を行って今後の検討課題を示唆しているが、噴流などの実的な流れに潜む非周期性を推定するためにニューラル・ネットワーク（以下、 NN と呼ぶ）を適用した研究例はない。

仮りに流れ場の状態を推定してレイノルズ数を増減させ、必要な時期に必要な期間フリップフロップの自励発振を予測し制御できれば、混合促進、エネルギー伝達、冷却などの効率化の観点から極めて有意義であると考えられる。また、比例制御などの古典的手法では制御が困難な非周期的現象に対して、 NN の導入によりこの弱点を補強できるならば最適制御への選択に本研究が果たす役割は大きい。また、そのための流れ場のモデル化は制御則を決定する際のモデル規範とならしめる重要課題となる。

そこで筆者らは非定常の剥離再循環領域を形成する噴流が有する変動モードを NN を用いて学習させ、流れの状態を数値的に判断させる能動的制御のための基礎的知見を得ること、ならびに噴流中の非線形挙動に対してリカレントネットによる基礎方程式のモデル化の可

* 原稿受付 1996年2月13日。

^{*1} 正員、北海道大学工学部（〒060 札幌市北区北13条西8丁目）。

^{*2} 正員、北海道大学大学院。

能性を探ることを試みた。

NNに入力する適切な物理量の決定は、経験がものをいうが、本流れ場の特徴である再付着点には零速度点が存在し、この地点の前後では流れが逆流から順流へと移行する場でもある。この、時々刻々変化する速度場を入力としてNNの出力との誤差を判断基準とした流れ場の推定がはたして適切かどうかの検討も兼ねることとした。本報告では2次元チャンネル内噴流の数値計算から得られた諸量について誤差逆伝播アルゴリズムの学習則の結果を用いて、時系列データに潜む規則性・法則性の予測について検討を行った。

2. 計算条件

本研究では2次元チャンネル内に噴出する非圧縮性粘性流体の流れを数値的にシミュレートした。計算対象には、図1に示すようにアスペクト比 ($L:H$) が6:1である2次元流路の左端中央部に、吹きだし幅 D ($D \leq H$) で放物形速度分布をもつ噴流が流入する場合を想定した。予備計算ではアスペクト比 12:1 の場合まで行い計算領域の決定について十分配慮した。

また、 H と D の比は5:1で一定とした。境界条件は、壁面で滑りなし、 $x/H = 6$ における流出境界条件は $\frac{\partial V}{\partial x} = 0$ とした。

本計算の数値解析法として差分法を用いた。渦度の輸送方程式は非定常項をルンゲ・クッタ・ギル法、対流項(非線形項)を1次精度の風上化差分、粘性項には2次精度の中心差分を用いて、解の安定化を図った。流れ関数のポアソン方程式は、2次精度の中心差分で離散化した。計算領域の分割数は x 方向 50、 y 方向 50 で等間隔の直交格子を用いた。

流れ場を代表するパラメータはレイノルズ数 $Re = \frac{H U_0}{\nu}$ であり、本研究の過程ではこれを唯一の可変パラメータとした。また、計算の時間ステップは $dt = 0.06$ で、時刻 t は代表長さ H と代表速度 U_0 を用いて無次元化してある。なお、計算は計算の0ステップで速度分布をインパルスに与えているので、 $Re = 10^3$ の場合で50ステップ(無次元時間 3.0)までは、周期変動に達していない過渡状態となっている。

3. 再付着点近傍の流れ

図2(a)(b)は $Re = 10^3$ 、無次元時刻 $t = 216.0$ および $t = 288.0$ の場合の流線図である。 $Re = 10^3$ はフリップフロップが周期的におこる条件で、図(a)では上壁面へ偏流し、下側に大きな剥離泡が認められる。図(b)では図(a)の逆の状態が認められる。変動の1周期は、無次元時間でおよそ 144.0 である。図(a)では上壁面に小規模の

再循環領域が2箇所、下壁面に噴流中心部までに及ぶ再循環領域が1箇所認められ、図(b)ではその逆に切り替わっている。

Fig.1 Flow configuration and boundary conditions

Fig.2 Streamlines of flip-flop jet ($Re = 10^3$)

Fig.3 Velocity profile near the wall

Fig.4 Velocity profile for NN input

図3は図2の上壁面(○印)と下壁面(□印)近傍での流れ方向速度 U の分布を示している。これにより上壁では零速度点が3個、下壁では零速度点が2個存在し順流から逆流へ、あるいは逆流から順流への流れの移行が確認できる。従って、この逆流および順流の速度分布の状態に基づいて、流れのパターンを評価することが可能であると推察される。

図4に $y/H = \pm 0.32$ の x 方向に観測点を変えた位置における流れ方向速度 U の下流方向への速度分布を示した。縦軸のスケールに注意して眺めると明らかに図3のときよりピーク値が正負ともに大きく成長し、速度差の絶対値が増加している。

以上のような基礎的データを背景として NN モデルの第1層への入力を図5の●印 (y 方向対称位置は略) $x/H = 0.6, 1.2, 1.8, 2.4, 3.0, 3.6, 4.2, 4.8$, $y/H = \pm 0.32$ の計16点にて与えることから始めた。この図は流れ方向速度 U の空間的分布を示したもので、座標の値は格子点番号である。

4. 教師信号の定義と学習誤差

教師信号の定義は次の通りとする。

上壁へ偏流する状態 : 1

下壁へ偏流する状態 : 0

このパターン数2を基本とするのでパターン数3の場合はその中間値を $\frac{1}{2}$ として与えることになる。このパターン数を3, 5, 9, 25と変化させて NN の学習における誤差の減少傾向を検討した。

図6は横軸に学習回数、縦軸に教師信号との学習における誤差を定義して、誤差降下率の勾配を評価するために対数表示にてプロットしたものである。ここでは $Re = 10^3$ での計算結果を使用して、 NN の階層構造を入力層16, 中間層10, 出力層1, 学習回数5000と、全て同じ条件で動作させた。この図をみる限りにおいては、パターン数が増加すると平均的誤差は増加して NN のシステムに悪影響が及ぶような印象を受ける。ところが、それぞれの学習結果による結合係数を用いて実際に流れ場の推定を実施したところ、心配されたパターン数の増加による推定の悪化は認められなかった。図6から推察すると、どのパターン数の場合も誤差の降下率は全体として同程度の負の勾配を持っていること、とりわけ学習回数500回までに誤差が急速に減少していることなど、4通りのパターン数に共通の性質が含まれているためと考えられる。なお、ここで注意しなければならないのは、学習誤差の収束が局所最小値 (local minimum) に陥らないように工夫することである。

Fig.5 Position of NN input

Fig.6 Evaluation of learning

Fig.7 Determination of optimum parameters

by steepest descent method

そこで,局所最小値回避の確認と誤差逆伝搬(バックプロパゲーション)学習⁽⁶⁾がどのように行われているかを理解するために,図7に誤差の微係数に比例した修正量を結合係数(重み係数)に付加し,誤差の評価関数を最小化する勾配急降下の様子を示す。これは, $Re = 10^3$ の場合である。もし,最大値,最小値のみが存在するような条件($Re = 500$ における速度変動)では問題ないが, Re 数が増加すると流れの情報量は複雑な極値を持った不安定モードへと変化する。そこで,このようなモードに存在する浅い極値に学習結果が陥らないようにモーメント法⁽⁶⁾を導入して学習誤差の増加をくい止めている。さて,最適化されるネットワーク変数は,個々の入力に対して1対1対応のバイアス値と結合係数を持つが,図7は5パターンにおける学習の場合で,バイアス値,結合係数および,二乗和誤差の3次元空間プロットである。

誤差の評価関数 E は次のように定義する。

$$E = \frac{1}{2} \sum_k \delta(k)^2 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\delta(k) = \{\text{教師信号} - \text{ダイナミックユニットの出力}\} \quad (2)$$

メッシュプロットにおける誤差の最小点は曲面の凹んだ箇所に対応し,これがすなわち誤差を最小とするネットワーク値を推奨することになる。また,局所最小値に入りこまないような最小値探索の様子も図より読み取れる。

5. 周期解に対する NN の推定

研究初期の段階で,フリップフロップの判定基準として,流れ垂直速度変動 V を入力値に用いて NN の出力を調べたところ,期待した結果を得ることができなかった。そこで, V の入力から流れ方向速度変動 U に切り替えたところ,フリップフロップの挙動を評価できる出力が得られたので,以後 U を用いることとした。

図8(a)(b)(c)は,それぞれパターン数3,5および25の流れ場の推定結果である。縦軸右に NN の出力値,横軸に無次元時刻をとってある。双方ともに $Re = 10^3$ で,入力層点数が16において学習で5000回更新された結合係数を用いて,再度同じ Re での計算を実行した結果である。

なお,フリップフロップ挙動の変動と比較して見るために,図中に,流れ方向 $x/H = 1.2$, $y/H = 0$ を中心位置とした y 方向5点($y/H = 0.0, \pm 0.02, \pm 0.04$)平均(以降,参照点と称す。)で得られた y 方向速度変動を破線で示した。

これによると,パターン数が増えるにつれて, NN の出力(実線)は歪んだ正弦波に近い形状を示している。

つまり,パターン数が多くなると壁面に付着したと判断される時間が短縮され,上下壁面間の推移途中の状態も詳しく推定可能となる。これは,中間値的出力が必要な場合に適すると考えられる。

また,直接入力量に関わっていないはずの参照点において,速度変動と周波数の一致が認められ,しかも位相差のない NN の出力が得られた。なお, y 方向には不変で x 方向に速度変動との対応を同様にして調べたところ周波数応答性は常に保存されているものの,下流側にいくほど NN の出力との時間遅れが生じた。従って,この条件で NN が推定している流れ場は,参照点に示す比較的上流側での時系列信号と近似的に一致するといえる。

この傾向は $Re = 500$ 及び $Re = 10^4$ の場合でも同様であった。ただし, $Re = 10^3$ 以降の参照点の速度変動のピーク付近に存在する微小な極小値,極大値を捕捉するまでにはいたらなかった。このことは入力層が複数だと NN が全てのパターンを平均化した結合係数を構成しようとするため,と考えられる。

図9(a)(b)(c)は,図8の結果から推察して, NN の推定位置が参照点近傍であるため,流れ方向位置 $x/H = 3.0$ 以降の入力をやめ,半減した入力層8($y/H = \pm 0.32$, $x/H = 0.6, 1.2, 1.8, 2.4$)で推定を行った結果である。参照点は同じである。まず,パターン数3の図(a)では参照点の周波数には対応しているが位相にずれが生じ,出力傾向も他とは異なっている。また,特筆すべきはパターン数5の図(b)において,図(a)に見られた位相のずれは消え,さらには NN の出力0と1の区間の勾配が急峻になり,出力ピーク付近が平滑化されて,2値化に近い推定結果となっていることである。しかし,その傾向はパターン数が増えていくと再び,中間値を推定できる出力に戻っている。

以上から,学習の高速化や,流れ場の判定の2値化を目指すならば,教師信号のパターン数を減らすこと,流れ場の推定に影響のない入力層を除去すること,などの方策をとればよいことが示された。しかし,単純的に両者を減らすことは推定がおもわしくない結果を招く場合もあるので注意を要する。

6. 非周期解の推定

本研究の目的のひとつは,リミットサイクルの学習結果を用いてカオス的な非周期解の推定を実現することである。

ここでは,これまで得られた知見より,推定の信頼できる入力層数を16として,パターン数3と25の場合を調べた。図10(a)(b)は $Re = 10^3$ の学習結果で非周期解の $Re = 10^4$ の流れ場の推定を行った場合で,それぞれパ

(a)

(a)

(b)

(b)

(c)

(c)

Fig.8 Estimation of periodic state by NN (16inputs)

Fig.9 Estimation of periodic state by NN (8inputs)

(a)

(b)

Fig.10 Estimation of non-periodic state by NN

ターン数3と25に相当する。図中、縦軸右にNNの出力(実線)と変動の最大値で正規化した参照点における時系列信号(破線)の値、縦軸左に対数でNN時系列信号との出力誤差(一点鎖線)をとって示している。それぞれのパターン数に対するNNの出力平均値と誤差平均値は表1に示す。

Table 1 Mean values of output & error for NN

Pattern numbers	NN output	Error
3	0.417	7.5×10^{-2}
25	0.399	1.2×10^{-1}

なお、正規化した時系列信号の平均値は0.451である。

参照点の変動からもわかるように、 $Re = 10^4$ は非周期的で変動のピーク値も一定ではない。しかし、図からNNは変動の強さのみならず時間方向の不確実性にも十分に追随しており、未知量であっても既に構築したNNのシステムを使つての認識作業がほぼ可能であることが示された。なお、図の(a)(b)を比較すると

- 無次元時刻430.0付近に突然現れた入力信号の最大ピーク値の70%程度のものに対してパターン数3の場合ではNNの出力が25%ほど大きめに推定されているが、パターン数25ではほぼ適正な推定が行われている。
- 図(a)(b)ともに出力1側では最大値がカットオフされているが、逆に、出力0側では図(b)において参照点に見られる微小な変動を出力しようとする傾向が伺える。

などが、観察される。

このように極端に流れ場の状況が異なる範囲であれば、代表的な学習結果を用いて未知の変動を推定し、数値的評価が可能であるが教師信号パターン数とNNの構成などの条件によって推定結果が混沌となる場合もあり、事前の十分な調査が必要である。

7. リカレント・ネットによる力学系の同定

これまでは流れ場の状態推定の結果について述べてきたが、誤差逆伝搬学習則を使ってNNに時間的なフィードバックを取り込むことにより、時間 t について離散化された力学系モデルとみなすことができる。ここでの目的は、リカレントネットが時間発展の方程式を持つため、結合係数の初期値パラメータに対して得られる解が元の信号をどの様に再現できる系であるかを調べることにある。リカレントネットの定義式は次のようになる。

$$\frac{dO_D}{dt} = W_a \cdot O_s \quad (3)$$

$$O_s = G(I_s) \quad (4)$$

$$I_s = W_b \cdot O_D + \Theta \quad (5)$$

O_D : ダイナミックユニットの出力

I_s : シグモイドユニットの入力

O_s : シグモイドユニットの出力

W_a : シグモイドユニットからダイナミックユニットへの結合係数

W_b : ダイナミックユニットからシグモイドユニットへの結合係数

Θ : シグモイドユニットのオフセット値

G : シグモイド関数

ここで、 G 以外はマトリクス表示である。

今回は前報⁽¹⁾で報告したカオス的解釈の一つの手法の「軌道の再構成」で得られるアトラクターに対して適用した。ダイナミックユニットの数は、軌道の再構成の次元に一致することが可能なのでその出力は直ちにネットワークの出力となる。そこで、本計算結果に対して埋め込み理論より3次元の時間遅れ構成をとり、学習用入力データとして提供した。システムは他の研究例⁽⁷⁾を参考にして図11に示すような、入力層3、中間層30、ダイナミックユニット層3に構成した。

Fig.11 Recurrent network (sigmoid unit number= 30)

7.1. 周期解の場合

図12(a)(b)はそれぞれ $Re = 10^3$, $x/H = 1.2$, $y/H = 0.0$ の周期解における学習用に与えた教師信号および、リカレントネットの出力結果である。教師信号のデータ点数で200個(8周期相当)を選び、収束性の向上をはかるために計算の際は5点ごとに間引かれた代表点40を与えている。なお、方程式の非定常項は1次精度の前進差分で解き、時間刻み $t = 0.005$ とした。リカレントネットに与える初期値は過渡領域を終えたアトラクター上の

Fig.12 Dynamical system estimated by recurrent network (periodic case)

Fig.13 Dynamical system estimated by recurrent network (chaotic case)

(a), (b), (c) : Original data at learning process

(a'), (b'), (c') : Output of recurrent network

任意の3次元の点である。結果としては、リカレントネットによる周期解の推定はほぼ忠実に実行されていると言える。リカレントネットの出力についてポアンカレ断面をとって見ても、1周期ごとに通過する断面上の点がほぼ不動点であることも確認されている。よって周期解に対するリカレントネットは、単純な力学系モデルとして構築できたといえる。

7.2. カオス解の場合

カオス解と考えられる非周期解について同じ手法を用いて推定を試みた。なお、カオス解であるとの判定は、前報⁽¹⁾述べた手法で正のリアプノフ指数が存在することを確認して行った。

図13(a)(b)はそれぞれ $Re = 10^5$, $x/H = 1.2$, $y/H = 0.0$ と $y/H = 0.2$ の位置における時系列データより抽出した教師信号である。これらの図は数値的には異なるがトポロジー的には非常によく似ている。

図13(a')(b')が図13(a)(b)に対応したリカレントネットの出力で4000ステップ計算させたものであるが、描かれたトラジェクトリーは教師信号をよく近似していることがわかる。ただし、図(a')からは図(a)の教師信号よりも平均化された軌道の推定結果が得られている。このときの教師信号のポアンカレ断面 $X[t+2\tau] = 0.5$ において、正のリアプノフ指数 0.339 が計算されており、カオス状態であることが証明されている。

一方、図(b')ではカオス性のある図(b)の教師信号のトラジェクトリーの形をほぼ再現した良好な推定をしている。いずれにしても $Re = 10^5$ の場合はトラジェクトリーの形状が本条件のリカレントネットに対して比較的推定しやすいものであるといえる。

次に、図13(c)(c')に、 Re 数を上げて $Re = 10^6$ としたときの教師信号とリカレントネットの推定結果を示した。ここで得られたアトラクターはこれまでにない軌道が交差する形状をとっているため、推定に困難さが生じると推察される。そこで、学習回数を40万回としたが運用結果は図に示すとおり教師信号とは部分的にかけ離れたものとなった。しかし、時空間の短期的な予測可能性を示すことはできた。

非周期軌道や周期の不明な軌道を学習する場合は、誤差を評価する区間を区切り誤差が大きくなれば再度その地点で学習し直す手法があるが、今回は修正を施していないため、このことも影響していることが推察される。また、アトラクターの形状および軌道に分布する教師データの不均一性に依存するなどの理由も考えられるが定量的なことは今後の検討課題である。

8. 結 言

まず、2次元流路内に噴出される非圧縮性粘性噴流の自励振動現象に対してニューラルネットワークによる学習を行ってレイノルズ数が 10^4 以下の数値解析の結果に対する状態の推定を数値化できることを示した。この部分の結果を要約すれば次のようになる。

1. 教師信号パターン数、入力層数などのニューラルネットワークアーキテクチャの決定が重要で、これらの組み合わせに依存してネットワークの出力が2値化的スタイルまたは、中間値が存在するスタイルに変わる。
2. 学習誤差を対数表示した際、負の勾配をもつ学習曲線を追って構築された結合係数は教師信号をよく近似する。
3. 変動する速度場を入力情報とした場合、ニューラルネットワークの条件が整えば周期解の学習結果で非周期解の推定が可能である。

次にリカレントネットによって噴流のフリップフロップの挙動に見られる周期性と非周期性の推定を行い力学系モデルの同定を試み、以下の結果を得た。

1. 周期解に対してのモデル化は成功を見た。
2. 非周期解に対してのモデル化はトラジェクトリーの形状によって成功する場合と困難な場合とあるが、後者でも短期的な予測の可能性を示すことができた。しかし、推定期間や推定箇所などは今後の研究課題である。

参考文献

- (1) 飯田・ほか2名, 機論, 62-600, B(1996), 3029-3035.
- (2) Choi・ほか2名, *J. Fluid. Mech.*, 262, (1994), 75-110.
- (3) 飯田・ほか3名, 機論, 61-592, B(1995), 4348-4352.
- (4) 飯田・ほか2名, 道支部機論, No. 922-1, (1992), 61-63.
- (5) 上坂吉則, ニューロコンピューティングの数学的基礎, (1993), 近代科学社, 53-66.
- (6) 中野, 飯沼ほか, ニューロコンピュータ, (1989), 技術評論社, 63-65.
- (7) 合原一幸, ニューラルシステムにおけるカオス, (1993), 東京電機大学出版局, 266-270.