非圧縮性流体解析における差分スキームの保存特性*
(第3報, 数値計算による議論の検証)

森 西 洋 平*

Conservative Properties of Finite Difference Schemes
for Incompressible Flow
(3rd Report, Numerical Tests)

Youhei MORINISHI

In this report, numerical tests of the conservation properties of finite difference schemes are performed. Inviscid flow simulations in a two-dimensional periodic domain are performed using several finite difference schemes that are discussed in the first and second reports. The momentum and kinetic energy are conserved when the proper schemes in regular and staggered grid systems are used. The defect of the finite difference schemes in a collocated grid system is emphasized in the simulation. In addition, plane channel flows at $Re=180$ and 2000 are simulated using the proper fourth-order accurate finite difference scheme in a staggered grid system and the results are better than those of the second-order accurate algorithm and an existing fourth-order accurate scheme.

Key Words: Computational Fluid Dynamics, Numerical Analysis, Finite Difference Method, Incompressible Flow, Conservative Property, Large Eddy Simulation, Plane Channel Turbulence

1. 緒 言

本報では, 第1報⁽¹⁾, 第2報⁽²⁾で行ってきた非圧縮性流体解析における差分スキームの保存特性に関する議論を数値計算により検証する。最初の数値計算対象は二次元の周期的非粘性流である。この流れ場では, 運動量の総量と運動エネルギーの総量は時間的に保存されなければならない。この性質を利用し, これまでに論じてきたレギュラ, スタガードおよびコロケート格子系の差分スキームの運動エネルギーの保存特性を厳密に検証する。2番めの数値計算対象は平板チャネル乱流のLES(large eddy simulation)で, 第2報⁽²⁾で提案したスタガード格子系での四次精度の適切な差分スキームの, LESにおける有効性を確認する。

なお, 本報中に現れるレギュラ, スタガードおよびコロケート格子系での離散式の定義は第1報⁽¹⁾と第2報⁽²⁾でなされている。

2. 周期的非粘性流の数値計算

2・1 数値計算の概要 式(1)で示される連続の

式と式(2)で示される非圧縮非粘性流体の運動方程式とを本節の数値計算の基礎式として用いる。

$$(\text{Cont.})=0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + (\text{Conv.})_i + (\text{Pres.})_i = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$v_i (i=1\sim 3)$ は速度成分である。(Cont.) は速度の発散, (Pres.)_i は運動方程式中の圧力項であり, それぞれ第1報⁽¹⁾の式(6)と式(7)で定義される。(Conv.)_i は対流項の総称であり, 第1報⁽¹⁾の式(9)~(12)で定義される四つの型となり得る。流れ場は二次元の周期的流れ場である。この流れ場では, 周期領域内の運動量の総量 $\langle v_i \rangle$ と運動エネルギーの総量 $\langle K \rangle \equiv \langle v_1^2 + v_2^2 \rangle / 2$ は時間的に保存されなければならない。この性質を利用して各差分スキームの運動エネルギーの保存特性を検証する。また, 非粘性流体で検証を行うのは, 非粘性流体に対する差分スキームの保存特性を調べるのみならず, 高レイノルズ数の極限での差分スキームの数値安定性を明確にするためでもある。

式(1), (2)中の(Cont.), (Conv.)_i, (Pres.)_iには格子系に応じた差分スキームが代入される。周期的計算領域は $2\pi \times 2\pi$ で, この領域に 16×16 の差分格子を用いる。各計算例の初期速度場は同一の流れ関数より構成される。この流れ関数は圧力の定義点上に離散

* 原稿受付 1996年2月8日。

*1 正員, 名古屋工業大学工学部(〒466 名古屋市昭和区御器町)。

的に配置される一様乱数である。この流れ関数より初期速度場を作る過程には離散フーリエ変換が利用されている。格子系と差分の精度に応じた修正波数を用いて離散的に連続の式を満足する速度場を得た後、その速度場は $\langle v_1 \rangle = \langle v_2 \rangle = 0$ および $\langle K \rangle = 1.0$ となるように正規化され、計算の初期速度場として用いられる。

本研究ではこれまで空間的な離散化のみに注目して議論を展開してきたが、運動量と運動エネルギーとを離散的に完全に保存させるためには、時間的な離散化手法にも注意が必要である⁽³⁾。運動量と運動エネルギーを保存する時間進行法はリープフロッグ法系統の手法であるが、残念ながらこの系統の時間進行法は時間的な振動を許してしまう。そこで、ここでは時間的に高次精度の手法を導入し、時間進行法から生じる保存形からの誤差を極力小さく抑える方向で検討を行う。時間進行法には三次精度のルンゲ・クッタ法⁽⁴⁾によるフラクショナルステップ法を採用する。レギュラおよびスタガード格子系に対する時間進行法は以下のものである。

$$(\text{Cont.})^k = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{v_i^k - v_i^{k-1}}{Dt} = -2\beta_k (\text{Pres.})^k$$

$$-\gamma_k (\text{Conv.})^{k-1} - \zeta_k (\text{Conv.})^{k-2} \quad \dots\dots\dots (4)$$

上式中の定数は次式のとおりである。

$$\beta_1 = 4/15, \beta_2 = 1/15, \beta_3 = 1/6$$

$$\gamma_1 = 8/15, \gamma_2 = 5/12, \gamma_3 = 3/4$$

$$\zeta_1 = 0, \zeta_2 = -17/60, \zeta_3 = -5/12$$

上付き添字 k は各時間ステップ内での段数であり、 $k = 1, 2, 3$ の値を取る。 $k=1$ 段において $v_i^{k-1} = v_i^n$ 、 $k=3$ 段において $v_i^k = v_i^{n+1}$ である。 n は通常の時間ステップである。上式に対応する圧力のポアソン方程式は高速フーリエ変換を用いて各段ごとに解かれる。コロケート格子系の時間進行法では、第2報⁽²⁾の式(38)あるいは第2報⁽²⁾の式(49)に対応する式が三次精度ルン

ゲ・クッタ法の各段に加わる。

2・2 結果と考察 図1に、スタガード格子系の適切な二次精度差分スキーム [(Div.-S2), (Pres.-S2) & (Cont.-S2)] による、時間刻み幅 Dt に対する運動エネルギーの総量の誤差の依存性を示している。図1より三次精度のルンゲ・クッタ法は今回の計算例に対して運動エネルギーの輸送方程式に弱い散逸を与えることがわかる。しかしその散逸は時間刻み幅の三乗に比例して急速に減少する。図1では $Dt = 0.01$ による計算結果と $Dt = 0.001$ による計算結果とは区別し難い。レギュラ格子系とスタガード格子系での他の適切な差分スキームにおいても同様の結果が確認された。以降で示すレギュラ格子系およびスタガード格子系の差分スキームの計算結果には $Dt = 0.001$ が用いられている。

図2に、レギュラおよびスタガード格子系の二次および四次精度の適切な発散型の差分スキームによる計算結果を示す。図2より、四次精度よりも二次精度の結果が、またスタガード格子系よりもレギュラ格子系の結果が運動エネルギーの総量の誤差は少ない。しかし、その誤差は時間進行法から生じるものであり、ま

Fig.2 The error of total kinetic energy by proper divergence forms in regular and staggered grid systems

Fig.1 The error of total kinetic energy by proper second order accurate scheme in a staggered grid system

Fig.3 The error of total kinetic energy by finite difference schemes in a regular grid system

た値自体が非常に小さい [$O(10^{-8})$] ので、図2中のいずれの差分スキームも運動エネルギーの保存特性に関して満足なものであるといえる。なお、すべての数値計算は倍精度で行われている。

図3に、レギュラ格子系の二次精度の直感的な対流項差分スキームによる計算結果を示す。これらの対流項差分スキームのうち、(Div.-R2I)と(Adv.-R2I)による計算はすぐに発散してしまう。これに対して、混合型(Skew.-R2)の計算結果は時間進行法からの誤差を除外すれば運動エネルギーの総量が完全に保存される。回転型(Rot.-R2I)も従来から知られているとおり運動エネルギーを保存するが、第1報⁽¹⁾で示したとおり速度二乗量の保存に関し欠点をもつ。

図4にスタガード格子系の従来形の四次精度対流項差分スキームによる計算結果を示す。A-Domis⁽⁵⁾タイプの対流項差分のうち、(Div.-S4A)と(Adv.-S4A)による計算結果は図4に見られる時間積分区間では発散には至らないものの、運動エネルギーの総量は時間的に徐々に増加する。対応する混合型(Skew.-S4A)は運動エネルギーの総量を保存しているが、第2報⁽²⁾の式(18)と第2報⁽²⁾の式(20)からわかるとおり、運動量は局所的には保存されない。梶島⁽⁶⁾による四次精度のこう配型対流項差分スキーム(Adv.-S4K)も運動エネルギーを保存していない。

以上のレギュラおよびスタガード格子系に対する差分スキームの数値計算による検討では、格子系と差分精度に応じた適切な圧力項と連続の式の離散式の組合せが用いられている。この適切な組合せの重要性が図5で説明されている。図5に見られるスタガード格子系の三つの計算例の対流項には第2報⁽²⁾で提案した四次精度の対流項差分スキームの一つである(Div.-S4)が用いられている。点線の結果は圧力項と連続の式の離散式に二次精度の差分スキームが用いられ、運

動エネルギーの輸送方程式中で対流項が保存形とならない。破線は圧力項に二次精度の差分スキーム、連続の式に四次精度の差分スキームが用いられ、圧力項が運動エネルギーの輸送方程式中で保存形とならない。実線の適切な組合せのみが運動エネルギーの総量を保存する。

図6に、コロケート格子系の空間二次精度差分スキーム[第2報⁽²⁾3・1節の差分スキーム、対流項は発散型(Dic.-C2)]による、時間刻み幅 Dt に対する運動エネルギーの総量の誤差の依存性を示している。比較のため、レギュラおよびスタガード格子系の適切な二次精度差分スキームによる、時間刻み幅 $Dt=0.1$ の結果も図6中に示してある。対流項の離散化は適切であり時間進行法が三次精度であるにもかかわらず、コロケート格子系の差分スキームによる運動エネルギーの総量の誤差は時間刻み幅 Dt に対して一乗に比例でしか減少していない。この誤差は、第2報⁽²⁾の3・2節に示されている四次精度化を行っても改善されなかった。幸い(?)にしてコロケート格子系の差分スキームによる誤差は運動エネルギーの輸送方程式中で散逸的に働き数値計算の発散に直接結びつくものではない。しかし、コロケート格子系での $Dt=0.001$ による運

Fig. 5 The error of total kinetic energy with (Div.-S4)

Fig. 4 The error of total kinetic energy by finite difference schemes in a staggered grid system

Fig. 6 The error of total kinetic energy by second order finite difference scheme in a collocated grid system

動エネルギーの総量の誤差はスタガードあるいはレギュラ格子系の適切な差分スキームの $Dt=0.1$ による誤差よりも大きい。よって、高レイノルズ数流れにおいては、コロケート格子系の導入による運動エネルギーの散逸的な誤差が、分子粘性による運動エネルギー散逸を上回る可能性が大いにある。これは、高レイノルズ数の非定常流体解析に対するコロケート格子系の差分スキームの適用は慎重に行わなければならないことを警告するものである。

計算結果は示さなかったが、計算が発散した計算例 [(Div.-R2I), (Adv.-R2I)] を除いて、運動量の総量は計算機の丸め誤差の範囲で保存されている。これは計算対象の流れ場が周期的でかつ平均せん断をもたないからである。

3. 平板チャネル乱流の LES

3・1 数値計算の概要 本研究第2報²⁾で提案したスタガード格子系の四次精度差分スキームの有効性を確認するため、平板チャネル乱流の LES を実行する。流れ場は2枚の平板(間隔 $2H$)の間の発達した乱流で、主流方向の平均圧力こう配により流量が維持される。主流方向およびスパン方向は周期的である。この流れ場のレイノルズ数 Re は壁面摩擦速度およびチャネル半幅 H をそれぞれ代表速度、代表長さとして定義される。

四次精度差分スキームの空間的離散化は、連続の式は (Cont.-S4)=0 で、運動方程式の圧力項は (Pres.-S4) で、対流項は発散型 (Div.-S4) で行われている。分子粘性項には、等間隔格子の場合に四次精度となる保存形の差分が用いられている。主流方向 x の速度成分 U の壁方向 y に関する2階微分は次式の $\delta^2 U / \delta y^2$ で近似される。

$$\frac{\delta^2 U}{\delta y^2} \Big|_j = \frac{\delta_1}{\delta_1 y} \left[\frac{\delta U}{\delta y} \Big|_j^F \right] \dots\dots\dots (5 \cdot a)$$

$$\frac{\delta U}{\delta y} \Big|_{j+1/2}^F = \frac{\partial [U^L(y)]_{j+1/2}}{\partial y} \Big|_{j+1/2} - \frac{(h_y)_j (h_y)_{j+1}}{24} \frac{\partial^3 [U^L(y)]_{j+1/2}}{\partial y^3} \Big|_{j+1/2} \dots\dots\dots (5 \cdot b)$$

$$\begin{aligned} U^L(y) \Big|_{j+1/2} &= \frac{(y-y_j)(y-y_{j+1})(y-y_{j+2})}{(y_{j-1}-y_j)(y_{j-1}-y_{j+1})(y_{j-1}-y_{j+2})} U_{j-1} \\ &+ \frac{(y-y_{j-1})(y-y_{j+1})(y-y_{j+2})}{(y_j-y_{j-1})(y_j-y_{j+1})(y_j-y_{j+2})} U_j \\ &+ \frac{(y-y_{j-1})(y-y_j)(y-y_{j+2})}{(y_{j+1}-y_{j-1})(y_{j+1}-y_j)(y_{j+1}-y_{j+2})} U_{j+1} \\ &+ \frac{(y-y_{j-1})(y-y_j)(y-y_{j+1})}{(y_{j+2}-y_{j-1})(y_{j+2}-y_j)(y_{j+2}-y_{j+1})} U_{j+2} \\ &\dots\dots\dots (5 \cdot c) \end{aligned}$$

$U^L(y)$ はラグランジュ補間である。 j は壁方向の離散点を表す。ここでは、上下壁面に最も近い圧力の定義点をそれぞれ $j=1$ および $j=N$ とする。上下壁面上はそれぞれ $1/2$ および $N+1/2$ で表現される。四次精度差分の壁面境界条件は質量と運動量を離散的に保存するように設定されている。壁面方向速度成分 V の壁面境界条件のうち、 $V_{-1/2}$ と $V_{N+3/2}$ は次式で与える⁶⁾。

$$V_{-1/2} = 2V_{1/2} - V_{3/2} \dots\dots\dots (6 \cdot a)$$

$$V_{N+3/2} = 2V_{N+1/2} - V_{N-1/2} \dots\dots\dots (6 \cdot b)$$

圧力の境界条件 P_0 と P_{N+1} は次式で与える。

$$P_0 = 2P_1 - P_2 \dots\dots\dots (7 \cdot a)$$

$$P_{N+1} = 2P_N - P_{N-1} \dots\dots\dots (7 \cdot b)$$

U_0 と U_{-1} および U_{N+1} と U_{N+2} は、次の2式の連立方程式の解より与えられる。

$$U^L(y_{j+1/2}) \Big|_{j+1/2} = U_{j+1/2}, j=0, N \dots\dots\dots (8 \cdot a)$$

$$\frac{\partial^3 [U^L(y)]_{j+1/2}}{\partial y^3} \Big|_{j+1/2} = 0, j=0, N \dots\dots\dots (8 \cdot b)$$

式(8・b)は分子粘性項の壁面方向の離散的保存性を四次精度とする条件である。等間隔格子の場合、この壁面境界条件は次式を与える。

$$U_0 = \frac{8}{3} U_{1/2} - 2U_1 + \frac{1}{3} U_2 \dots\dots\dots (9 \cdot a)$$

$$U_{-1} = 8U_{1/2} - 9U_1 + 2U_2 \dots\dots\dots (9 \cdot b)$$

$$U_{N+1} = \frac{8}{3} U_{N+1/2} - 2U_N + \frac{1}{3} U_{N-1} \dots\dots\dots (9 \cdot c)$$

$$U_{N+2} = 8U_{N+1/2} - 9U_N + 2U_{N-1} \dots\dots\dots (9 \cdot d)$$

主流方向速度成分 U の運動方程式の対流項 (Div.-S4)₁ の壁面境界条件には、上記壁面境界条件に加えて次の壁面境界条件も用いる。

$$\begin{aligned} (\bar{V}^x \bar{U}^{3y})_{-1/2} &= 27(\bar{V}^x \bar{U}^{1y})_{1/2} - (\bar{V}^x \bar{U}^{3y})_{3/2} \\ &- (\bar{V}^x \bar{U}^{3y})_{1/2} - 24V_{1/2}U_{1/2} \dots\dots\dots (10 \cdot a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\bar{V}^x \bar{U}^{3y})_{N+3/2} &= 27(\bar{V}^x \bar{U}^{1y})_{N+1/2} - (\bar{V}^x \bar{U}^{3y})_{N-1/2} \\ &- (\bar{V}^x \bar{U}^{3y})_{N+1/2} - 24V_{N+1/2}U_{N+1/2} \dots\dots\dots (10 \cdot b) \end{aligned}$$

$$\bar{V}^x \equiv \frac{9}{8} \bar{V}^{1x} - \frac{1}{8} \bar{V}^{3x}$$

スパン方向 z の速度成分 W に関する壁面境界条件は主流方向速度成分 U と同様に与える。壁方向速度成分 V の運動方程式の対流項 (Div.-S4)₂ の壁面境界条件には、式(6・a)、(6・b)に加え $V_{-3/2}$ と $V_{N+5/2}$ も与える必要がある。 $j=0$ および $j=N+1$ 点に関する連続の式より、これらは次式で与えられる。

$$\begin{aligned} V_{-3/2} &= 27V_{1/2} - 26V_{3/2} \\ &- 24(h_y)_0 \left[\frac{9}{8} \frac{\delta_1 U}{\delta_1 x} - \frac{1}{8} \frac{\delta_3 U}{\delta_3 x} \right. \\ &\left. + \frac{9}{8} \frac{\delta_1 W}{\delta_1 z} - \frac{1}{8} \frac{\delta_3 W}{\delta_3 z} \right]_0 \dots\dots\dots (11 \cdot a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{N+5/2} = & 27 V_{N+1/2} - 26 V_{N-1/2} \\
& + 24(h_y)_{N+1} \left[\frac{9}{8} \frac{\partial_1 U}{\partial_1 x} - \frac{1}{8} \frac{\partial_3 U}{\partial_3 x} \right. \\
& \left. + \frac{9}{8} \frac{\partial_1 W}{\partial_1 z} - \frac{1}{8} \frac{\partial_3 W}{\partial_3 z} \right]_{N+1} \dots\dots\dots (11 \cdot b)
\end{aligned}$$

ここで、 h_y は壁面方向の差分格子幅であり、 $(h_y)_0 = (h_y)_1, (h_y)_{N+1} = (h_y)_N$ としている。主流およびスパン方向には周期境界条件が用いられている。

比較のため、対流項のみを A-Domis⁽⁵⁾ の四次精度発散型 (Div.-S4A) とする数値計算、および標準的な二次精度差分⁽⁷⁾ [対流項は (Div.-S2)] による数値計算も実行する。

時間進行法には半陰的アルゴリズムが用いられている。粘性項のうち壁面方向の2階微分項は二次精度のクランク・ニコルソン法で、他の項はすべて三次精度のルンゲ・クッタ法⁽⁴⁾ で離散化する。ルンゲ・クッタ法の各段における連続の式と運動方程式のカップリングには、文献(8)に基づくフラクショナル・ステップ法、および時間二次精度を維持する壁面境界条件⁽⁹⁾ が用いられている。二次精度差分の圧力のポアソン方程式は、壁方向に三重対角行列解法、周期方向に高速フーリエ変換 (FFT) を用いて解かれる。四次精度差分の圧力ポアソン方程式の解法には、壁方向に七重対角行列解法、周期方向に FFT が用いられている。

SGS モデルにはダイナミック・スマゴリンスキーモデル⁽¹⁰⁾ (DSM) が採用されている。SGS 渦粘性係数の算出には最小二乗法⁽¹¹⁾ と周期方向に関する平均化操作が用いられている。その際、四次精度差分の計算

例には四次精度の補間と差分が、二次精度差分の計算例には二次精度の補間と差分が用いられている。また、テストフィルタは差分格子幅の2倍のフィルタ幅をもつトップハットフィルタで、周期方向のみに課される (面フィルタ)。一次元のテストフィルタは次のシンプソンの積分公式で近似される。

$$\hat{\phi}(x_i) = \frac{1}{6} [\phi(x_{i-1}) + 4\phi(x_i) + \phi(x_{i+1})] \dots\dots (12)$$

DSM のモデルパラメータであるフィルタ比の二乗の値には4が用いられている⁽¹²⁾。運動方程式中でのSGS 応力項の離散化には二次精度の保存形差分が用いられている。

3・2 結果と考察 レイノルズ数180の低レイノルズ数乱流の計算結果として、平均速度分布および乱流強度分布 (x, y, z 方向の変動速度をそれぞれ u', v', w') をそれぞれ図7と図8に示す。図7, 8にはDNSによるデータ⁽¹³⁾ と対数則 ($U^+ = 5.5 + 2.5 \log y^+$) も示されている。この計算例には、 $4\pi \times 2 \times 4\pi/3$ の計算領域 (それぞれ主流、壁およびスパン方向) に $32 \times 65 \times 32$ の差分格子点 (壁方向速度成分の点数、壁面上を含む) が用いられている。また、以降の計算例では壁方向速度の壁面最近傍点の壁座標が1となる不等間隔格子が壁方向に用いられている。解像度が十分でない場合のチャンネル乱流のLESにおける二次精度差分の欠点は、図7, 8に見られるとおり平均速度分布の対数則の付加定数の値が大きすぎる、主流方向乱流強度のピーク値が大きすぎる、および壁とスパン方向の乱流強度が低い値を取ることである。これらのうち、平

Fig. 7 Mean streamwise velocity of plane channel flow at $Re=180$ by LES

Fig. 8 Velocity fluctuations of plane channel flow at $Re=180$ by LES

Fig. 9 Mean streamwise velocity of plane channel flow at $Re=2000$ by LES

均速度と主流方向乱流強度については四次精度差分の使用により大きく改善される。二次精度差分においても DSM のモデルパラメータであるフィルタ比を調整することで特定のレイノルズ数での平均速度分布を改善することは可能であるが⁽¹²⁾、乱流強度分布も同時に改善することはできない。この低レイノルズ数の計算例においては、運動エネルギーを保存しない四次精度差分 (Div.-S4A) を用いても平均速度分布と乱流強度分布に特に問題は生じてない。なお、同じ条件で $64 \times 65 \times 64$ の差分格子点の高解像度の LES では、二次精度差分、四次精度差分ともに DNS データにほぼ一致する結果が得られた。

レイノルズ数 2000 の高レイノルズ数乱流の計算結果として、平均速度分布および乱流強度分布をそれぞれ図 9 と図 10 に示す。図 9, 10 にはスペクトル法による LES の結果⁽¹⁴⁾ および対数則 ($U_+ = 5.0 + 2.5 \log y_+$) も示されている。この計算例には、 $2.5\pi \times 2 \times 0.5\pi$ の計算領域に $64 \times 81 \times 80$ の差分格子点を用いられている。この条件では四次精度差分に対しても解像度が十分ではなく結果は満足なものではないが、適切な四次精度差分を用いることにより、平均速度分布、主流方向乱流強度分布に二次精度差分からの結果の改善が見られる。図 10 の乱流強度分布において、高レイノルズ数乱流の LES における運動エネルギーの保存形の差分スキームの必要性が強調される。A-Domis⁽⁵⁾ の対流項差分 (Div.-S4A) は運動エネルギーの保存形ではなく、図 4 から理解されるとおり、差分スキーム自身で非物理的な運動エネルギーの生産を引き起こし

Fig. 10 Velocity fluctuations of plane channel flow at $Re=2000$ by LES

てしまう。この生産が粘性散逸 (+SGS モデルによる散逸) を上回る高レイノルズ数の LES において、図 10 に見られるような非物理的な乱流強度分布が与えられてしまう。この兆候はレイノルズ数 650 の計算結果 (計算領域 $2\pi \times 2 \times 2\pi/3$, 差分格子点 $64 \times 65 \times 64$) でも観察された。図 9 の (Div.-S4A) による平均速度分布は非物理的な乱れの分布により偶然与えられたものである。

4. 結 論

第 1 報、第 2 報で行ってきたレギュラ、スタガードおよびコロケート格子系における差分スキームの保存特性に関する議論を、本報では数値計算により検証した。周期的非粘性流の数値実験では、適切な差分スキームは運動量と運動エネルギーを同時に保存し、これまでの議論の正当性が確認された。さらに、チャネル乱流の LES では、高レイノルズ数域における運動エネルギーの保存形の差分スキームの重要性が指摘され、本研究で提案したスタガード格子系の四次精度差分スキームの LES における有効性が確認された。

本研究は、著者が文部省在外研究員として米国 Stanford 大学の乱流研究センター (CTR) に滞在中まとめたものである。この滞在中、P. Moin 教授は著者を CTR の Research fellow として招いて下さった。T. Lund 博士、H. Kaltenbach 博士、K. Jansen 博士らには有意義な議論の場とコメントをいただいた。チャネル乱流の LES は、米国 NASA Ames 研究所の CRAY C-90 を用いて実行させていただいた。また、

名古屋工業大学機械工学科流体工学・流体機器講座のスタッフの方々には、著者の米国滞在に関し便宜を図っていただいた。本研究(第1, 第2, 第3報)に対する謝辞をここにまとめて記させていただく。

文 献

- (1) 森西洋平, 非圧縮性流体解析における差分スキームの保存特性(第1報), 機論, **62**-604, B(1996), 4090-4097.
- (2) 森西洋平, 非圧縮性流体解析における差分スキームの保存特性(第2報), 機論, **62**-604, B(1996), 4098-4105.
- (3) 森西洋平・中林功一・田畑正和, 非圧縮性流体の差分解析におけるエネルギーの保存性について, 第9回生研NSTシンポジウム講演論文集, (1994), 131-138.
- (4) Wray, A. A., NASA-Ames Research Center, Moffett Field, CA, Private Communication, (1986).
- (5) A-Domis, M., Large-Eddy Simulation of a Passive Scalar in Isotropic Turbulence, *J. Fluid Mech.*, **104** (1981), 55-79.
- (6) 梶島岳夫, 対流項の差分形式とその保存性, 機論, **60**-574, B(1994), 2058-2063.
- (7) Harlow, F. H. and Welch, J. E., Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface, *Phys. Fluids*, **8**(1965), 2182-2189.
- (8) Dukowicz, J. K. and Dvinsky, A. S., Approximation as a High Order Splitting for the Implicit Incompressible Flow Equations, *J. Comput. Phys.*, **102**(1992), 336-347.
- (9) Van Kan, J., A Second-Order Accurate Pressure-Correction Scheme for Viscous Incompressible Flow, *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, **7**-3(1986), 870-891.
- (10) Germano, M., Piomelli, U., Moin, P. and Cabot, W. H., A Dynamic Subgrid-Scale Eddy Viscosity Model, *Phys. Fluids A*, **3**(7), (1991), 1760-1765.
- (11) Lilly, D. K., A Proposed Modification of the Germano Subgrid Scale Closure Method, *Phys. Fluids A*, **4**-3, (1992), 633-635.
- (12) Cabot, W. H., Large Eddy Simulations of Passive and Buoyant Scalars with Dynamic Subgrid-Scale Models, *CTR Annual Res. Briefs 1991*, Center for Turbulence Research, Stanford Univ./NASA Ames Research Center, (1991), 191-205.
- (13) Kim, J., Moin, P. and Moser, M. M., Turbulence Statistics in Fully Developed Channel Flow at Low Reynolds Number, *J. Fluid Mech.*, **192**(1987), 365-391.
- (14) Piomelli, U., High Reynolds Number Calculations Using the Dynamic Subgrid-Scale Stress Model, *Phys. Fluids A*, **5**-6, (1993), 1484-1490.