圧縮性一様せん断乱流の直接計算手法*

藤原 仁 志^{*1}, 松尾 裕 一^{*2}, 荒川 忠 一^{*3}Direct Simulation of Compressible Homogeneous Sheared Turbulence :
A Numerical Procedure

Hitoshi FUJIWARA, Yuichi MATSUO and Chuichi ARAKAWA

A numerical procedure was derived to perform direct simulations of compressible homogeneous sheared turbulence. In this type of direct simulations, the pseudo-spectral method has often been used with the grid-remeshing procedure. However, this approach causes critical interpolation errors of the aliasing type. In this study, therefore, the grid was fixed and the finite-difference scheme was used in the shear-normal direction. As a result, precise data for compressible homogeneous sheared turbulence were obtained which are useful in analyzing the effect of compressibility on turbulence.

Key Words: Fluid Dynamics, Compressible Flow, Turbulent Flow, DNS, Turbulent Kinetic Energy, Dilatation Dissipation, Solenoidal Dissipation, Pressure-Dilatation Correlation

1. 緒 言

平均速度が音速と同じオーダーになる高速流では、乱れ速度もまた音速と同じオーダーとなる可能性がある。このような流れの計算では、乱流における圧縮性の影響、つまり密度の変動や乱れ速度の発散($\nabla \cdot \mathbf{u}'$)が0でないことによる影響を原則として考慮する必要がある。しかし、現在では圧縮性流れの計算にも非圧縮性を仮定した乱流モデルをそのまま用いることが多く、それなりの成果をあげている。一方、非常に圧縮性の影響の強い超音速混合層の数値計算では、非圧縮性を仮定した乱流モデルを用いても実験値と一致する結果が得られない。このため、圧縮性を考慮した乱流モデルを構築する試みが活発に行なわれている(1, 2, 3, 4)。また、それを組み込んで計算を行なおうとする試みも多数なされている(5, 6, 7)。近年では各種の圧縮性乱流の直接計算(DNS)もよく行なわれるが、その中で最も圧縮性の影響が顕著に現れるのが一様せん断乱流のDNSで、その結果は乱流モデルに圧縮性を組み込むための基本データとして頻繁に利用される(8, 9)。一様せん断乱流のDNSでは、移動座標(Lagrange座標)上でスペクトル法を用いるという

手法⁽¹¹⁾がよく用いられ、非圧縮性の計算⁽¹⁰⁾で一定の成果をあげている。しかし、この種の計算では、計算途中で定期的に行なわれる格子のremeshのもたらす誤差が必ず問題になる。Remeshの際に発生する高波数部でのalias誤差はかなり大きく、またalias誤差を完全に除去する手法がないこと、誤差の程度が流れによって異なるためその正確な評価が難しいなどの問題はDNSとしての計算の信頼性に関わる重要課題として残されている。これに対し、Gerritsen⁽¹²⁾は差分法による固定座標(Euler座標)上での定式化を行ない、全方向に2次の中心差分を用いて計算することによりRemeshを回避している。本研究では、スペクトル法の精度の良さを利用しつつ、一部に高次精度差分を用いてRemeshを回避するという計算法を用いて圧縮性の一様せん断乱流の計算を行なった。計算法について以下に解説する。

2. 基礎方程式

圧縮性を考慮した等方性ニュートン流体の基礎方程式は次の通りである。ただし、動粘度・熱拡散係数は温度によらず一定とし、体積粘性(bulk viscosity)は0とす

* 原稿受付 1996年3月14日。

^{*1} 学生員、東京大学大学院 (〒113 東京都文京区本郷7-3-1)。^{*2} 航空宇宙技術研究所 (〒182 調布市深大寺東町7-44-1)。^{*3} 正員、東京大学工学部。

る。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j)}{\partial x_j} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j u_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial S_{ij}}{\partial x_j}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + u_a \frac{\partial p}{\partial x_a} + \gamma p \frac{\partial u_a}{\partial x_a} = (\gamma - 1) \left(\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x_a \partial x_a} + S_{jk} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right), \quad (3)$$

$$S_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_a}{\partial x_a} \delta_{ij} \right), \quad (4)$$

$$p = \rho RT, \quad (5)$$

$$R = \frac{C_p}{C_v} - 1, \quad (6)$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}. \quad (7)$$

これを以下のように無次元化する。

速度 u_r : 初期条件の平均音速

長さ l_r : 計算領域の一边の長さ / 2π

密度 ρ_r : 初期条件の平均密度

粘度 μ_r : 定数

圧力 p_r : $\rho_r a_r^2$

温度 T_r : $a_r^2 / \gamma R$

熱伝導率 λ_r : 定数

比熱比 γ : 定数 (= 1.4)

無次元化された基礎方程式は

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j)}{\partial x_j} = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j u_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial S_{ij}}{\partial x_j}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + u_a \frac{\partial p}{\partial x_a} + \gamma p \frac{\partial u_a}{\partial x_a} = \frac{1}{Re Pr} \frac{\partial^2 T}{\partial x_a \partial x_a} + (\gamma - 1) S_{jk} \frac{\partial u_k}{\partial x_j}, \quad (10)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_a}{\partial x_a} \delta_{ij} \right), \quad (11)$$

$$p = \frac{1}{\gamma} \rho T, \quad (12)$$

$$Re = \frac{\rho_r a_r l_r}{\mu_r}, \quad (13)$$

$$Pr = \frac{C_p \mu_r}{\lambda_r}. \quad (14)$$

となる。

3. 一様せん断乱流

一様せん断乱流については、従来から移動座標上でスペクトル法を用いるという手法が有力であるが、Remeshの際に発生する alias 誤差の問題があることは説明した。これに対し、一部に差分法による定式化を導入することにより Remesh を回避することが出来る⁽¹²⁾。以下に、移動座標上でスペクトル法を用いた場合の定式化と Remesh による alias 誤差の発生について説明し、その後、本研究で用いた手法について説明する。座標系については図1のように設定する。せん断強さを $S \equiv dU/dx_2$ とすると平均速度ベクトルは

$$\bar{\mathbf{u}} = (Sx_2, 0, 0), \quad (15)$$

Fig. 1 Coordinate system

であるから、速度ベクトルをレイノルズ分解すると

$$\begin{cases} u_1 = Sx_2 + u'_1, \\ u_2 = u'_2, \\ u_3 = u'_3, \end{cases} \quad (16)$$

となる。ここで無次元化された基礎方程式系を

(u'_1, u'_2, u'_3, p, p) を変数として書き直すと

$$\rho_{,t} + Sx_2 \rho_{,1} + (\rho u'_j)_{,j} = 0, \quad (17)$$

$$(\rho u'_i)_{,t} + Sx_2 (\rho u'_i)_{,1} + (\rho u'_j u'_i)_{,j} = -\rho S u'_2 \delta_{i1} - p_{,i} + \frac{1}{Re} \left\{ u'_{i,aa} + \frac{1}{3} (u'_{a,a})_{,i} \right\}, \quad (18)$$

$$p_{,t} + Sx_2 p_{,1} + u'_{a,p} = -\gamma p u'_{a,a} + \frac{\gamma(p/\rho)_{,aa}}{Re Pr} + \frac{(\gamma-1)\Phi}{Re}, \quad (19)$$

$$\Phi \equiv u'_{a,b} (u'_{a,b} + u'_{b,a}) + 2S(u'_{1,2} + u'_{2,1}) + S^2 - \frac{2}{3} u'_{a,a} u'_{b,b}. \quad (20)$$

3・1 スペクトル法による計算方法 前節の一様せん断流の基礎式において x_2 を含む項はスペクトル法では扱いができないため、次のような座標変換を行なう。

$$\begin{cases} t^* = t, \\ x_1^* = x_1 - Sx_2 t, \\ x_2^* = x_2, \\ x_3^* = x_3. \end{cases} \quad (21)$$

この座標系は平均流と共に変化する Lagrange 的な座標と言える(図2参照)。この変換を用いると、基礎方程式

Fig. 2 Lagrange coordinate system

をスペクトル法が適用可能な形にかける。ところで、図2に示した通りこの座標系は平均流と共に変化するため、次第に格子が歪んでしまい直交性が非常に悪くなる。さらに、そのまま放置し続けると最後には計算不能になる。これを回避するため、45度格子が歪んだ時点で座標変換を行ない格子を元に戻すという操作を行なう(図3参照)。

Fig. 3 Remeshing procedure

この操作は式の上では次のようになる。座標系 (x_1, x_2, x_3) を (x'_1, x'_2, x'_3) に remesh するとすれば

$$\begin{cases} x'_1 = x_1 + x_2, \\ x'_2 = x_2, \\ x'_3 = x_3, \end{cases} \quad (22)$$

という関係がある。ここで、Remesh の操作が一般の物理値 $\phi(x_1, x_2, x_3)$ に与える影響について考える。

$$\phi = \sum_{\mathbf{k}} \hat{\phi}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, x_3) \exp[i(\mathbf{k}_1 x_1 + \mathbf{k}_2 x_2)], \quad (23)$$

とおいて座標変換をすると、

$$\phi = \sum_{\mathbf{k}} \hat{\phi}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, x_3) \exp[i(\mathbf{k}_1 x'_1 + (\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1) x'_2)], \quad (24)$$

となる。ここで、

$$\begin{cases} k'_1 = k_1, \\ k'_2 = k_2 - k_1, \end{cases} \quad (25)$$

とおけば、

$$\phi = \sum_{\mathbf{k}'} \hat{\phi}(\mathbf{k}'_1, \mathbf{k}'_2, x_3) \exp[i(\mathbf{k}'_1 x'_1 + \mathbf{k}'_2 x'_2)]. \quad (26)$$

Remesh した後のスペクトルを $\hat{\phi}_R$ とおけば

$$\phi = \sum_{\mathbf{k}'} \hat{\phi}_R(\mathbf{k}'_1, \mathbf{k}'_2, x_3) \exp[i(\mathbf{k}'_1 x'_1 + \mathbf{k}'_2 x'_2)], \quad (27)$$

となるはずなので、Remesh する前のスペクトルと Remesh した後のスペクトルには

$$\hat{\phi}_R(\mathbf{k}'_1, \mathbf{k}'_2, x_3) = \hat{\phi}(\mathbf{k}'_1, \mathbf{k}'_1 + \mathbf{k}'_2, x_3), \quad (28)$$

の関係がある。ところで波数 k'_1 や k'_2 には当然範囲があるので、 $\hat{\phi}$ から $\hat{\phi}_R$ を求めようとすると、高波数のほうで $\hat{\phi}_R$ に対応する $\hat{\phi}$ の値がないということが起こる。また、逆に $\hat{\phi}$ のうち Remesh 後に $\hat{\phi}_R$ に値が残らず消えてしまう部分が生じることになる。これを図解すると図

Fig. 4 Aliasing error

4のようになる。図4のAからFの部分は対応関係があるが、およそ全体の4分の1にあたる斜線部でデータが失われることになる。斜線部が高波数部に限られていることから、主に散逸率などの微分量の評価に著しい影響が出ることが予想され、輸送方程式の評価などには向かないと思われる。ここで、データが失われないためにはAからFの範囲で限定して計算できるように(斜線部のデータがほとんど0になるよう)十分に格子を細かくする必要があるが、このことは計算量を二乗のオーダーで増やすことになり不経済である。言いかえれば、限られた時間で計算できる乱流のレイノルズ数が相対的に小さくなることを意味する。

3・2 差分法による計算方法 前節で示した通り、スペクトル法のみを用いた計算には問題が多い。このため本研究では x_2 方向だけに差分法を用い、その他の方向にはスペクトル法を用いることにより、スペクトル法の精度を保ちながら remesh をしない計算法を採用した。まず、式(17)～(20)を次のように分解する。第1段目の積分は

$$\rho_{,t} = -(\rho u'_i)_{,i}, \quad (29)$$

$$(\rho u'_i)_{,t} = -(\rho u'_i u'_j)_{,j} - \rho S x'_2 \delta_{i1} - p_{,i} + \frac{1}{Re} \left\{ u'_{i,aa} + \frac{1}{3} (u'_{a,a})_{,i} \right\}, \quad (30)$$

$$p_{,t} = -u'_a p_{,a} - \gamma p u'_{a,a} + \frac{\gamma(p/\rho)_{,aa}}{Re P_r} + \frac{(\gamma-1)\Phi}{Re} \quad (31)$$

を行なう。第2段目は残りの部分の積分を行なう。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -S x'_2 \frac{\partial \rho}{\partial x_1}, \quad (32)$$

$$\frac{\partial(\rho u'_i)}{\partial t} = -S x'_2 \frac{\partial(\rho u'_i)}{\partial x_1}, \quad (33)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -S x'_2 \frac{\partial p}{\partial x_1}. \quad (34)$$

第1段目の積分に関しては何ら問題がないので説明は省くとして、問題は第2段目である。3つの式はすべて

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -S x'_2 \frac{\partial \phi}{\partial x_1}, \quad (35)$$

という形をしているが、これは ϕ が x_1 方向に速度 $S x'_2$ で並行移動することを表しているのに過ぎない。この式の時間積分によって ϕ_i が Δt 時間後に ϕ_{i+1} になると

すると、厳密に

$$\phi_{i+1}(x_1) = \phi_i(x_1 - \Delta t S x_2), \quad (36)$$

と書けるが、 ϕ_{i+1} は ϕ_i を x_1 方向に $\Delta t S x_2$ だけ並行移動したものであることがわかる。このことは次のようにしても示せる。式(35)において、空間微分には1次の風上差分、時間積分には1次の陽解法を用いると、

$$\frac{\phi_{i+1}(x_1) - \phi_i(x_1)}{\Delta t} = -S x_2 \cdot \frac{\phi_i(x_1) - \phi_i(x_1 - S x_2 \Delta t)}{\Delta x_1}. \quad (37)$$

さらに、タイムステップをCFL条件いっぱいの

$$\frac{S x_2 \Delta t}{\Delta x_1} = 1, \quad (38)$$

となるように設定すると、式(36)の解を得る。1次の風上差分や1次の陽解法は誤差の大きい手法に見えるが、それらを用いても、線形の式でクーラン数を1にとった時のみ厳密解を与えることが知られている⁽¹⁴⁾。さて、式(36)を実際にどのように運用するかが、先に書いたように x_1, x_3 方向にはスペクトル法を用いるので、

$$\phi_i(x_1, x_2, x_3) = \sum_{\mathbf{k}} \hat{\phi}_i(\mathbf{k}_1, x_2, \mathbf{k}_3) \exp \left[2\pi i \left(\frac{\mathbf{k}_1 x_1}{L_1} + \frac{\mathbf{k}_3 x_3}{L_3} \right) \right], \quad (39)$$

と書ける (L は計算領域の長さ)。これを式(36)に代入すると、

$$\hat{\phi}_{i+1}(\mathbf{k}_1, x_2, \mathbf{k}_3) = \hat{\phi}_i(\mathbf{k}_1, x_2, \mathbf{k}_3) \exp \left(-2\pi i \mathbf{k}_1 \frac{L_2}{L_1} \Delta t S \frac{x_2}{L_2} \right), \quad (40)$$

を得る。波数空間では式(35)の積分はこの操作に相当する。

3・3 境界条件 境界条件について説明する。 x_1, x_3 方向は周期境界条件で問題ないが、 x_2 方向の境界条件はスペクトル法のみを用いる場合と違って周期境界にならない。これは今用いる座標が乱流構造と共に移動するLagrange座標でなくて、座標は静止してその上を乱流構造の方が移動するEuler座標であるからである。Euler座標における乱流構造の移動の様子を図5に示す。斜線で塗った乱流構造は最初左図のようになっ

Fig. 5 Euler coordinate system

ていて、 x_2 方向に周期境界条件を用いることができる。

しかし、時間がたつと上の方が速く流されて右図のようになるため x_2 方向に周期境界を課することができない。境界条件は、 x_2 の位置ごとに移動する距離が異なることを考慮して次のように与える。

$$\phi(x_1, x_2 + L_2, x_3) = \phi(x_1 - L_2 S t, x_2, x_3), \quad (41)$$

$$\phi(x_1, x_2 - L_2, x_3) = \phi(x_1 + L_2 S t, x_2, x_3). \quad (42)$$

式だけみるとよく分からないので、図6をもちいて解説する。まず、左側の図をみる。斜線部分が計算領域であ

Fig. 6 Boundary conditions on the Euler coordinate system

るが、 $x_2 = 0$ 付近で微分値を求めるには $x_2 = 0$ よりも下の計算領域の外側の点 ($a \sim f$) のデータが必要になる。ここで $t = 0$ の時には周期境界条件が成り立つので、左側の図のように $a \sim f$ の点のデータはそれぞれの真上の点 $a \sim f$ から持ってこれる。ところが、計算が進行してくると、右側の図のように計算領域より下側の $a \sim f$ の点に対応する計算領域内の $a \sim f$ の点の位置が自分の真上でなく移動した距離 $L_2 S t$ だけ横にそれており、その点を参照しなければならない。このようなことは、位置 x_2 によって平均流のスピードが異なるために発生する。 $L_2 S t$ は時間変化するので境界条件は毎ステップごとに変化し、 $L_2 S t = L_1$ になった時 $t = 0$ の時と同じ周期境界条件に戻る。境界条件をスペクトル空間で表示すると、

$$\hat{\phi}(k_1, x_2 + L_2, k_3) = \hat{\phi}(k_1, x_2, k_3) \exp \left(-2\pi i k_1 \frac{L_2}{L_1} S t \right), \quad (43)$$

$$\hat{\phi}(k_1, x_2 - L_2, k_3) = \hat{\phi}(k_1, x_2, k_3) \exp \left(2\pi i k_1 \frac{L_2}{L_1} S t \right), \quad (44)$$

と書ける。

3・4 空間微分 空間微分については、 x_1, x_3 方向にはスペクトル法を、 x_2 方向には6次のPáde scheme⁽¹³⁾を用いた。Páde schemeは陰的差分法の一つであり、その6次の式は次のように与えられる。まず u_i の一階微分 (first derivative) u'_i に関しては、

$$u'_{i+1} + 3u'_i + u'_{i-1} = \frac{14}{3} \cdot \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2\Delta x} + \frac{1}{3} \cdot \frac{u_{i+2} - u_{i-2}}{4\Delta x}, \quad (45)$$

二階微分 (second derivative) u''_i に関しては,

$$u''_{i+1} + \frac{11}{2}u''_i + u''_{i-1} = 6 \cdot \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{\Delta x^2} + \frac{3}{2} \cdot \frac{u_{i+2} - u_{i-2}}{4\Delta x^2}, \quad (46)$$

と与えられる。6 次の Páde scheme では u'_i や u''_i が u_i から直接求まらず、3 重対角行列を解かなければ求まらないことがわかる。また、3 重対角行列を解くことから、微分値を求める時にその左右の値だけでなく計算領域すべての点のデータを参照するというスペクトル法に似た特徴がある。ここで、6 次の Páde scheme の精度についてスペクトル法および 2 次の中心差分と比較検討する。例として、周期境界条件を満たすあるデータ $f(x)$ を仮定し次のようにおく。

$$f(x) = \sum_{k=-N/2}^{N/2} \hat{f}(k) \exp(ikx), \quad (0 \leq x \leq 2\pi). \quad (47)$$

これを

$$x_j = \frac{2\pi j}{N}, \quad (48)$$

と等間隔 ($\Delta x = 2\pi/N$) に離散化すると

$$f(x_j) = \sum_{k=-N/2}^{N/2} \hat{f}(k) \exp\left(\frac{2\pi i j k}{N}\right), \quad (49)$$

となる。スペクトル法の場合は微分の誤差が 0 で

$$\hat{f}'(k) = ik \hat{f}(k), \quad (50)$$

$$\hat{f}''(k) = -k^2 \hat{f}(k), \quad (51)$$

である。2 次の中心差分では

$$f'(x_j) = \frac{f(x_{j+1}) - f(x_{j-1}))}{2\Delta x}, \quad (52)$$

$$f''(x_j) = \frac{f(x_{j+1}) - 2f(x_j) + f(x_{j-1}))}{\Delta x^2}, \quad (53)$$

であるから

$$\hat{f}'(k) = i\hat{f}(k) \cdot \frac{N}{2\pi} \sin k', \quad (54)$$

$$\hat{f}''(k) = \hat{f}(k) \cdot \left(\frac{N}{2\pi}\right)^2 (\cos k' - 1), \quad (55)$$

となる。6 次の Páde scheme では、

$$\hat{f}'(k) = i\hat{f}(k) \frac{N}{2\pi} \frac{14 \sin k' + \frac{1}{6} \sin 2k'}{3 + 2 \cos k'}, \quad (56)$$

$$\hat{f}''(k) = \hat{f}(k) \left(\frac{N}{2\pi}\right)^2 \frac{12 \{\cos k' - 1\} + \frac{3}{4} \{\cos 2k' - 1\}}{\frac{11}{2} + 2 \cos k'} \quad (57)$$

となる ($k' \equiv 2\pi k/N$ である)。各スキームでの一階微分の比較を図 7 に示し、二階微分の比較を図 8 に示す。スペクトル法の解に近いほど良いわけだが、2 次の中心差分では高波数域で著しく精度が悪い。一方、6 次の Páde scheme では高波数域での精度がかなり改善されていることがわかる。また、打ち切り周波数の 2/3 程度までは 6 次の Páde scheme とスペクトル法がほぼ同じ精度を保つことから、微分に関して両者の精度を同じにするには 6 次の Páde scheme の格子点の数をスペクトル法で用いるモードの数の約 1.5 倍にすればよいと言える。本

Fig. 7 First derivative approximations

Fig. 8 Second derivative approximations

研究においては各方向での精度を均一に保つため、6 次の Páde scheme を用いる x_2 方向の格子点数は x_1, x_3 に適用したスペクトル法のモード数の 1.5 倍にした。

3・5 時間積分 時間積分には 3 次の Runge-Kutta 法を用いる⁽¹⁵⁾。

$$\frac{\partial y}{\partial t} = f(y), \quad (58)$$

という式をタイムステップ Δt で $y^n \rightarrow y^{n+1}$ に積分するには

$$y^i = y^n + \frac{8}{15} f(y^n) \Delta t, \quad (59)$$

$$y^{ii} = y^n + \frac{1}{4} f(y^n) \Delta t + \frac{5}{12} f(y^i) \Delta t, \quad (60)$$

$$y^{n+1} = y^n + \frac{1}{4} f(y^n) \Delta t + \frac{3}{4} f(y^{ii}) \Delta t, \quad (61)$$

とする。

3・6 計算条件 計算格子を図 9 に示す。一様せん断乱流では乱流構造が流れ方向に伸びるので、 x_1 方向には x_2, x_3 方向の倍の大きさの計算領域を取っている。格子点数は流れ方向 x_1 に 192 点、せん断方向 x_2 に 144 点、スパン方向 x_3 に 96 点とった。スペクトル法を

Fig. 9 Computation domain

用いて非線形項を計算する場合の aliasing error は 3/2-rule で除去した。初期条件では、圧力と密度の乱れは 0、初期の速度乱れは $\nabla \cdot \mathbf{u}' = 0$ を満たしている。ここでは、 $M_t (\equiv \sqrt{2k}/\bar{u}) = 0.27$, $Re_T (\equiv \sqrt{4k/\nu\epsilon}) = 220$, $S^* (\equiv S \cdot k/\epsilon) = 4.1$, という初期条件での計算の結果を示す。乱れエネルギー k 及び、レイノルズ応力の非等方テンソル $b_{ij} (\equiv \overline{u'_i u'_j} / k - \frac{2}{3} \delta_{ij})$ の変化 (図 10, 11), $St = 10$ における流れ方向速度変動 u'_i の等値線図 (図 12) を示す。圧縮性の乱流においても、流れ方向から 30 度程度傾いた細長い構造が支配的であることが確認できる。

4. 結 言

本研究では、スペクトル法の精度の良さを利用しつつ、一部に高次精度差分を用いて Remesh を回避するという計算法を開発し、圧縮性の一様せん断乱流の計算を行った。

文 献

- (1) Zeman, O., 1990, Phys. Fluids A, Vol.2, No.2, 178-188.
- (2) Yoshizawa, A., 1992, Physical Review A, vol.46, No.6, 3292-3306.
- (3) Sarkar, S., 1992, Phys. Fluids A, Vol.4, No.12, 2674-2682.
- (4) Yoshizawa, A., 1995, Phys. Fluids, Vol.7, No.12, 3105-3117.
- (5) Viegas, J.R. & Rubesin, M.W., 1990, AIAA 91-1783.
- (6) Sarkar, S. & Lakshmanan, B., 1991, AIAA J., Vol.29, No.5, 743-749.
- (7) Wilcox, D.C., 1992, AIAA J., Vol.30, No.11, 2639-2646.
- (8) Sarkar, S., G.Erlebacher, M.Y.Hussaini & H.O.Kreiss, 1991, J. Fluid Mech., vol.227, 473-493.
- (9) Blaisdell, G.A., N.N.Mansour & W.C.Reynolds, 1991, NASA TF 50.
- (10) Rogers, M. & Moin, P., 1987, J. Fluid. Mech., Vol.176, 33-66.
- (11) Rogallo, R.S., 1981, NASA TM 81315.
- (12) Gerz, T., U.Schumann & E.Elghobashi, 1989, J. Fluid Mech., Vol.200, 563-594.
- (13) Lele, S.K., 1992, J. Comp. Phys., Vol.103, 14-42.
- (14) 相曾 秀明, 1995, 私信.
- (15) Lee, S., Moin, P. & S.K.Lele, 1992, NASA TF 52.

Fig. 10 Evolutions of turbulent energy k/k_0

Fig. 11 Evolutions of the Reynolds stress anisotropy tensor

Fig. 12 Contours of the streamwise turbulent velocity on the (x_1, x_2) plane at the time $St=10$