振動場における磁性流体の界面現象*

須藤 誠一^{*1}, 大幅 元吉^{*2}
片桐 一成^{*3}, 橋本 弘之^{*4}

Interfacial Phenomena of Magnetic Fluid in Moving Container

Seiichi SUDO, Motoyoshi OHABA,
Kazunari KATAGIRI and Hiroyuki HASHIMOTO

The results of an experimental study of magnetic liquid surface responses in a container subject to magnetic field and vibrating field were presented and discussed in detail. Experiments were performed on a vibration-testing system which provided lateral and longitudinal excitation. The effect of the magnetic field gradient on liquid surface motion in an open circular cylindrical tank was noted. Data obtained for the cylindrical tank were also compared with numerical results based on the linearized theory. Nonlinear phenomena were found for the symmetric free surface mode (0, 1) in longitudinal liquid sloshing. Details of surface responses of a magnetic fluid in the cylindrical tank excited longitudinally under an applied magnetic field were revealed. Some similarities and differences between single spike oscillation and the symmetric free surface mode (0, 1) of magnetic liquid sloshing in the presence of a magnetic field were also investigated.

Key Words: Magnetic Fluid, Magnetohydrodynamics, Fluid Vibration, Liquid Sloshing, Interfacial Phenomena

1. 緒 言

磁性流体は、宇宙開発技術に関連して開発された新素材の一つであり、液体でありながら強い磁性を有するため、その特性を利用した多くの応用機器が考案され、開発されてきている⁽¹⁾。磁性流体の応用開発に際して、磁性流体の置かれるさまざまな場に対する基本的な応答を把握しておくことは重要である。

一般に、磁性流体の自由界面に対して直角方向に磁場を印加した場合、磁場の強さがあるしきい値を越えると、自由界面に多数のスパイクを伴う界面不安定性が観察される⁽²⁾。また、磁性流体の量が比較的小さい液滴である場合には単一スパイクが形成され、印加磁場の増加に伴い液滴は伸長する⁽³⁾。

他方、航空宇宙輸送機の燃料液面制御、原油貯蔵タンクの地震時の安全性などに関連して液体スロッシングの研究が精力的に行われてきた⁽⁴⁾。さらに、最近で

は、重力加速度を変化させた状態のスロッシング現象を模擬できるという理由から、磁場の作用下における磁性流体スロッシングに関する研究も活発に進められている⁽⁵⁾⁻⁽¹²⁾。

しかしながら、磁性流体界面がスパイクを呈するほどの磁場の強さと振動場を同時に受ける場合の基本的な応答に関しては今なお不明な点が多い。著者らはこれまで単一磁性流体スパイクの振動応答⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾や縦振動する円筒容器内の磁性流体の液位応答⁽¹²⁾について調べてきたが、界面に多数のスパイクを伴う場合のスロッシング現象の詳細については明らかにされていない。また、平板上の単一スパイクと容器内の多数スパイクの振動応答の関連性についても不明である。

したがって、本報は磁性流体界面にスパイクを伴う界面不安定性が発生している状態の系が水平方向および鉛直方向に正弦波的に振動を受ける場合の液体界面現象を調べたものである。特に、縦振動(鉛直方向)スロッシングにおける円筒容器内低次軸対称モードと単一スパイク振動応答とに見られる界面現象の類似性と相違について実験的究明を行った。

2. おもな記号

a : 磁性流体スパイクの高さあるいは長径

* 原稿受付 1996年2月26日。

^{*1} 正員、いわき明星大学理工学部 (〒970 いわき市中央台飯野5-5-1)。

^{*2} 正員、桐蔭学園横浜大学工学部 (〒225 横浜市緑区鉄町1614)。

^{*3} 正員、東北大学流体科学研究所 (〒980 仙台市青葉区片平2-1-1)。

^{*4} 正員、荏原総合研究所 (〒251 藤沢市本藤沢4-2-1)。

- B_0 : 磁束密度
 D : 円筒容器の直径
 f_0 : 加振振動数
 g : 重力加速度
 $\bar{g}$: 見掛けの加速度
 G_0 : 無次元加振加速度 $= \omega^2 X_0/g$
 h : 容器内の液深
 H : 磁場の強さ
 k : ボルツマン定数
 m : 粒子の磁気モーメント
 M : 磁化の強さ
 r, θ, z : 円筒座標
 R : 円筒容器の半径
 t : 時間
 T : 温度
 V_d : 磁性流体液滴の体積
 X_0 : 加振振幅
 η : 液面変位
 μ_0 : 真空の透磁率
 ρ : 密度
 φ : 位相差
 ω : 角振動数 $= 2\pi f_0$

3. 線形理論の概略

図1に示すように、水平あるいは鉛直方向に正弦波加振を受ける円筒容器の磁性流体自由界面に発生する振動について考察する。磁場が作用しない場合は通常の液体スロッシング問題であり、すでに説明されている⁽¹³⁾。水平振動磁性流体スロッシングの場合について、Abramsonの解析⁽¹³⁾に従って、基礎式および境界条件は円筒座標系において速度ポテンシャル ϕ を用いると次のようになる。

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\left[\frac{\partial \phi}{\partial z} \right]_{z=-h} = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

Fig. 1 Cylindrical container and coordinate system

$$\left[\frac{\partial \phi}{\partial r} \right]_{r=R} = X_0 \omega \cos \omega t \cdot \cos \theta \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\left[\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + \bar{g} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right]_{z=0} = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

ただし、式(4)の $\bar{g}$ はこの系の見掛けの重力であり、式(5)によって表される。

$$\bar{g} = g - \frac{\mu_0}{\rho} \bar{M} \frac{dH}{dz} \quad \dots\dots\dots (5)$$

式(5)は、磁性流体に関するベルヌーイの式⁽¹⁾から導かれ、 $\bar{M}$ は式(6)によって記述される⁽¹⁾。

$$\left. \begin{aligned} \bar{M} &= \frac{1}{H} \int_0^H M dH \\ M &= M_s \left(\coth \alpha - \frac{1}{\alpha} \right) = M_s L(\alpha) \\ \alpha &= \frac{\mu_0 m H}{k T} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

すなわち、式(5)は重力のほかに、印加磁場のこう配によって磁気体積力も系に作用することを示している。したがって、液面変動 η は、通常の液体スロッシングの式⁽¹³⁾における g が系に作用する見掛けの重力加速度 $\bar{g}$ によって置き換えられたものとなり、式(7)によって記述される。

$$\eta = \frac{X_0 \omega^2}{\bar{g}} R \cos \theta \times \left\{ \frac{r}{R} + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \left[\frac{\xi_m^2}{1 - \xi_m^2} \right] \cdot \frac{J_1 \left(\frac{\xi_m r}{R} \right)}{(\xi_m^2 - 1) J_1(\xi_m)} \right\} \sin \omega t \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで、

$$\xi_m = \frac{\omega}{\omega_m}, \quad \omega_m^2 = \frac{\bar{g} \xi_m}{R} \tanh \left(\frac{\xi_m h}{R} \right) \quad \dots\dots\dots (8)$$

また、 J_1 は第1種1階 Bessel 関数、 ξ_m は $J_1(\xi_m) = 0$ の m 番めの根である。

変位 $X_0 \cos N \omega t$ で容器を鉛直方向に加振した場合の縦振動スロッシングにおいても、通常の液体スロッシング⁽¹³⁾との違いは、式(5)の加速度が系に作用することである。したがって、大きな振幅で一般的に観察される波動が1/2分数調波であることを考慮し、正の数 N に $N=2$ を代入することによって、波動運動の発生領域に対応する安定境界は式(9)によって記述される(通常の縦振動スロッシングの式⁽¹³⁾において g を $\bar{g}$ と代替することによって得られる)。

$$\frac{1}{1+2\epsilon} \leq \sigma^2 \leq \frac{1}{1-2\epsilon} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \frac{\omega}{\omega_{mn}}, \quad \epsilon = \left(\frac{\xi_{mn}}{R} \tanh \frac{\xi_{mn} h}{R} \right) X_0 \\ \omega_{mn}^2 &= \frac{\xi_{mn} \bar{g}}{R} \tanh \frac{\xi_{mn} h}{R} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

また、 J_m は第1種 m 階 Bessel 関数であり、 ξ_{mn} は

$J'_m(\xi_{mn})=0$ の根である。

さらに、縦振動における加振加速度が比較的小さい場合、単一磁性流体スパイクの形状振動は式(11)によって記述される⁽¹⁰⁾。

$$2\xi^9 + \xi^7\{N_B - E \sin(\omega t - \varphi)\} - \xi^6 - \frac{S}{4}\xi^5 - 1 = 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで、

$$\xi^2 = a / \left(\frac{3V_d}{2\pi} \right)^{1/3} \quad \dots\dots\dots (12)$$

また、 N_B はボンド数、 E は振動ボンド数、 S は磁気ボンド数である。

4. 実験装置および方法

磁場および振動場の作用下に置かれた磁性流体の界面現象を調べる実験装置の概要を図2に示す。加振機は動電形であり、振動数および振動振幅(あるいは加速度)を任意に変えて運転できるようになっている。使用した円筒容器は高さ 107 mm、内径 40 mm、壁厚および底厚 10 mm の寸法であり、透明アクリル樹脂でできている。磁場の印加は、厚さ 10 mm で直径 70 mm の円板状永久磁石を容器底(負の磁場こう配)あるいは容器上端(正の磁場こう配)にセットすることによって行った。本磁石は著者らの前報で使ったものと全く同じである⁽¹⁰⁾。実験は振動台に据え付けられた磁性流体の入った容器-磁石系を重力の方向(鉛直方向)あるいは水平方向に加振することによって行った(加振機を水平方向に回転し、水平テーブルに接続することにより水平振動も励振できる装置となっている)。加振中における振動要素は加速度変換器とチャージ振動計によってモニタした。加振中の液面変位は CCD カメラとストロボビジョンアナライザにより解

析して求めた。また磁性流体の界面現象は高速度カメラによって記録し、フィルムモーションアナライザによっても解析した。

単一磁性流体スパイクの振動場における応答を調べる実験は著者らの前報⁽¹⁰⁾と全く同様にして行った。本実験において使用した試料磁性流体は水ベースのフェリコロイド W-35 およびケロシンベースのフェリコロイド HC-50 である。実験は常温で行い、長期間にわたったため、そのときの室温は 10~21°C の範囲であった。

5. 実験結果および考察

5.1 水平振動による液面応答

一般に液体を入れた円筒容器を水平方向に加振した場合、液体自由界面はその加振入力に対応した波動応答を示す^{(14)~(16)}。液体が磁性流体でも磁場が作用しない場合には、容器内液体の振動応答は通常液体スロッシングと全く同様である。図3は、式(7)から求められた液位応答の理論値(図中の実線)と本実験から得られた実験値(図中の丸印プロット点)の比較を示している。図中の縦軸 $\eta_{\max}$ は平均液面からの容器壁における最大液面変位を示している。図3は磁場の作用がない場合であり、一次モードに対する比較を示している。共振振動数の近傍で、非線形性による実験データの高まりが見られるが、これは通常液体スロッシングにおいても観察されている⁽¹⁵⁾。また、非線形性によって生ずる一次モードの旋回(スワリング現象)も同様に観察され、図3中にその発生振動数範囲を斜線で示している。液面応答はこの斜線範囲内でさまざまな値を示す。このような液面応答が磁場の作用によって、どのように変化するかを調べたものが図4と5である。図4は磁性流体に磁場が容器下部から作用している場合であり、その

Fig. 2 Block diagram of experimental apparatus

Fig. 3 Surface response of magnetic fluid in the cylindrical container

Fig. 4 Surface response of magnetic fluid in the cylindrical container

Fig. 5 Surface response of magnetic fluid in the cylindrical container

こう配は負となっている。また、図中に示してある磁場こう配は平均液面位置における値である。図4と3を比較することにより、負の磁場こう配はモードの共振振動数を高周波数側に移行させること、およびモードの発生振動数範囲を広げていることが明らかである。また、旋回運動の周波数範囲も拡大されていることがわかる。図5は正の磁場こう配における液位応答を示している。図3と5を比較すると、正の磁場こう配はモードの共振振動数を低周波数側に移行させること、およびモードの発生振動数範囲を縮小していることが明らかである。また、本実験条件でモードの旋回運動は観察されず、負の磁場こう配は旋回運動を抑制することも明らかとなった。図3、4および5において理論値と実験値は定性的に一致しており、式(7)は磁性流体の液位をおおむね近似していることがわかる。

5.2 縦振動による液面応答 磁性流体を部分的に満たした円筒容器に磁場を作用させ、その系を鉛直に加振した場合について、著者らは実験を行い、低次

Fig. 6 Comparison of the theoretical and experimental boundaries for the 1/2-subharmonic response of mode (1, 1)

モードについて液位応答の詳細をすでに報告した⁽¹²⁾。本報では、安定境界線図の式(9)による理論値と実験値の比較を示す。図6が最低次の非対称モード(1, 1)に関する安定境界線図を示しており、図中の点線が磁場の作用のない場合、実線が負の磁場こう配における場合であり、両者とも式(9)を数値計算することによって求めた理論値である。それに対して、図中の白丸が磁場の作用のない場合、黒丸が磁場の作用下における実験値を示している。縦振動の場合においても磁場こう配のモードの共振振動数に及ぼす効果は水平振動の場合と同様であった。また、式(9)は比較的良好に実験値と一致することも明らかである。

負の磁場こう配は式(5)から明らかのように見掛けの重力加速度を増加させる。そのため、負の磁場こう配は一般的に磁性流体の液面動揺を抑制するように作用するものと考えられるが、ある液面応答モードにおいて全く反対の効果を及ぼすことが判明した。

5.3 磁場と振動場による液柱伸長 負の磁場こう配が作用するもとの、縦振動スロッシングにおいて生ずる最低次の軸対称モード(0, 1)の波動応答が抑制されるどころか、むしろ波頭が長く伸長して、大きな振幅をもつ液面応答が観察された。図7は磁場の作用していない状態でのモード(0, 1)の挙動を高速カメラで記録し、時間経過の順番に波頭部分の運動がわかるように写真として並べたものである。図中の1コマ間の時間間隔は6.67 msである。また、加振条件は $h/D=1.145$, $f_0=14.0$ Hz, $X_0/D=0.0125$ である。全く同じ加振条件で、負の磁場こう配(容器下に磁石を設置)でのモード(0, 1)の液面応答を写真として並べ図8に示す。図7と8を比較することによって、磁場の印加の有無の差が明らかである。すなわち、磁場の

Fig. 7 Photographs of a sequence of response of magnetic fluid in the cylindrical container with non-magnetic field

Fig. 8 Photographs of a sequence of response of magnetic fluid in the cylindrical container with magnetic field ($h/D=1.145$)

Fig. 9 Framing camera record of magnetic liquid spike response

作用がない場合、波頭はまろやかな形状を示すが、磁場の作用下で、波頭は鋭角となり伸長していることが明らかである。このような、液柱伸長は単一磁性流体スパイクの縦振動においても観察されている⁽¹⁰⁾。図9は単一スパイクが縦加振のもとで時間とともに伸びたり縮んだりしていることを示す連続写真である。さらに、図10はこの液滴の挙動をフィルムモーションアナライザで解析したものであり、スパイクの形状振動と加振テーブルの振動を示している。図10において R_0 は液滴を半球と仮定したときの半径である。この図10より、スパイクの形状振動は、位相差はあるもの

Fig. 10 Relation between magnetic liquid spike and table oscillation

Fig. 11 Photographs of a sequence of response of magnetic fluid in the cylindrical container ($h/D=0.75$)

Fig. 12 Relation between the surface response of mode (0, 1) and table oscillation

の加振振動数に一致する調和応答であることが明らかである。このスパイクの伸長は、振動のモードと磁場による界面変形モードが結合したために発生する。すなわち、スパイクが少しでも伸長すると、その分だけ磁力線がスパイク中心軸方向に集中し、スパイクをますます伸長させる。円筒容器内スロッシングにおいて観察されるモード (0, 1) の波頭の液柱状伸長も同様なメカニズムによって発生するものと考えられる。図11はモード (0, 1) の波頭の伸長がさらに著しい場合を示している。図11における加振条件は $h/D=0.75$, $f_0=17.0$ Hz, $X_0/D=0.0188$ である。図11における液柱伸長形状と図9における磁性液滴の伸長形状が非常によく類似していることが、両図の比較により明ら

Fig. 13 Surface pattern of mode (0, 1) with magnetic field

かである。図 12 は図 11 の液面応答をフィルムモーションアナライザで解析した結果を示している。図 12 において白丸のデータ点は容器中心軸上で計測した液位、すなわち液柱先端部の平均液面からの距離を示している。データが連続して存在しない理由は、磁性流体が黒色であるため、透明液体と異なって、モード (0, 1) の凹状態における計測ができなかったためである。しかしながら、液面の振動は $1/2$ 分数調和応答であることが図 12 より理解できる。この点が単一スパイクの形状応答と異なっている。

5・4 磁性流体の界面パターン 磁性流体界面が、無磁場下における水平界面に対して直角方向に磁場の作用を受け磁場の強さがある値を超えたとき、ある種の波長をもつ界面不安定性が発生し、スパイク形状を示す⁽²⁾。磁性流体界面にこのようなスパイクを伴うシステムが加振を受けた場合における界面変形現象はいまだ誰によっても報告されていない。実は、これまで示した磁性流体スロッシングのデータはほとんどが、界面にスパイクを伴っているものである。液位応答データでは最大液位を実験データとしたため、スパイクの存在は無視した。例えば、モード (1, 1) は容器壁で最大値を示すため、容器壁でデータを採取し、モード (0, 1) では容器中心軸上での液位を実験値としている。また、図 8 や図 11 における写真でも、磁性流体の運動が容器壁を黒色に汚すため、界面におけるスパイクが見えなくなっている。

そこで、容器壁が黒色に汚れる以前の、比較的加振後間もない状態で写真撮影した代表的モード (0, 1) の磁性流体界面の様相を図 13 に示す。図の左写真は容器中心軸上の液位が凹状態にある場合を示している。容器中心軸付近ではスパイクが全くなく、窪みの周囲に円形状にスパイクが並んでいるのが明りょうである。また、図の右写真は容器中心軸上で波頭が液柱状に伸長している状態を示している。この場合は、波頭

の周囲に多数のスパイクが形成されていることが明りょうである。図 13 から明らかなように、このような系での磁性流体スロッシングでは、液面振動のスロッシングモードと印加磁場とが結合して、時間とともに変化するスパイクを伴う絶えず複雑な界面形状を呈している。

6. 結 言

磁性流体界面にスパイクを伴う磁性流体-磁場系が水平および鉛直方向に正弦波的に振動を受ける場合に発生する界面現象について実験的および理論的に究明した。得たる結果を要約すると次のようになる。

(1) 正の磁場こう配は液面モードの固有振動数を低周波数側に移行させ、負の磁場こう配は逆に高周波数側に移行させる。

(2) 磁場こう配は水平加振時における液面一次モードの旋回に影響を及ぼす。すなわち、正の磁場こう配は旋回を抑制する方向に作用し、負の磁場こう配は旋回の発生する振動数領域を拡大するように作用する。

(3) 縦振動スロッシングモード (0, 1) は負の磁場こう配のもとにおいてさえ、波頭部を伸長させる。また、単一磁性流体スパイクの伸縮は調和応答であるが、モード (0, 1) の振動応答は $1/2$ 分数調波を示す。

(4) 磁性流体の界面にスパイクを伴う系での磁性流体スロッシングでは、時間的に形状が変化するスパイクを伴う複雑な界面現象を呈する。

(5) 線形理論から予測される液面モードの固有振動数や安定境界線図は比較的良好に実験値を近似する。

文 献

- (1) Rosensweig, R. E., *Ferrohydrodynamics*, (1985), 1-344, Cambridge University Press.
- (2) Cowley, M. D. and Rosensweig, R. E., *J. Fluid Mech.*, **30**(1967), 671-688.
- (3) 須藤誠一・橋本弘之・片桐一成, 東北大学速研報告, **60**-486(1988), 67-84.
- (4) Abramson, H. N., *Appl. Mech. Rev.*, **16**(1963), 501-506.
- (5) 須藤誠一・橋本弘之・片桐一成・池田晃彦, 機論, **53**-495, B(1987), 3242-3246.
- (6) Sudo, S., Hashimoto, H., Ikeda, A. and Katagiri, K., *J. Magn. Magn. Mater.*, **65**(1987), 219-222.
- (7) Zelazo, R. E. and Melcher, J. R., *J. Fluid Mech.*, **39**(1969), 1-24.
- (8) 木倉宏成・澤田達男・棚橋隆彦, 機論, **57**-537, B(1991), 1629-1634.
- (9) Sawada, T., Kikura, H., Shibata, S. and Tanahashi, T., *J. Magn. Magn. Mater.*, **122**(1993), 424-427.
- (10) 須藤誠一・大幅元吉・片桐一成・橋本弘之, 機論, **58**-549, B(1992), 1434-1439.
- (11) Sudo, S., Ohaba, M., Katagiri, K. and Hashimoto, H., *J. Magn. Magn. Mater.*, **122**(1993), 248-253.

- (12) Ohaba, M. and Sudo, S., *J. Magn. Magn. Mater.*, **149** (1995), 38-41. (15) 須藤誠一・橋本弘之, 機論, **52-483, B**(1986), 3655-3659.
- (13) Abramson, H. N., *NASA, SP-106*(1966), 1 385. (16) Sudo, S., Hashimoto, H., Katagiri, K. and Shibuya, T., *JSME Int. J.*, **32-3**(1989), 354-361.
- (14) 須藤誠一・橋本弘之・谷順二・千葉正克, 機論, **51-472, B**
-