適応格子法を用いた円柱まわりの衝撃波解析*

鈴木 裕二郎^{*1}, 中 倉 康 喜^{*2}
伊 藤 明 成^{*1}, 棚 橋 隆 彦^{*3}Shock Wave Diffraction around Circular Cylinder
Using Unstructured Adaptive MeshesYujiro SUZUKI, Yasuki NAKAKURA,
Akishige ITO and Takahiko TANAHASHI

The study of flow around a circular cylinder is one of the most important problems in not only basic research but also analysis of a complexity object. No numerical simulation of shock wave diffraction around circular cylinder has been carried out thus far. Under supersonic flow in particular, the numerical result is insufficient for the lack of resolution in the complicated flow around passing through circular cylinder. Therefore, we used unstructured adaptive meshes which can automatically divide elements only in the region of large variation. In the present paper, unstructured adaptive meshes were applied to MUSCL (monotone upstream centered scheme for conservation laws). Shocked flows around circular cylinder were investigated using the scheme. The reflection process was analyzed from the numerical results. The effects of limiter function were examined.

Key Words: Compressible Flow, Computational Fluid Dynamics, Adaptive Mesh, Minmod Limiter, Circular Cylinder

1. 緒 言

圧縮性流体の数値解析は大型コンピュータの発達と共に風洞実験に変わる新しい流れの再現方法として研究が進められてきた。初期の段階では、数値計算手法の開発や風洞実験の代替としての数値シミュレーションの研究が中心であったのに対し、最近では数値シミュレーションを物理現象を理解するための道具とする試みも多い。いずれにしても数値シミュレーションの基礎となるのは、数値計算法とそれに基づいて作成された汎用性と信頼性のある計算コードである。

圧縮性流体の数値解析は、特にTVD(Total Variation Diminishing)差分法⁽¹⁾⁽²⁾と呼ばれる衝撃波捕獲法の発達により飛躍的に進歩した。TVD差分法を用いると、衝撃波のような不連続面をシャープにしかも不要な振動を生じることなくとらえることができる。しかし、問題がないわけではない。例えば、90°コーナーまわりの衝撃波回折では、計算もそれなりの工夫が必要となる。この流れは始めに急激な膨張を伴う。在来の数

値流束は衝撃波を捕らえるのに適したように工夫されており、特性線を圧縮する効果を持つsuperbee, minmod等の制限関数(limiter)を用いている。superbeeは、衝撃波捕獲に威力を持つと言われているが、90°コーナーまわりの衝撃波回折に適応すると、実験には現れない衝撃波状の構造が流れ中に発生し、明らかに非物理的な数値解を生じる。それに対して、minmod limiterはsuperbeeに比べると衝撃波捕獲という点では劣るが、多くの流れ場において安定に計算できる。汎用性を考えると、minmod limiterの導入は有効である。

信頼性については、スキームの解像度と格子の適切さに依存するが、ここでは格子の適切さを重視する。現在、一般的な最小格子幅は、Euler方程式による数値解析の場合は、代表長さの 10^{-3} 前半のオーダー、Navier-Stokes方程式の場合は、境界層内に格子十個、すなわち $0.1/\sqrt{Re}$ 程度が目安とされている。しかし、例えば2次元Euler方程式の計算で、代表長さを一辺とする正方形の計算領域を考えた場合、格子幅 10^{-3} の格子を敷き詰めると格子数は 10^6 にもなり、現在の汎用大型計算機をもってしても計算は容易ではない。そこで、実際の翼まわりや、コンプレッションコーナー等の三次元計算においては、四辺形格子を用いた場合アスペクト比が10を超えるような格子が使用されている例も多い。このような格子では、多方向に衝撃波が発生す

* 原稿受付 1996年6月19日。

^{*1} 慶應義塾大学大学院 (〒223 横浜市港北区日吉3-14-1)。^{*2} 東海旅客鉄道(株) (〒100 東京都千代田区丸の内1-6-5)。^{*3} 正員、慶應義塾大学理工学部。

る流れで、衝撃波が厚く捕らえられるという欠点を露呈してしまう。これでは、数値計算における解像度の不足が、使用したスキームによるものなのか、計算格子によるものか判断できなくなる。この問題に対し近年、適応格子によるアプローチが試みられてきている^{(3),(4)}。適応格子の目的および長所は、衝撃波などの流れの変化の激しいところでは、自動的に格子を細かくし、逆に、変化の緩やかなところでは格子を粗くする(初期格子の大きさまで)ことで解析に必要な計算費用を最小限にすることである。特に、衝撃波が移動していくような非定常現象を解析する場合、格子削除が可能か否かは計算効率の面で非常に重要である。

実際に2次元流れを計算するにあたって円柱などの基本的な形状まわりの流れの特性を解明しておくことは、流体力学的に基礎的な重要性をもつばかりでなく、複雑な形状を対象とした流れを解析する場合にも、有効な情報を提供するものと思われる。しかし、円柱まわりの衝撃波解析においては、十分な結果が得られていない⁽⁶⁾。特に、超音速流れでの円柱後流の複雑な流れの解像度の不足が挙げられる(単一くさびの約四倍の計算領域を必要とする)。また、正常反射からマッハ反射への遷移の際生じるすべり線や、巻き上がりについてはよく分かっていないことが多い。

そこで本研究では汎用性と信頼性を追求し、minmod limiter と適応格子を導入して、円柱まわりにおける衝撃波解析を行い、マッハ反射に伴う諸現象および形態変化の解明を試みる。また、制限関数(van Leer limiter と minmod limiter)が数値結果におよぼす影響についても検討を行う。その他、90° コーナーまわりの衝撃波回折を行い、本スキームの急激な膨張を伴う場合での有効性を検討する。

2. 数値解析法

2.1 基礎方程式 支配方程式は、連続の式、運動の方程式、エネルギーの保存式である。運動方程式としては二次元保存形 Euler 方程式を採用する。無次元化を、座標は代表長さ $\tilde{L}$ 、密度は一様密度 $\tilde{\rho}_\infty$ 、速度成分は一様流音速 $\tilde{a}_\infty$ 、時間は $\tilde{L}/\tilde{a}_\infty$ 、圧力 $\tilde{p}$ と全エネルギー $\tilde{e}$ は $\tilde{\rho}_\infty \tilde{a}_\infty^2$ によって行くと、無次元化された方程式は次元をもつ方程式と同じ形式になって、次のように表される。

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

ここで、各ベクトル $\mathbf{Q}$, $\mathbf{F}$, $\mathbf{G}$ は、以下のようにあたえられる。

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{pmatrix} \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ u(e+p) \end{pmatrix} \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ v(e+p) \end{pmatrix} \quad (2)$$

ここで、 ρ は密度、 u , v はそれぞれ速度の x , y 成分、 p は圧力、 e は単位体積当たりの全エネルギーである。また圧力 p と音速 a は比熱比を κ とすると次の関係式から求まる。

$$p = (\kappa - 1) \left\{ e - \frac{\rho}{2} (u^2 + v^2) \right\} \quad (3)$$

$$a^2 = \kappa (\kappa - 1) \left\{ \frac{e}{\rho} - \frac{1}{2} (u^2 + v^2) \right\} \quad (4)$$

2.2 空間スキーム セル境界 k での非粘性数値流束 $\tilde{\mathbf{F}}_k$ は MUSCL 法により高次精度化した。この時、適応格子法を用いると四辺形セルを細分化していくので、Fig.1 (b),(c),(d) のようにセルの図心間距離を等間隔とみなすことができなくなる場合が生じる。本研究ではセルの図心からセル境界までの距離 d を考慮し、保存量 Q_i をセル境界 k まで外挿した値 Q_i^k を式(5)により評価した。制限関数は van Leer の differentiable limiter と minmod limiter を適用した。

Fig.1 Difference stencil

(1) van Leer の limiter

$$Q_i^k = Q_i + \frac{d_i^k s_i^k}{2} \left\{ (1 - \beta s_i^k) (\Delta_-)_i^k + (1 + \beta s_i^k) (\Delta_+)_i^k \right\} \quad (5)$$

$$(\Delta_+)_i^k = \frac{Q_j - Q_i}{d_i^k + d_j^k}, \quad (\Delta_-)_i^k = \frac{Q_i - Q_{i-}}{d_i^k + d_{i-}^k} \quad (6)$$

$$s = \frac{2\Delta_+ \Delta_- + \varepsilon}{(\Delta_+)^2 + (\Delta_-)^2 + \varepsilon} \quad (\varepsilon = 10^{-6}) \quad (7)$$

ここで、 β は空間精度を決定するパラメータであり、-1 で二次精度上流差分、1 で二次精度中心差分、1/3 で三次精度となる。本研究では $\beta = 1/3$ と

した。セル境界 $k-$ に二つのセルが隣接する Fig.1 (c) の場合は、保存量、図心とも算術平均をとり、セル $i-$ のそれぞれの値とした。また、Fig.1 (d) の場合は図中のセル $i-$ を選択した。

外挿した Q_i^k , Q_j^k から、Roe の近似リーマン解法に基づいた風上スキームを用いて数値流束 $\tilde{F}_k$ を評価した。

$$\tilde{F}_k = \frac{1}{2} \left\{ \tilde{F}(Q_i^k) + \tilde{F}(Q_j^k) - |A_k| (Q_j^k - Q_i^k) \right\} \quad (8)$$

ここで、 A_k はヤコビアン行列である。

(2) minmod limiter

$$Q_i^k = Q_i + \frac{d_i^k R_i}{2} \left\{ (1+\phi) \tilde{\alpha}_{j+1/2} + (1-\phi) \tilde{\alpha}_{j-1/2} \right\} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\alpha}_{j+1/2} &= L_i \minmod(\tilde{\alpha}_{j+1/2}, b \tilde{\alpha}_{j-1/2}) \\ \tilde{\alpha}_{j-1/2} &= L_i \minmod(\tilde{\alpha}_{j-1/2}, b \tilde{\alpha}_{j+1/2}) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\tilde{\alpha}_{j+1/2} = \frac{Q_j - Q_i}{d_i^k + d_j^k}, \quad \tilde{\alpha}_{j-1/2} = \frac{Q_i - Q_{i-}}{d_i^k + d_{i-}^k} \quad (11)$$

$$b = \frac{3-\phi}{1-\phi} \quad (12)$$

ここで、 ϕ は空間精度を決定するパラメータであり、 -1 で二次精度上流差分、 1 で二次精度中心差分、 $1/3$ で三次精度となる。本研究では $\phi = 1/3$ とした。

セル境界 $k-$ に二つのセルが隣接する Fig.1 (c) の場合は、保存量、図心とも算術平均をとり、セル $i-$ のそれぞれの値とした。また、Fig.1 (d) の場合は図中のセル $i-$ を選択した。

外挿した Q_i^k , Q_j^k から、Roe の近似リーマン解法に基づいた風上スキームを用いて数値流束 $\tilde{F}_k$ を評価した。

$$\tilde{F}_k = \frac{1}{2} \left\{ \tilde{F}(Q_i^k) + \tilde{F}(Q_j^k) - |A_k| (Q_j^k - Q_i^k) \right\} \quad (13)$$

ここで、 A_k はヤコビアン行列である。

2.3 適応格子 格子付加型の適応の場合、適応後に格子の“構造”を再び決めてやる必要がある。これを格子の再構成という。再構成は大きく分けて次の三つの手順にしたがって行われる。

(1) マーキング

格子を分割あるいは削除すべきセルにマークを付ける。付加・削除の判断は Löhner の指針値⁽³⁾を利用した (Fig.2 (a))。変数 U には密度を用いた。

$$E_i = \max(E_{i\xi}, E_{i\eta}) \quad (14)$$

$$E_{i\xi} = \frac{|U_E - 2U_i + U_W|}{|U_E - U_i| + |U_i - U_W| + c_\xi} \quad (15)$$

$$c_\xi = \delta(|U_E| + 2|U_i| + |U_W|)$$

$$E_{i\eta} = \frac{|U_N - 2U_i + U_S|}{|U_N - U_i| + |U_i - U_S| + c_\eta} \quad (16)$$

$$c_\eta = \delta(|U_N| + 2|U_i| + |U_S|)$$

ただし、 $\delta = 0.05$ 。Fig.2 (b) のような場合は、例として U_E を取り上げると次式となる。

$$U_E = \frac{2(U_{E1} + U_{E2}) - U_i}{3}$$

指針値 E_i が $E_i > T_{div}$ なら分割マークを、 $E_i < T_{rm}$ なら削除マークをセルに付ける。分割と削除は分割を優先する。

Fig.2 Indicator stencil

(2) 格子削除

削除マークの付いているセルを実際に削除する。ただし、a.) 初期格子 (レベル 0) は削除しない。b.) 削除は分割によって生じた“親子関係”を逆にたどることにより行う。c.) 削除により一つのセル境界に三つ以上のセルが隣接してしまう場合は削除を行わない。d.) 削除されるセルには必ず削除マークが付いていなければならない。

(3) 格子分割

分割マークの付いているセルを実際に分割する。ただし、a.) 分割により一つのセル境界に三つ以上のセルが隣接する場合は先にその隣接セルを分割する。この処理は再帰的に行われる。b.) あらかじめ設定された最大レベルを超える分割は行わない。なお、マーキングに関して削除マークが分割マークによって消されてしまうことはあり得る。

3. 90° コーナーまわりの衝撃波回折

3・1 数値解析結果 今回の計算には、支配方程式として2次元 Euler 方程式を、計算格子として、適応格子を用いた。また、数値解析法としては、MUSCL 法(制限関数に minmod limiter)を適用した。

本対象では適応格子を用いた。90° コーナーの角が原点で Fig.3 の L を代表長さ 1.0 とした。一般に適応回数を4回かける(最大セル・レベル4)ことを前提に最小格子の大きさを決定した。最小格子の大きさは Euler 方程式を用いた場合、緒言でも述べたように一般には、 10^{-3} の前半である。よって Fig.3 の L を 20 分割し、1.5L を 30 分割した正方形格子を初期格子とした。4回適応を行った時点では、 3.125×10^{-3} である。この4回適応を行った格子を $t=0.0$ として使用した。入射衝撃波を -0.2 の位置に立てた。計算条件を Tab.1 に示す。

Tab.1 Calculating condition (90° corner)

M_s	1.5
CFL	0.2
T_{div}	0.1
T_{rm}	0.05
adapt. frequency	every 5 time steps
max cell level	4

3・2 検討 Fig.5 より、渦中の衝撃波や角部からの膨張波に連なって現れる衝撃波が捕らえられている。入射衝撃波についてもシャープに捕らえられている。Fig.4 は同じ時間での計算格子図である。入射衝撃波や角部のような流れの変化が激しいところのみ格子が集まっていることがわかる。このように格子を流れの激しいところを集めることで衝撃波の解像度を高めることができた。しかし、渦中心の左側の衝撃波では、壁面方向に分かれた枝状の構造が見られていない。これは、粘性の影響よりも流れ場自体の問題と考えられるので、この周辺での格子を細かくすること(適応の回数を増やすあるいは、初期格子を細かくする)で、解消されると思われる。一方、角部直下の壁面上で見られる境界層の剥離領域は計算で捕らえられていない。この領域では、特に粘性の効果が重要であると考えられる。計算は、Euler 方程式を用いているため捕らえられなかったと言える。

また、角部上部と渦中心の右斜め下部辺りで振動している。この周辺では急激な変化はあまり見られないので、スキームによる影響とは考えにくい。これは、適応格子を用いたために生じたと考えられる。振動しているところでは近傍に比べて、ほぼセルレベルが1

つ小さくなっている。つまり、まわりのセルと大きさが異なっているところである。グラフィック化する時には、セル中心の値をセル節点に振り分ける。そのため同じ値となる節点の場所が、大きい格子では節点の間隔が大きくなるため不適当な位置となり振動したと考えられる。これを防ぐには、適応の頻度を高くするか、分割のパラメータ T_{div} と削除のパラメータ T_{rm} の値を変えることが考えられる。

この対象については、Non-MUSCL 法 Harten-Yee 型 TVD スキームも用いて計算を行った。しかし、入射衝撃波が角部で回折を始めて暫くすると角部で、圧力が負になると言う非物理現象を生じてしまい計算を続けることができなかった。このスキームはコンプレッションコーナーでは、比較的实验結果と定性的に一致していた⁽⁷⁾。コンプレッションコーナーとこの対象との現象的な違いは、90° コーナーでは、最初に急激な膨張を生じることである。この膨張に、スキームが追従できなかったことが原因として考えられる。この問題につ

Fig.3 Initial computational grid

Fig.4 Computational grid(21046 cells)

($M_s = 1.5, t = 1.0$)

いては、円柱まわりの検討で詳しく述べる。

4. 円柱まわりの衝撃波の反射と回折

4・1 衝撃波の反射と回折 入射衝撃波 (Incident Shock) が進行し円柱とぶつかると、衝撃波は円柱表面で正常反射する (Fig.6 (a))。この正常反射衝撃波と入射衝撃波の合点は、初めのうちは円柱表面上に沿って伝播するが、正常反射がマッハ反射になると、この合点は円柱表面上を離れ、マッハステム 1 という新しい衝撃波が形成される (Fig.6 (b))。この 3 つの衝撃波で形成される合点のことを三重点 1 と呼ぶ。さらに入射衝撃波が進行すると、円柱後部で回折したマッハステムが後部淀み点で反射し、その反射したマッハステムは境界層と干渉する。その後マッハステムは上流へ伝播し前方の圧縮波に出会うと急速に強まり、これと

も干渉し著しい剥離とラムダ型衝撃波を発生させる。剥離点は、衝撃波の伝播と共に上流へ移動し、剥離点後方では、円柱表面から離れた非粘性域まで逆流がおよんでいる。逆流域では、流れの方向に圧力の急上昇部があり、そのため複雑な流れとなる^{(8),(9)}(Fig.7)。

4・2 数値解析結果 計算領域は半円柱の中心が原点で直径を 1 として、半円柱の中心から外側境界までの距離は 3 の半円形である。最小格子幅は 90° コーナーの解析と同様に考え、4 回の適応後で 3.0×10^{-3} である。入射衝撃波を -0.7 の位置に立て、あらかじめ適応し入射衝撃波近傍の格子を細かくした後、計算を開始した。適応のパラメータはできるだけ格子数を減少させるように決定した。また現象が x 軸対称であるので、できるだけ格子の増加を防ぐために対称条件を導入した。計算条件を Tab.2 に示す。

Tab.2 Calculating condition (circular cylinder)

M_s	2.81
CFL	0.2
T_{div}	0.1
T_{rm}	0.05
adapt. frequency	every 5 time steps
max cell level	4

Fig.5 Density contour ($M_s = 1.5, t = 1.0$)

Fig.6 Shock wave diffraction around circular cylinder

Fig.7 Shock wave reflection around circular cylinder

(a) Unstructured adaptive meshes

(b) Unstructured meshes

(c) Experiment ⁽⁸⁾Fig.8 Density contour ($M_s = 2.81, t = 0.91$) (a) $t = 0.0$ (b) $t = 0.32$ (c) $t = 0.63$ (d) $t = 0.96$

Fig.9 Time variation of density contour

Fig.10 Time variation of computational grid

4・3 検討 Fig.8 は $t=0.91$ について実験結果、適応格子を用いた解析結果、要素数 32640 (適応格子を用いた解析結果の要素数とほぼ同数) の非構造格子を用いて計算を行った数値解析結果を比較したものである。適応格子を用いた解析では衝撃波、すべり線 1,2 を非常にシャープに捕らえている。特に円柱後方の衝撃波の形は、適応格子を用いた解析の方が実験結果を的確にシミュレートしている。Fig.9,10 はそれぞれ等密度線および計算格子の時間変化である。Fig.9,10 より反射形態の変化やすべり線 1, 2 マッハシステム 1, 2 を捕らえている。非構造格子の解析に比べて、入射衝撃波、反射衝撃波、マッハシステム 1, 2, そして特にすべり線 2 をシャープに捕らえている。これまでの非構造格子を用いた解析では、計算機の容量上の問題ですべり線 2 を精度よく捕らえることは困難であったが、適応格子を用いたことでそのようなこともあまり問題とならない。適応格子を用いた場合、最大 38328 個の格子を必要とした。一方、構造格子を用いて同じ精度を得るためには 130560 個の格子を必要とする。また、格子の衝撃波追従性については Fig.10 より、入射衝撃波が移動するのに伴い正確に移動しており良好と言える。この計算での適応のパラメータは適応格子の利点ができるだけ得られるような方向で決定したが、解析結果を見ても、精度良い結果が得られているので、パラメータについては適当であったことが分かる。格子分布についても、入射衝撃波、反射衝撃波、マッハシステム 1, 2 円柱後部で高密度となっており、指針値が的確であると言える。

van Leer limiter を用いて計算すると非物理現象を生じることは前にも述べたが、ここでは、その理由について考えてみる。コンプレッションコーナーでは、van Leer limiter を用いて実際に計算が行われている⁽⁷⁾。しかも、いろいろ条件(入射衝撃波マッハ数、入射角度)を変えても、反射形態の変化、すべり線、マッハシステム等を精度よくシミュレートしている。つまり、このプログラム自体の問題よりも円柱まわりという対象が問題であると考えられる。この問題では、衝撃波の回折により膨張波が発生する。膨張波が通過すると密度、圧力は共に下がりある値へと漸近していく。van Leer limiter を用いるとこの値に漸近せず下がり続けてしまうため、上記のようなことが起こると考えられる。

一般に、van Leer limiter と minmod limiter の違いは、一言で言うと圧縮性の違いである。前者は後者に比べて圧縮性が強い。これらのことは Tab.3 から分かるように、圧縮性が強い van Leer limiter の方が流れにメ

Tab.3 Time variation of number of
nodes and elements

t	minmod limiter			
	nodes	elements	non-dimensional time	CFL
0.1	5144	4578	0.100002	0.2
0.32	12208	10788	0.32013	0.2
0.54	25256	22014	0.540111	0.2
0.57	25967	22587	0.570104	0.2
0.59	31432	27453	0.590028	0.2
0.61	28654	25014	0.61003	0.2
0.63	31443	27399	0.63013	0.2

t	van Leer limiter			
	nodes	elements	non-dimensional time	CFL
0.1	5486	4902	0.100006	0.2
0.32	12902	11430	0.32009	0.2
0.54	25798	22485	0.540058	0.2
0.57	28214	24573	0.570081	0.2
0.59	30441	26691	0.590052	0.1
0.61	30950	27069	0.610064	0.1
0.63	34392	30345	0.630022	0.1

リハリをつけて捕らえるためにほぼすべての時間で、格子数が多くなっている。圧縮性が強いほど衝撃波捕獲に威力を発揮するが、膨張波を生じる場合にはマイナス効果となる。よって、minmod limiter では計算可能となると考えられる。

また、90° コーナーまわりの衝撃波回折について、Non-MUSCL 法では非物理現象を生じてしまった問題がある。このスキームは、minmod limiter を用いているので制限関数の違いによる圧縮性の差の影響はない。ここでは、自分なりに考えられることを以下に述べる。一般に、求める物理量の変化は、各波の固有値に対応する固有ベクトルの重ねあわせと定義できる。つまり、固有値によって衝撃波、膨張波などの特性を表しているが、対応する固有ベクトルにも、それらを捕らえようとする情報が含まれていると考えられる。MUSCL 法 (minmod limiter) を用いると、サーフェス上の内挿値 $Q_{j+1/2}^+$, $Q_{j+1/2}^-$ を求める際に、右固有ベクトルと左固有ベクトルを掛け合わせている。この時点で、膨張波を捕らえようとする作用が一度働いていると考えられる。その後の数値流束を求める際には、どちらも同じように計算している。右固有ベクトル、左固有ベクトルを2回掛けていることの2つの効果のために、minmod limiter では計算可能となると考えられる。

以上より、衝撃波捕獲という点では、superbee や van Leer limiter に劣るが、流れに急激な膨張を含む場合でも、比較的精度良く計算できることを考えると、minmod limiter の導入も有効であるといえる。

5. 結 言

制限関数に minmod limiter を導入した適応格子法を用いて、円柱まわりにおける衝撃波解析を行い、以下のような知見を得た。

- (1) 制限関数に minmod limiter を導入することで、急激な膨張を伴う流れについても安定に計算を行うことができた。
- (2) 適応格子法を用いることで、理想的な格子分布が得られ、計算効率と解像度を高めることができた。
- (3) マッハ反射に伴う諸現象および形態変化の計算結果は、実験結果と定性的に一致した。
- (4) 本解析では密度のみの指針値を用いたが、円柱後部のすべり線やマッハステムをよりの確にとらえるためには、圧力や渦度によって求めた指針値を同時に用いることも検討していく必要がある。

参考文献

- (1) Chakravathy, S.R., The Versatility and Reliability of Euler Solvers Based on High-Accuracy TVD Formulations, *AIAA Paper*, 86-0243, (1986).
- (2) Yee, H.C., Upwind and Symmetric Shock-Capturing Scheme, *NASA TM 89464*, May (1987)
- (3) Löhner, R., An Adaptive Finite Element Scheme for Transient Problems in CFD, *Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg.*, 61, (1987), 323-338.
- (4) 中橋, 流体計算の自動化, 航空宇宙技術研究所特別資料, 10号, (1989), 177-183.
- (5) Berger, M.J. and Colella, P., Local Adaptive Mesh Refinement for Shock Hydrodynamics, *J. Comp. Phys.*, 82, (1989), 64-84.
- (6) 内山, 井上, 圧縮性流体における渦構造の数値解析, 第6回数値流体シンポジウム講演論文集, (1992), 81-84.
- (7) 増永, 適応格子を用いた非定常衝撃波の数値解析, 慶應義塾大学修士論文, (1993).
- (8) Bryson, A.E. and Gross, R.W.F., Diffraction of strong shocks by cones, cylinders, and spheres, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.10, (1961), 1-16.
- (9) Yang, J.Y., Liu Yen, and Lomax Harvard, Computation of Shock Wave Reflection by Circular Cylinders, *AIAA J.*, Vol.25, No.5, (1987), 683-689.