下端放水を行うシェル形長径間ゲートの 流体関連振動に関する理論解析* (第1報, 運動方程式の導出)

中 田 亮 生*¹, 石 井 徳 章*²

Model Development of Flow-Induced Vibrations of Shell-Type Long-Span Gates with Underflow (1st Report, Derivation of Equation of Motion)

Akinori NAKATA and Noriaki ISHII

Shell-type long-span gates in which the upstream gate face consists of vertical and inclined skin plates (also referred to as weir plates) possess two degrees of freedom, one each in the streamwise (horizontal) and vertical directions, due to the gate's bending flexibility in these two directions. The streamwise and vertical directions can become closely which one another through hydrodynamic forces acting on the weir plates, resulting in severe self-excited vibrations. Here, a two-dimensional model study of a shell-type long-span gate with small gate opening was performed to examine the validity of an assumption of a hydrodynamic pressure acting on the inclined weir plate. In addition, the hydrodynamic pressure acting on the upstream gate face and the exact equation of motion of the flow-induced vibration of shell-type long-span gates were described.

Key Words: Dynamics of Machinery, Vibration Coupled with Fluid Motion, Flow-Induced Vibration, Self-Excited Vibration, Coupled Vibration, Gate, Long-Span Gates, Shell-Type Long-Span Gates

1. 緒 言

背丈が低く径間が長いゲートの場合, その断面を図1に示すように, 流水方向に十分な曲げ剛性が得られるようにシェル構造で作られる。さらに, ゲートの前面下方には傾斜面が設けられ, ゲートの自重を重心近くで支え, かつ放水口への水の流れを滑らかにしている。一方, ゲートの上面は, 水が越流するような状況も想定し, 滑らかな曲面にしている場合が多い。したがって, この種のゲートは水平と上下の2方向にたわみ振動を引起す自由度をもち, それらがせき板の鉛直面と傾斜面およびゲート・クレストに働く流体力を介して連成し, ある適当な条件下では激しい自励振動を引起す場合がある。

この種の自励振動問題に関する研究が, 石井らや萩原らによって進められている。石井らによる研究では, 小形の二次元モデルを用いた実験^{(1)~(6)}や, ゲートの実地調査およびその結果に関する検討⁽⁷⁾⁽⁸⁾が行われている。モデル実験では, 図1に示すように, ゲート下端の傾斜面の角度が比較的小さい状態で下端放水だ

けを行う場合について基本的な自励振動特性を示し⁽¹⁾, 単純な一枚板の長径間ゲートが流水方向にだけ振動する場合の研究結果^{(9)~(15)}に基づいて自励振動のメカニズムを基本的な観点から明らかにしている⁽²⁾。さらに, 傾斜面の角度が比較的大きい場合や, ゲートが下端放水と越流を同時に行って使用されるような場合についてもモデル実験を行い, 自励振動の特性を明らかにしている⁽³⁾⁽⁵⁾⁽⁶⁾。実地調査では, 自励振動の具体例を詳しく計測し, 空中に引上げたゲートに対してモーダル解析も実施している。さらに, 既報の長径間ゲートに関する研究^{(9)(10)(13)~(15)}を応用すれば, 流水中での振動数や自励振動の強さがゲートの空中での固有

Fig. 1 Cross-sectional view of a shell-type long-span gate

* 原稿受付 1996年3月13日.

*¹ 正員, 大阪電気通信大学大学院 (〒572 寝屋川市初町18-8).

*² 正員, 大阪電気通信大学工学部.

振動数と減衰比から正確に算定できることも示している。一方、萩原らによる研究では、実機の小型三次元モデルを用いた実験によって、振動発生条件等を示している⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾。

以上のように、シェル形長径間ゲートの流体関連振動に関する研究がいくつか報告されているが、いずれも実験的な研究が主体であり、理論的な解析についてはほとんど報告された例がない。シェル形長径間ゲートの理論的な解析を行うためには、ゲートに働く動水圧を正確に評価しなければならないことはもちろんである。しかし、図1に示したように、ゲートの前面には傾斜面があり、ゲート・クレストは曲面といったように、流れ場の境界は複雑な形状である。このような境界を忠実に守って流れ場の変化を解析的に解くことはかなり難しい。もちろん、大型コンピュータを用いた数値的な解析法によって複雑な境界の流れも解くことはできる。しかし、それでは流れ場の相似性を支配する基本的に重要なパラメータなどを特定することが難しい。そこで、本研究では、複雑な流れ場を厳密に解こうとするのではなく、複雑な境界の流れ場をできるだけ簡単な形で取扱ういわゆる近似的な解析手法に主眼を置いて、流れ場の相似性を支配する基本パラメータを明らかにしようと試みた。

一枚板の長径間ゲートが流水方向に振動すると、貯水池内の水は押されたり引込まれたりする。さらに、ゲートが河床面と直交しないような場合には、ゲートの流水方向の振動に伴ってゲート下端からの放水流量が変化する。これら二つの要因によって流れ場の圧力が変動する。このような圧力の変化は、RayleighやLambらによって開発された「分散性の波動問題を初期値・境界値問題として解析するポテンシャル理論^{(18)~(21)}」を用いて石井らによって厳密に解析され、その結果が実験の結果とよく一致することも確かめられている⁽¹¹⁾⁽¹²⁾⁽¹⁵⁾。

シェル形長径間ゲートは流水方向にも上下方向にも振動する。流水方向の振動は貯水池内の水を押しはけ引込み、上下方向の振動は放水流量を変化させる。したがって、シェル形長径間ゲートの振動によって起こされる流れ場の圧力変動は、基本的には、一枚板の長径間ゲートの場合と同じである。ただ、傾斜面とクレスト部分については境界条件が多少異なるので、厳密に等角写像法などを適用して流れ場の解析を行うべきである。しかし、境界条件が簡単な一枚板の長径間ゲートの場合でも解析が相当に難しく、さらに境界条件が複雑な場合について厳密な解析を行うことは実際問題として不可能に近い。

そこで、本研究ではゲートが下端放水だけを行い、かつゲート前面の傾斜面の角度が比較的小さい場合に限定して、理論的な解析の可能性を検討した。第一に、傾斜面の角度が小さい場合には、ゲートの傾斜面に働く流体圧力を平たんなせき板に働く圧力で評価しても、実用上問題ないものと粗く予測を立てた。このような予測を検証するために、二次元のモデルゲートを水平と上下の2方向にそれぞれ強制的に振動させて傾斜面に働く流体圧力を測定した。その結果、上のような粗い予測がほぼ正しいことを確認することができた。ただ、ゲートが上下に動いたときに傾斜面が水を押したり引込んだりすることに起因した圧力が無視できないと考えられた。その圧力は、現段階では理論的に評価することが難しいので、ここでは当面得られた実験結果をそのまま用いることにした。

第二に、長径間ゲートに関するこれまでの理論解析結果と実験での測定結果を用いて、シェル形長径間ゲートの微小な振動によって発生する流体圧力を算定した。流体圧力の理論的な算定に際しては、流れ場の上流側は無限に広がり、さらに、ゲートの下流側は水没しておらず、ゲート下端から放水される噴流は直接大気に開放されるものとした。また、放水口の開度はゲート下端の水深に比べて十分に小さい、いわゆる微小開度放水の場合を取扱った。続いて、シェル形長径間ゲートの流体関連振動を支配する運動方程式を無次元形で導いた。運動方程式は2階の微分・積分形の二元連立同次方程式の形に帰着された。

2. 傾斜面に働く流体圧力

2・1 水平振動に起因した流体圧力

2・1・1 モデルゲートと実験条件 水平振動によって傾斜面にどのような流体圧力が作用するかを計測するため、図2に示す二次元の実験モデルを使った。ゲート本体の長さ L が 295 mm、高さが 600 mm、奥行き W_0 が 42 mm である。ゲートの前面は、鉛直な面と傾斜した面で構成されている。傾斜面の角度 θ は比較的小さい 17.5° に設定し、鉛直面とのコーナ部分には流れがはく離しないように半径約 5 mm のアールを付けた。

ゲート本体は水平な振動テーブルに固定され、幅 300 mm、高さ 500 mm、長さ 7 m の水路に挿入されている。振動テーブルは同じ長さの2本のステーで吊上げている。したがって、微小振動する場合に限ればゲートは水路の上下流方向に並行運動するとみなせる。ゲートは、ロッドを介して可変速モータに連結され、強制的に振動させることができるように工夫されている。

Fig. 2 Experimental model for measurement of pressure acting on inclined face during forced horizontal vibrations

る。ゲートの片振幅は約 0.5 mm の比較的小きな値に設定した。圧力の計測精度を上げるためには、ゲートの振幅をある程度大きくし、圧力の変化が十分に大きくなるようにすべきである。しかし、振幅が大きすぎると、特に振動数が高い領域で上流側の水面に砕け波が発生し、正確な実験ができなくなる。このような理由から、ゲートの振幅をある程度小さな値に設定する必要があった。砕け波が発生しない強制振動数の上限は約 6.5 Hz であった。ゲート下端の水深 d_0 を 375 mm、放水口の開度 B をそれよりも十分小さな 0.5 mm に設定した。ゲートの下流側は水没していないので、ゲートの下方から放水される噴流は直接大気に開放される。

今回の実験では、傾斜面の角度と放水口の開度をいずれも小さく設定した。そのため、傾斜面とその真下の水槽底面との間には十分なスペースがなかったので、圧力を検出するためのセンサを傾斜面近くの流水中に挿入することが難しかった。そこで、圧力センサはゲートの下流側に直接取り付け、傾斜面まで小さな導圧孔(直径 2 mm)を開けた。圧力は傾斜面上の合計 7 箇所測定した。測定箇所の水平ピッチは約 5.0 mm であった。

2・1・2 実験結果 モデルゲートの振動振幅 X_0 を約 0.5 mm に設定し、水平方向に強制的に振動させた。そのときの水平振動の変位 X_c を次式で表す。

$$X_c = X_0 \cos(\Omega T) \quad (1)$$

ただし、図 2 で示すように X_c は上流側に向かうゲートの動きを正とする。 Ω はゲートの円振動数 rad/s であり、 T は時間 s を表す。このときの傾斜面に沿った流体圧力の変化を次式で表す。

$$P_{ih} = P_{ih0} \cos(\Omega T - \phi_{pih}) \quad (2)$$

計測された圧力波形を FFT アナライザで解析すれば、圧力の振幅 P_{ih0} と位相遅れ角 ϕ_{pih} を正確に求めるこ

Fig. 3 Amplitude and phase lag of pressure acting on inclined face during forced horizontal vibrations

とができる。圧力の振幅 p_{ih0} はこれまでの理論的な研究⁽⁹⁾⁽¹⁴⁾に基づいて次のような無次元形：

$$p_{ih0} = P_{ih0} / (\rho g X_0) \quad (3)$$

で整理した。ただし、無次元化の代表量はゲートの振幅 X_0 に相当する水頭である。 ρ は水の比質量、 g は重力の加速度である。

傾斜面に沿った無次元圧力振幅 p_{ih0} と位相遅れ角 ϕ_{pih} の測定結果を図 3 に示す。図 3(a) の上にある図はゲートの下端部分の断面を示している。傾き Θ が 17.5° 、水平距離 W_0 が 42 mm である。左側に併記した y は水面を基準にした上方向の無次元座標であり、ゲートの最下端の水深 d_0 を代表長さにとっている。傾斜面上流側の y 座標は -0.965 になる。図 3(a) が無次元圧力振幅である。横軸は傾斜面の最下端を基準とする水平座標 W を示す。上流側(図の右側)を正としている。パラメータは流れ場の相似性を支配するフルード数 F ：

$$F = \sqrt{d_0/g} \Omega \quad (4)$$

である。ゲートの強制振動数は 3.0, 4.0, 5.0, 6.0 Hz の四とおりに設定されたので、それぞれに対応したフルード数 F は 3.69, 4.91, 6.14, 7.37 になる。圧力振幅 p_{ih0} は、傾斜面に沿ってほぼ一定であるが、

下流側(図の左側)に近づくにつれて、若干小さくなる傾向を示す。フルード数が大きくなるほど圧力振幅は全体的に大きくなる。位相遅れ角 ϕ_{piv} は、図 3 (b) に示すように傾斜面に沿ってほぼ一定であり、その値は約 180° である。

2・1・3 流体圧力の評価法 傾斜面のない一枚板の長径間ゲートが流水方向に振動する場合には、貯水池内の水は単純に上下流の方向に押されたり引込まれたりする。そのときに発生する流れ場の圧力の変化は理論的に解析できる⁽⁹⁾⁽¹⁴⁾。その解析手法を応用して、傾斜面に作用する流体圧力の振幅と位相遅れ角を算定した。本研究では傾斜面の角度が比較的小さい場合に限定しているので、傾斜面があることによる揚力の効果も比較的小さいと考えられる。そこで、傾斜面がある場合の流体圧力も傾斜面がない場合の流体圧力とほとんど同じになるものと粗く仮定して、それぞれの水深に対応する理論値から傾斜面に働く流体圧力を算出した。すでに図 3 で示した実測値と同じフルード数 ($F=3.69, 4.91, 6.14, 7.37$) について得られた振幅の理論値を、傾斜面の水深 ($-1 \leq y \leq -0.965$) にわたって示したものが図 3 (a) の実線である。実測値は実線で示した理論値とよく一致している。一方、位相遅れ角の理論値を図 3 (b) に実線で示している。今回実験を行ったフルード数の範囲 ($3.69 \leq F \leq 7.37$) では、理論値は常に 180° であった。実測値は、実線で示す理論値とよく一致している。

以上の結果から、傾斜面の角度が今回実験したように 17.5° 程度の比較的小さい場合には、水平振動によって発生する傾斜面上の圧力を、傾斜面をもたない一枚板のゲートの水平振動による圧力で評価しても大きな問題はないと言える。

2・2 上下振動に起因した流体圧力

2・2・1 モデルゲートと実験条件 上下振動によ

Fig. 4 Experimental model for measurement of pressure acting on inclined face during forced vertical vibrations

って傾斜面にどのような流体圧力が作用するかを計測するため、図 4 に示す二次元の実験モデルを使った。ゲート本体は、先の実験で用いたものと同じであり、それを幅 300 mm、高さ 500 mm、長さ 7 m の水路内に垂直に設置している。ゲート下端の上下流側にはワイヤケーブルを取付け、それを水平方向に十分な張力で引張ることによって、ゲートの水平方向の動きを拘束し、ゲートは上下方向にだけ動けるようにしている。さらに、ゲート上端の両側には小形のローラを取付け、ゲートの上下方向の動きを確実なものにしている。ゲートはロッドと V ベルトプーリを介して可変速モータに連結され、それによって強制的に上下振動させることができる。

ゲートの片振幅は約 0.5 mm の比較的小さい値に設定した。砕け波が発生しない強制振動数の上限は約 8 Hz であった。ゲート下端の水深 d_0 を 375 mm に設定した。水平方向に振動させた場合には、放水口間度 B を 0.5 mm に設定したが、上下振動の場合には B を 0.5 mm に設定するとゲート下端が水槽底面に接触するため、正確な実験ができなくなる恐れがあった。そのため、上下振動の実験は放水口開度 B が 5.0 mm の場合について行った。

2・2・2 実験結果 モデルゲートの振動振幅 Y_0 を 0.5 mm に設定し、上下方向に強制的に振動させた。その上下振動の変位 Y_G を次式で表す。

$$Y_G = Y_0 \cos(\Omega T) \quad (5)$$

ただし、図 4 で示すように Y_0 は上方に向かうゲートの動きを正とする。このときの傾斜面に沿った流体圧力の変化を次式で表す。

$$P_{iv} = P_{iv0} \cos(\Omega T - \phi_{piv}) \quad (6)$$

計測された圧力波形を FFT アナライザで解析すれば、圧力の振幅 p_{iv0} と位相遅角 ϕ_{piv} を正確に求めることができる。圧力の振幅 P_{iv0} は次のような無次元形：

$$p_{iv0} \equiv P_{iv0} / (\rho g Y_0) \quad (7)$$

で整理した。

傾斜面に沿った無次元圧力振幅 p_{iv0} と位相遅れ角 ϕ_{piv} の測定結果を図 5 に示す。図 5 (a) が無次元圧力振幅である。横軸は水平座標 W を示す。パラメータは式 (4) で定義したフルード数 F である。ゲートの強制振動数は 2.0, 4.0, 6.0, 8.0 Hz の四とおりを設定したので、それぞれに対応したフルード数 F は 2.46, 4.91, 7.37, 9.83 になる。圧力振幅 p_{iv0} は傾斜面の後縁から約 1/3 付近で大きくなり、フルード数が大きくなるに従って全体的に大きくなる傾向を示す。位相遅れ角 ϕ_{piv} は、図 5 (b) に示すように 90° と 180° の中間の値をとり、フルード数が大きくなるに従

Fig. 5 Amplitude and phase lag of pressure acting on inclined face during forced vertical vibrations

って 90° に近い値をとる傾向を示す。

2・2・3 流体圧力の評価法 傾斜面のない一枚板の長径間ゲートが上下方向に振動する場合には、ゲート下端からの放水流量が変化する。そのときに発生する流れ場の圧力の変化は理論的に解析できる⁽⁹⁾⁽¹⁴⁾。その解析手法を応用して、ゲート面に作用する流体圧力の振幅と位相遅れ角を粗く算定した。すでに図5で示した実測値と同じフルード数 ($F=2.46, 4.91, 7.37, 9.83$) について得られた振幅の理論値を、傾斜面の水深 ($-1.0 \leq y \leq -0.965$) にわたって示したものが図5 (a)の実線である。実測値は実線で示した理論値よりも若干大きな値であることが分かる。一方、位相遅れ角の理論値を図5 (b)の実線で示している。その理論値は、今回実験を行ったフルード数の範囲 ($2.46 \leq F \leq 9.83$) では常に 90° である。実測値は、実線で示す理論値 (90°) よりも約 10° から 60° 大きな値を示している。

上のような理論値と実測値との相違は、ゲートの上下振動そのものが傾斜面があるために水を押しやり引込んだりする効果をもつことを示唆している。このような水の排除効果に起因した圧力は式(5)に示したゲートの上下振動に対して逆位相で変化する：

$$p_{ivb0} \cos(\Omega T - \pi) \cdots \cdots \cdots (8)$$

Fig. 6 Pressure amplitude divided into two components

一方、流量変化そのものに起因した圧力はゲートの上下振動に対して 90° の位相遅れである：

$$p_{iva0} \cos(\Omega T - \pi/2) \cdots \cdots \cdots (9)$$

したがって、これらの和が図5に示した圧力の実測値そのものを構成している。このように分析すると次の2式：

$$\sqrt{p_{iva0}^2 + p_{ivb0}^2} = p_{iv0}, \quad -p_{iva0}/p_{ivb0} = \tan \phi_{piv} \cdots \cdots \cdots (10)$$

から、振幅 p_{iva0} と p_{ivb0} をそれぞれ算出できる。算出した結果を図6 (a), (b)に示す。図6 (a)の実線は図5に示したのと同じ理論曲線であり、放水流量の変化に起因した圧力振幅を示す。

図6 (a)から分かるように、実験データから算定した p_{iva0} の値は放水流量の変化に起因した圧力振幅の理論値に比較的よく一致している。一方、図6 (b)から分かるように、ゲートが上下に振動した際の水の排除効果に起因した振幅値 p_{ivb0} も比較的大きな値をとる。

以上の検討をまとめると、ゲートの上下振動によって引起こされる傾斜面の流体圧力は次のように評価できる。

(1) 放水流量の変化に起因した圧力は、傾斜面をもたない一枚板のゲートの上下振動による圧力の理論式をそのまま適用して算定できる；

(2) 水の排除効果に起因した圧力は、実測値に基づいて算定する。

第二の圧力成分に関しては、それを理論的に算出する手法がいまだ確立されていないので、現段階では実験式の形で取扱わざるを得ない。ただし、それがゲートの自励振動特性に対して大きな重要性をもたないことについては次報で述べる。

3. シェル形長径間ゲートの流体関連振動を支配する運動方程式の導出

3.1 ゲートの振動によって起こされる流体圧力

シェル形長径間ゲートの流れ場を図7に示す。すでに示した図1, 2, 4では、水平な川底の上にゲートが設置された最も単純な場合を示したが、図7では、流れ場を少し一般化するために、鉛直なせき板と一致する面で上流側の河床が急に落ち込んでいる場合を示している。その深さを d_r で表している。このような流れ場が上流側に向かって無限に広がっている。ゲート下端の水深を d_0 、放水口の開度を B で表している。ここでは、放水口開度 B は d_0 に比べて十分に小さい場合を取扱うものとする。このような微小な放水口から噴出する水は、直接大気に開放されるものとする。したがって、ゲートの下流側は流体からの力を全く受けないことになる。

位置座標として、 X - Y - Z 直角座標を設ける。図7に示すように、 X 軸は静水面に沿って上流側に向かう座標であり、 Y 軸は静止したときのゲートの鉛直面に沿った上向きの座標である。 Z 軸はゲートの径間方向に沿った座標である。座標の原点は径間中央にとる。さらに、傾斜面の最下端を原点とする上流側に向かう水平座標として W 軸をとる。

Fig. 7 Theoretical model for two-dimensional flow field

まず第一に、ゲートが上流側に向かって、 X 軸方向に径間 L を半波長とする単純曲げ振動：

$$X_c(Z; T) = X_c(T) \sin\left\{\left(\frac{Z}{L} + \frac{1}{2}\right)\pi\right\} \quad \dots\dots\dots (11)$$

を行うと仮定しよう。 X_c はゲート中央部の水平振動変位である。これによって、貯水池内の流体は押されたり引込まれたりして、ゲートに接する水圧が変動する。その変動水圧 P_b は次式で与えられる⁽⁹⁾⁽¹⁴⁾。

$$\begin{aligned} P_b(X, Y; T) = & \frac{2}{\pi} \sin\left\{\left(\frac{Z}{L} + \frac{1}{2}\right)\pi\right\} \rho g \\ & \times \int_0^\infty \left\{ \frac{1/\beta^*}{S^2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^\infty \frac{1}{n} \frac{\sin(n\pi/\beta^*)}{S^2 + (n\pi/d_r)^2} \right\} \\ & \times \frac{\cosh\{S(Y+d_r)\}}{\cosh(Sd_r)} S \tanh(Sd_r) \cos(SX) dS \\ & \times \left[X_c(T) - \Phi_0(S) \int_0^T X_c(\bar{\tau}) \exp \right. \\ & \times \left. \left\{ -\frac{\bar{\mu}(T-\bar{\tau})}{2} \right\} \sin \Phi_0(S) (T-\bar{\tau}) d\bar{\tau} \right] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (12)$$

ただし、放水口開度がゲート下端の水深に比べて十分に小さく、かつ傾斜面の角度 θ が比較的小さいものと仮定している。 β^* は貯水池と放水口との水深比：

$$\beta^* \equiv d_r/d_0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

を表す。 S と $\bar{\tau}$ は積分変数、 $\bar{\mu}$ は流体粒子に働く摩擦力を代表する正の微小量^{(16)~(19)}である。さらに、 $\Phi_0(S)$ は次式で与えられる位相関数を表す。

$$\Phi_0(S) = \sqrt{gS \tanh(Sd_r) - \bar{\mu}^2/4} \quad \dots\dots\dots (14)$$

水平振動による流体圧力 P_b はゲートの傾斜面にも作用する。それによってゲートは上下方向にも振動し始める。その上下振動のモードを次式で表す。

$$Y_c(Z; T) = Y_c(T) \sin\left\{\left(\frac{Z}{L} + \frac{1}{2}\right)\pi\right\} \quad \dots\dots\dots (15)$$

Y_c はゲート中央部での上下振動変位である。当然、上下振動によって放水流量が変化する。そのときの定常な放水状態からの流量増加分 ΔQ は、

$$\Delta Q = q Y_c(T)$$

ただし、

$$q = c_f \sqrt{2gd_0} \sin\left\{\left(\frac{Z}{L} + \frac{1}{2}\right)\pi\right\} \quad \dots\dots\dots (16)$$

で表されるものと仮定する。 c_f は動的な流量係数を表す。放水流量の変化はさらに貯水池内の流体圧力を変化させる。その変動水圧 P_r は、

$$\begin{aligned} P_r(X, Y; T) = & -\frac{2}{\pi} \frac{q}{d_r} \rho g \int_0^\infty \left\{ \frac{1}{S^2} + 2 \sum_{n=1}^\infty \frac{\cos(n\pi/\beta^*)}{S^2 + (n\pi/d_r)^2} \right\} \\ & \times \frac{\cosh\{S(Y+d_r)\}}{\cosh(Sd_r)} S \tanh(Sd_r) \cos(SX) dS \\ & \times \int_0^T Y_c(\bar{\tau}) \exp\left\{-\frac{\bar{\mu}(T-\bar{\tau})}{2}\right\} \cos \Phi_0(S) \end{aligned}$$

$$\times (T - \bar{\tau}) d\bar{\tau} \dots\dots\dots (17)$$

で表される⁽⁹⁾⁽¹⁴⁾。さらに、ゲートが上下に動くと、ゲート真下の水は押されたり引込まれたりするので、その変動水圧を $P_{ivb}(W; T)$ で表す。ただし、ここでは、 $P_{ivb}(W; T)$ は実験から得られる圧力を指す。

ここで以下のような無次元変数を導入する。

$$\left. \begin{aligned} x &\equiv X/d_0, \quad x_c \equiv X_c/\bar{X}_c, \quad y \equiv Y/d_0, \quad y_c \equiv Y_c/\bar{Y}_c \\ t &\equiv \Omega_{0x} T, \quad \tau \equiv \Omega_{0x} \bar{\tau}, \quad \mu \equiv \bar{\mu}/\Omega_{0x} \\ s &\equiv d_0 S, \quad w \equiv W/d_0, \quad w_0 \equiv W_0/d_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

$\bar{X}_c$ と $\bar{Y}_c$ はゲート中央部の振動振幅の代表値、 Ω_{0x} はゲートの水平方向の固有振動数 rad/s を示す。無次元化のための長さの代表量がゲート下端の水深 d_0 であり、時間の代表量が $1/\Omega_{0x}$ である。式(12)、(17)および P_{ivb} の各流体圧力に関しても、以下のように無次元化する。

$$\left. \begin{aligned} p_b(x, y; t) &\equiv \frac{P_b(X, Y; T)}{\rho g \bar{X}_c \sin\left\{\left(\frac{Z}{L} + \frac{1}{2}\right)\pi\right\}} \\ p_r(x, y; t) &\equiv \frac{P_r(X, Y; T)}{\sqrt{2} c_f \rho g \bar{Y}_c \sin\left\{\left(\frac{Z}{L} + \frac{1}{2}\right)\pi\right\}} \\ p_{ivb}(w; t) &\equiv \frac{P_{ivb}(W; T)}{\rho g \bar{Y}_c \sin\left\{\left(\frac{Z}{L} + \frac{1}{2}\right)\pi\right\}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

無次元化の代表量はそれぞれの振動振幅に相当した水頭である。以上のような無次元化を行うと式(12)、(17)で表された流体圧力はそれぞれ次のような無次元形に整理できる。

$$\begin{aligned} p_b(x, y; t) &= \int_0^\infty A_b(x, y; s) ds \left[x_c(t) - \frac{\phi_{0x}(s)}{F_{0x}} \int_0^t x_c(\tau) \right. \\ &\quad \times \exp\left\{-\frac{\mu(t-\tau)}{2}\right\} \sin \frac{\phi_{0x}(s)}{F_{0x}} (t-\tau) d\tau \Big] \end{aligned} \dots\dots\dots (20 \cdot a)$$

$$\begin{aligned} p_r(x, y; t) &= -\frac{1}{F_{0x}} \int_0^\infty A_r(x, y; s) ds \int_0^t y_c(\tau) \\ &\quad \times \exp\left\{-\frac{\mu(t-\tau)}{2}\right\} \cos \frac{\phi_{0x}(s)}{F_{0x}} (t-\tau) d\tau \end{aligned} \dots\dots\dots (20 \cdot b)$$

ただし、上式に含まれる関数 $A_b(x, y; s)$ 、 $A_r(x, y; s)$ 、 $\phi_{0x}(s)$ と、基礎フルード数 F_{0x} はそれぞれ次式で与えられる。

$$\begin{aligned} A_b(x, y; s) &= \frac{2}{\pi} \left\{ \frac{1/\beta^*}{s^2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^\infty \frac{1}{n} \frac{\cos(n\pi/\beta^*)}{s^2 + (n\pi/\beta^*)^2} \right\} \\ &\quad \times \frac{\cosh\{s(y + \beta^*)\}}{\cosh(s\beta^*)} s \tanh(s\beta^*) \cos(sx) \end{aligned} \dots\dots\dots (21 \cdot a)$$

$$\begin{aligned} A_r(x, y; s) &= \frac{2}{\pi} \frac{1}{\beta^*} \left\{ \frac{1}{s^2} + 2 \sum_{n=1}^\infty \frac{\cos(n\pi/\beta^*)}{s^2 + (n\pi/\beta^*)^2} \right\} \\ &\quad \times \frac{\cosh\{s(y + \beta^*)\}}{\cosh(s\beta^*)} s \tanh(s\beta^*) \cos(sx) \end{aligned} \dots\dots\dots (21 \cdot b)$$

$$\phi_{0x}(s) = \sqrt{s \tanh(s\beta^*) - F_{0x}^2 \mu^2 / 4} \dots\dots\dots (22)$$

$$F_{0x} = \sqrt{d_0/g} \Omega_{0x} \dots\dots\dots (23)$$

3・2 流体関連振動を支配する運動方程式 ゲート前面に働く流体力の水平方向成分は、ゲートの接水面 ($X=0$) における流体圧力 $P_r(0, Y; T)$ と $P_b(0, Y; T)$ を、放水口 ($Y=-d_0$) から水面 ($Y=0$) まで積分することによって得られる。一方、傾斜面に働く流体力の上方方向の成分は、傾斜面の深さに対応する流体圧力 $P_r(0, Y; T)$ と $P_b(0, Y; T)$ および $P_{ivb}(W; T)$ を、傾斜面の後方 ($W=0$) から前縁部 ($W=W_0$) まで積分することによって得られる。ただし、傾斜面ではゲート後方から前縁部に移るに従って水深 Y が変化するので、 P_r と P_b の位置座標 Y を傾斜面の後端を基準とする位置座標 W の関数：

$$Y = -d_0 + W \tan \Theta \dots\dots\dots (24)$$

で変換する。ここでは、傾斜面の傾きが十分に小さい場合に限定しているので、上のような取扱いによって実用的な水圧の評価ができる。

上のように考えると、シェル形長径間ゲートの水平と上下の方向に関するたわみ振動を支配する運動方程式は次の形で与えられる。

水平方向：

$$\begin{aligned} -\frac{M}{L} \frac{\partial^2 X_G}{\partial T^2} - \frac{C_x}{L} \frac{\partial X_G}{\partial T} - EI_y \frac{\partial^4 X_G}{\partial Z^4} \\ - \int_{-d_0}^0 \{P_r(0, Y; T) + P_b(0, Y; T)\} dY = 0 \end{aligned} \dots\dots\dots (25 \cdot a)$$

上下方向：

$$\begin{aligned} -\frac{M}{L} \frac{\partial^2 Y_G}{\partial T^2} - \frac{C_y}{L} \frac{\partial Y_G}{\partial T} - EI_x \frac{\partial^4 Y_G}{\partial Z^4} \\ + \int_0^{w_0} \{P_r(0, -d_0 + W \tan \Theta; T) \\ + P_b(0, -d_0 + W \tan \Theta; T) \\ + P_{ivb}(W; T)\} dW = 0 \end{aligned} \dots\dots\dots (25 \cdot b)$$

M/L はゲートの単位長さ当たりの質量である。 C_x と C_y はゲートの機械的な粘性減衰係数、 I_x と I_y は慣性二次モーメント、 E はヤング率を表す。ここで、式(11)、(15)を上式に代入し、式(18)～(20)、(23)で定義した無次元量を用いて整理すると次式が得られる。

水平方向： $x'' + 2\zeta_{0x}x' + x_c$

$$+ \frac{a_{mx}}{F_{0x}^2} \int_{-1}^0 \{\sqrt{2} c_f p_r(0, y; t) + p_b(0, y; t)\} dy = 0 \dots\dots\dots (26 \cdot a)$$

Fig. 8 Representative added mass of water

$$\begin{aligned} \text{上下方向: } & y_c'' + 2\zeta_{0y}\gamma y_c' + \gamma^2 y_c \\ & - \frac{\alpha_{my}}{F_{0x}^2} \frac{1}{\varepsilon W_0^2} \int_0^{w_0} \{ \sqrt{2} c_f \varepsilon p_r(0, -1 + w \tan \theta; t) \\ & + p_b(0, -1 + w \tan \theta; t) + \varepsilon p_{ivb}(w, t) \} dw = 0 \end{aligned} \quad (26 \cdot b)$$

ただし, x_c と y_c のダッシュは無次元時間 t に関する微分を表す. ζ_{0x} と ζ_{0y} はゲートの機械的な粘性減衰比, γ は上下と水平の固有振動数の比:

$$\gamma = \Omega_{0y} / \Omega_{0x} \quad (27)$$

を表す. ε は, 上下と水平の振幅の比:

$$\varepsilon = \bar{Y}_c / \bar{X}_c \quad (28)$$

であり, α_{mx} と α_{my} は, それぞれ次式で定義される水とゲートの質量比:

$$\alpha_{mx} = \frac{\rho d_0^2}{M/L}, \alpha_{my} = \frac{\rho W_0^2}{M/L} \quad (29)$$

である. 上の第1式の分子(ρd_0^2)は, 図8に示す大きな正方形に含まれる単位奥行き当たりの水の質量を表す. 正方形の一辺はゲート下端の水深 d_0 である. 一方, 第2式の分子(ρW_0^2)は, 図8に破線で描いた小さな正方形に含まれる単位奥行き当たりの水の質量である. W_0 はゲートの傾斜面の水平距離である. 質量比はこれらの代表質量とゲートの単位長さ当たりの質量 (M/L) との比としてそれぞれ定義している. これら二つの質量比 α_{mx} と α_{my} の間には次の関係:

$$\alpha_{my} = \alpha_{mx} W_0^2 \quad (30)$$

がある.

導出された運動方程式(26)の流体項(第4項)は, 複雑な積分形で表されているが, その中の p_r に負性抵抗成分が含まれている. 具体的には, 式(26・b)によってゲートの水平振動 x_c に対する上下振動 y_c のレスポンスが支配され, ある適当な条件では, ゲートが下流側に動いたときにゲート開度が減少する「プレス・シャット形」になり, その結果, 式(26・a)に含まれる p_r の速度依存項が負になり, 自励振動を引起すことになる.

上記のような自励振動の詳しい特性は, 式(26)のような積分形では簡単に解けないため, それを加速度項と速度項の重合せの形で近似的に表すことにより, 流体作用を付加質量と流体発振・減衰の効果で評価し, 運動方程式を比較的簡単な形に整理する方法をとる⁽¹⁰⁾⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾. これによって自励振動の解を比較的容易に求めることができる.

4. 結 論

シェル形長径間ゲートの自励振動の特性を理論的に評価するため, ここではまず第一に, 傾斜面の角度が小さい場合には, 傾斜面に働く圧力を鉛直なせき板に働く圧力で評価しても実用上問題ないものと粗く予測し, それをモデル実験によって検証した. その結果, 上のような粗い予測がほぼ正しいことを確認することができた. ただ, ゲートが上下に動いたときに傾斜面が水を押しやり引込んだりすることに起因した圧力が無視できないと考えられた. その圧力が, 現段階では理論的に評価することが難しいので, ここでは当面得られた実験結果をそのまま用いることにした. ただし, この圧力の効果があまり重要でないことについては次報で議論する.

第二に, 長径間ゲートに関するこれまでの理論解析結果と実験での測定結果を用いて, シェル形長径間ゲートの微小な振動によって発生する流体圧力を算定し, 流体関連振動を支配する運動方程式を無次元形で導いた. その結果, 流体関連振動を支配する主要な無次元パラメータが,

- (1) 基礎フルード数 F_{0x}
- (2) 水とゲートの質量比 (α_{mx}, α_{my})
- (3) 傾斜面の角度 θ とその無次元水平距離 $w_0 (= W_0/d_0)$
- (4) 貯水池と放水口の水深比 $\beta^* (= d_r/d_0)$
- (5) 上下と水平の固有振動数の比 $\gamma (= \Omega_{0y}/\Omega_{0x})$
- (6) 振動系の機械的な粘性減衰比 (ζ_{0x}, ζ_{0y})

であることを明らかにすることができた.

導出された運動方程式の解に関する計算例は既に得られており, それがモデル実験の結果とよく合うことも確認している. これらについては, 次報で詳しく報告する.

(株)丸島アクアシステム, 成実哲郎氏, 松本征男氏から研究に着手する重要な手掛かりを得た. また, 理論解析やモデル実験および論文の作成に当たり, 吉岡秀和氏 [現: (株)オムロン勤務], 田中拓哉君 [大阪電気通信大学大学院・博士課程(前期)], 山本英央君 [大阪電気通信大学・工学部] に多大なご協力を頂いた.

た。ここに慎んで謝意を表す。

文 献

- (1) 石井徳章・岩尾憲孝・鈴木宏明, シェル形長径間ゲートの流体関連振動(第1報, アンダーフロータイプの基本的な自励振動特性), 機論, **56**-531, C(1990), 2880-2886.
- (2) 石井徳章, シェル形長径間ゲートの流体関連振動(第2報, アンダーフロータイプの基本的な自励振動特性に関する検討), 機論, **57**-533, C(1991), 35-41.
- (3) 石井徳章・中田亮生・野島貴彦, シェル形長径間ゲートの流体関連振動, 構造工学論文集, **38** A(1992), 837-850.
- (4) Ishii, N. and Knisely, C. W., Flow-Induced Vibration of Shell-Type Long-Span Gates, *J. Fluids Struct.*, **6**-6 (1992), 681-703.
- (5) Ishii, N., Knisely, C. W. and Nakata, A., Coupled-Mode Vibration of Gates with Simultaneous Over-and Underflow, *Fluids Struct.*, **8**-5 (1994), 455-469.
- (6) Nakata, A., Ishii, N., Knisely, C. W., Irie, K. and Moriya, Y., Effects of Weir Plate Inclination Angle on Flow-Induced Vibrations of Long-Span, Shell-Type Gates, *JSME Int. J.*, (1996), 203-211.
- (7) 石井徳章・中田亮生, 水理構造物の諸問題(シェル形長径間ゲートの流体関連振動), 日本風工学会誌, **59** (1994), 75-79.
- (8) Ishii, N., Knisely, C. W. and Nakata, A., Field Study of A Long-Span Shell-Type Gate Undergoing Flow-Induced Vibrations, *J. Fluid Struct.*, **9**-1 (1995), 19-41.
- (9) 石井徳章・Edward Naudascher・今市憲作, 長径間ゲートの流体関連振動(第1報, 運動方程式の導出), 機論, **53**-495, B(1987), 3267-3273.
- (10) 石井徳章・Edward Naudascher・今市憲作・佐柳恒久, 長径間ゲートの流体関連振動(第2報, 付加質量と流体減衰係数), 機論, **54**-504, B(1988), 1977-1984.
- (11) 石井徳章・今市憲作・Edward Naudascher・堀井大輔・芝田武弥, 長径間ゲートの流体関連振動(第3報, 付加質量と流体減衰係数の検証), 機論, **54**-507, B(1988), 3151-3156.
- (12) Ishii, N., Flow-Induced Vibration of Long-Span Gates (Verification of Added Mass and Fluid Damping), *JSME Int. J.*, Ser. II, **33**-4 (1990), 642-648.
- (13) 石井徳章, 長径間ゲートの流体関連振動(第4報, 振動数比と流体減衰比), 機論, **56**-531, C(1990), 2887-2892.
- (14) Ishii, N., Flow-Induced Vibration of Long-Span Gates (Part I: Model Development), *J. Fluids Struct.*, **6**-5 (1992), 539-562.
- (15) Ishii, N. and Nakata, A., Flow-Induced Flexural Vibration of Long-Span Gates (Vibration Frequency and Fluid-Excitation Ratios), *Proc. 6th Int. Conf. on Flow-Induced Vibration* (Imperial College, London, UK), (1995-4), 139-148.
- (16) 萩原国宏, シェル構造ローラーゲート3次元模型振動実験報告, 水門鉄管, **164**(1990), 88-91.
- (17) 萩原国宏・中川博次・上田幸彦, 長径間シェルローラーゲートの3次元模型実験, 構造工学論文集, **37** A(1991), 975-984.
- (18) Rayleigh, J. W. S., *The Theory of Sound*, 2(1945), 4-9, Dover Publication.
- (19) Rayleigh, J. W. S., The Form of Standing Waves on the Surface of Running Water, *Proc. London Math. Soc.*, **15**-69 (1883), 69-78.
- (20) Lamb, H., *Hydrodynamics*, (1932), 363-369, Cambridge University Press.
- (21) Lamb, H., On Deep-Water Waves, *Proc. London Math. Soc.*, Ser. 2, **2**-388 (1904), 371-400.