壁面の運動する狭さく管内の血流の数値シミュレーション*

石川 拓 司^{*1}, 大 島 修 造^{*2}, 山根 隆一郎^{*2}Numerical Simulation of Blood Flow through Stenosed Tube
with Moving Wall

Takuji ISHIKAWA, Shuzo OSHIMA and Ryuichiro YAMANE

It is well known that the fluid dynamics of arterial blood flow play an important role in arterial disease. The periodic blood flow through a stenosed tube with a moving wall is analyzed numerically. The Windkessel model is used to express arterial wall movement. A revised Casson model which is appropriate for numerical simulation is proposed as a constitutive equation of blood. The flow is assumed to be periodic, incompressible and axisymmetric. The influence of wall movement on flow through a stenosed tube is investigated. The flow pattern, separated region and the distributions of pressure and shear stress at the wall are obtained. The results show that the wall movement reduces the strength of vortex downstream of the stenosis and has considerable influence on the physical quantity of flow at the wall in one period. Therefore, it is concluded that the influence of wall movement should be taken into consideration for blood flow through a stenosed tube.

Key Words: Fluid Dynamics, Bio-Fluid Mechanics, Non-Newtonian Fluid, Pulsation, Numerical Analysis

1. 緒 論

血管での狭さくはしばしば動脈硬化症に起因して発生し、狭さく後部拡張や血栓の生成等の動脈疾患の原因となることが知られている。狭さくが血管内に存在すると正常な血流が妨げられ、これによる血流の乱れという流体力学的な要因が狭さく部での動脈疾患に重要な役割を果たすため、近年多くの機械工学者や医学研究者の関心を集めている⁽¹⁾。この狭さく部において局所的に動脈疾患が発生する原因や、狭さく自体の出現や成長の原因についてはこれまでさまざまな説が提唱されてきたが、いまだに決定的な説はなく狭さく管内の血流の解明が急がれている^{(2)~(6)}。著者らは、前報⁽⁷⁾において狭さく管内の血流に対する血液の非ニュートン性の影響について報告したが、本報では血管壁面の運動の影響について調べた。

動脈壁の変形挙動は、下に凸の非線形なヒステリシス弾性と変形挙動が時間に依存する粘性を有し、その半径は心臓の拍動一周期の間に5%程度変動することが知られている⁽⁸⁾⁽⁹⁾。動脈壁の非線形な変形を呈する

特性を表すため、内径と内圧の関係を表す式がこれまでに種々提案されており^{(10)~(12)}、それらを用いて動脈壁の受動的な運動を考慮した狭さく管内の流れの解析も行われている⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾。しかし、これらの解析は一次元モデルで行われているため、内部の流れ場まで計算したものは見当たらない。これに対し、内部の流れ場に注目した狭さく管内の脈動流に関する研究では^{(15)~(18)}、動脈壁の運動まで考慮したものはほとんど見当たらない。動脈壁ではなく、管壁の一部を能動的に運動させた研究としてRalphら⁽¹⁹⁾⁽²⁰⁾と中村ら⁽²¹⁾のものが挙げられるが、これらの研究では動脈壁の運動が流れに及ぼす影響には言及していない。このように、従来の狭さく管内の血流に関する研究では、大抵の場合動脈壁の運動を考慮せず、動脈を剛体管とみなし内部の流れを議論してきた。しかしながら、動脈の特性は動脈内の血流に著しい影響を及ぼすことが予想されるため、狭さく管内の流れを調べるうえで管壁運動の影響は無視できないと考えられる。

本論文では、血液の構成方程式としてCassonモデルを数値解析に有利な形に近似したものを用い、管壁は管軸に対し平行に動くときと近似し管壁の運動をWindkesselモデル⁽²²⁾を用いて表現する。そして、管壁を運動させて狭さく管内の血流の数値シミュレーショ

* 原稿受付 1996年4月22日。

^{*1} 学生員, 東京工業大学大学院(〒152 東京都目黒区大岡山2-12-1)。^{*2} 正員, 東京工業大学工学部。

ンを行い、流れに及ぼす壁面運動の影響を明らかにする。

おもな記号

- a : 直管部半径
 C : コンプライアンス
 e_{ij} : 変形速度テンソルの (i, j) 成分
 He : ヘッドストローム数 $\equiv \rho p_y a^2 / \mu^2$
 l : 狭さく部相対幅
 p_y : 降伏応力
 R : 抵抗
 Re : レイノルズ数 $\equiv 2\rho \bar{U} a / \mu$
 St : ストークス数 $\equiv \rho \omega a^2 / \mu$
 $\bar{U}$: 主流平均速度
 u : 管軸方向速度
 β : モデル定数
 δ : 狭さく部相対深さ
 μ : 粘度
 $\Pi = e_{ij} \cdot e_{ji}$
 ρ : 密度
 Ψ : 流れ関数
 Ω : 渦度
 ω : 角周波数

添 字

*: 有次元量を表す

2. 基礎方程式

2.1 支配方程式 流れを均質非圧縮性流体の軸対称流れと仮定する。そして代表長さを直管部半径 a^* とし、代表量として密度 ρ^* 、平均流速 $\bar{U}^*$ 、粘度 μ^* 、角速度 ω をとり $r = r^*/a^*$ 、 $u = u^*/\bar{U}^*$ 、 $t = \omega t^*$ 、 $p = (a^* p^*)/(\mu^* \bar{U}^*)$ のように無次元化を行うと、支配方程式は流れ関数と渦度を用いて以下のように表される。

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} = -r\Omega \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
 St \frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{Re}{2r} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial r} \frac{\partial \Omega}{\partial z} - \frac{\partial \Psi}{\partial z} \frac{\partial \Omega}{\partial r} + \frac{\Omega}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right) \\
 = \frac{\partial^2 \tau_{rr}}{\partial r \partial z} + \frac{\partial^2 \tau_{rz}}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \tau_{rz}}{\partial r^2} - \frac{\partial^2 \tau_{zz}}{\partial r \partial z} \\
 + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{rr}}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta\theta}}{\partial z} - \frac{\tau_{rz}}{r^2} \quad \dots (2)
 \end{aligned}$$

これらの式では、 Re 数 ($\equiv 2\rho \bar{U} a / \mu$)、脈動の効果を表す St 数 ($\equiv \rho \omega a^2 / \mu$)、塑性の効果を表す He 数 ($\equiv \rho p_y a^2 / \mu^2$) の三つの無次元数が影響をもつ。

2.2 血液の構成方程式 血液の構成方程式としては、次式で表される Casson の式が広く知られている。

$$\begin{cases} \sqrt{\tau} = \sqrt{p_y} + \sqrt{\mu \dot{\gamma}} & \tau \geq p_y \\ \dot{\gamma} = 0 & \tau < p_y \end{cases} \quad (3)$$

しかし、このモデルではせん断応力が降伏応力以下の領域でずり速度が零となり、せん断応力とずり速度が 1 対 1 で対応しないため、数値解析上著しい困難が生じる。そこで本解析ではこれらの難点を避けて三次元に拡張し、Casson モデルに近い以下の構成方程式を提案する。

$$\begin{aligned}
 \tau_{ij} = 2 \left[1 + \sqrt{\frac{2He}{Re \left(\sqrt{2|\Pi|} + \frac{2He}{Re\beta} \right)}} \right]^2 \cdot e_{ij} \\
 \Pi = e_{ij} \cdot e_{ji} \quad \dots (4)
 \end{aligned}$$

このモデルでは定数 $1/\beta$ の値がずり速度零での初期粘度を支配しており、この値を十分小さくすることにより Casson モデルにはやく漸近するため、Casson モデルを用いた解析結果とほとんど一致する結果を得ることができる。一方、 β をあまり小さくするとずり速度が低い領域で粘度が急変するため、解析時に数値的不安定を生じる恐れがある。

そこで、式(3)と式(4)を用いて直管内発達流の速度分布を求め、 β を変化させたときの速度分布の差を以下に示す ΔE で整理し、 β の最適値を求める。ただし、塑性をもつ流体の直管内発達流の速度分布は方程式を無次元化することにより He/Re という無次元数にのみ支配され、Casson モデルでは厳密解が存在する。

$$\Delta E = \int_0^1 (\{u\}_{\text{Casson}} - u)^2 dr \quad (5)$$

β を変化させたときの ΔE は図 1 に示すとおりであり、 He/Re の値が変化しても $\beta = 0.001 \sim 0.01$ の範囲では Casson モデルをよく近似できている。動脈内の He/Re の値の範囲は 0.1~1 程度と考えられるため、本解析では $\beta = 0.01$ と固定した。

次に式(4)の β を 0.01 とし、 He/Re を変化させたときの直管内発達流の速度分布と Casson モデルの速度分布とを比較し、 ΔE で整理した結果を図 2 に示す。図 2 から、式(4)が He/Re の広い範囲で Casson モデルを精度よく近似していることがわかる。

また、式(4)のせん断応力とずり速度の関係は一次元では図 3 のようになり、ずり速度が高くなるにつれ次第に Casson モデルに漸近している。

なお、本解析の狭さく管内流れに対するモデルの影響は 4.8 節で調べ、本モデルが Casson モデルとよく一致することを確認している。

2.3 管壁運動のモデル化 動脈壁の半径は心臓

Fig. 1 The optimum β Fig. 2 ΔE - He/Re line Fig. 3 τ - $\dot{\gamma}$ line

の拍動一周期の間に5%程度変動することが知られている⁽⁸⁾⁽⁹⁾。この変動はおもに血管内の圧力変動に起因するが、動脈内の圧波の波長は4~10 mと長い⁽⁸⁾ため、数 cm 程度の狭さく部の前後では圧波の遅れによる圧力差は小さい。また本解析で用いる狭さく深さ0.5の狭さく管では、狭さく部の流路断面積変化による圧力降下は血圧の振幅に対し2%程度と小さく、狭さく部に働く壁面せん断応力も1~2けた小さい値となるため管壁は管軸に対し平行に振動すると近似できる。

そこで本解析では、血液の体循環をモデル化したものとして広く知られる Windkessel モデル⁽²²⁾を用い、流量波形と管壁運動の関係をモデル化する。このモデルは本解析のように管入口部で流量波形を与える場合には都合がよく、管入口部で圧力波形を新たに指定することなく管壁の変形が計算でき、入口流量が零のときに出口部で逆流が生じるような非現実的な流れは起こらない。

Windkessel モデルは、動脈の容積コンプライアンス C と抵抗 R の二つの要素で記述され、大動脈から末しょうへ流れる血液が一時的に主幹動脈に蓄えられ、一定の様式で末しょうに送り出されるものである。このモデルでは、流入流量 q_{in} と内部圧力 p の間に以下の関係式が成り立つ。

$$C \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{p}{R} = q_{in} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで狭さく形状をガウス関数で与え、流入流量 q_{in} を狭さく管の入口流量 $\pi(1+\cos t)$ とし、計算領域の管軸方向長さを l_0 とすると、壁面形状 $G(t, z)$ は次式のようになる。ただし、 ϕ は流量波と圧力波の位相遅れである。

$$G(t, z) = \sqrt{1 + \frac{CR}{l_0 \sqrt{1 + \left(CR \frac{2St}{Re} \right)^2}} \cos(t - \phi)} - \delta \exp(cz^2) \quad \dots\dots\dots (7)$$

Fig. 4 Computational mesh

$$\tan \phi = \frac{2StCR}{Re} \quad \dots\dots\dots (8)$$

式(7)を用いると壁面は半径方向にのみ運動し、狭さく形状は時間的に変化せずねに管軸に対し平行となる。また、このモデルでは新しいパラメータとしてコンプライアンスと抵抗の積 CR がただ一つ現れ、この値が管壁の振幅と流量波と圧力波の位相遅れを支配することになる。

2.4 計算格子 計算では前報⁽⁷⁾とほぼ同様の狭さく管を対象とし、管壁の運動を新たに考慮した。流れは軸対称とし、管上半部の流れのみを考える。計算格子の形成には図4のような境界適合格子を用い、次式で与えられる変数 s を導入することにより独立変数を t, s, z に変換する⁽¹⁹⁾。

$$s = \frac{r}{G(t, z)} \quad \dots\dots\dots (9)$$

また、数値解析を計算空間で行うため以下に示す微分演算子を用いて支配方程式の座標変換を行う。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t} \\ \frac{\partial}{\partial r} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\partial s}{\partial t} & 0 \\ 0 & \frac{\partial s}{\partial r} & 0 \\ 0 & \frac{\partial s}{\partial z} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t} \\ \frac{\partial}{\partial s} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (10)$$

3. 解析方法および計算条件

式の離散化は空間方向に二次精度の中心差分、時間方向に一次精度の前進差分を用いた。そして式(1)を

SOR 法で、式(2)を Euler 陽スキームで解いた。

壁面では滑りなしとし、入口壁面の Ψ は流入流量の脈動を模擬するため次式で与えた。

$$\Psi = 0.5(1 + \cos t) \quad \dots\dots\dots (11)$$

壁面形状が時間的に変化すると、管の入口流量と出口流量が異なりその流量差分だけ流体が管内の空間に蓄えられる。そのため壁面上の Ψ は z 方向に分布をもつことになる。壁面 Ψ は、流れ関数の定義式より壁面の半径方向速度 v_w を用いて以下のように表され、この式を積分することで壁面の Ψ 分布が求められる。

$$v_w = -\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (12)$$

軸上では流れが軸対称であると仮定し、

$$\Psi = \Omega = 0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

とした。

流入部の条件は、計算領域内部からの一次外挿で次のように与えた。

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \Omega}{\partial z^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (14)$$

流出部の Ω は計算領域内部からの一次外挿で次のように与えた。

$$\frac{\partial^2 \Omega}{\partial z^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (15)$$

狭さく形状は相対深さ δ と相対幅 l がともに 0.5 となる値で固定し、計算領域は管軸方向に $-10 \leq z \leq 10$ の範囲とする。また、格子点数は計算精度に問題がないよう流れの条件により変化させるが、基本的な $Re = 200$, $He = St = 100$, $CR = 0$ の流れにおいては格子点数を数とおりに変えて計算を行い、格子点数が解析結果に影響を及ぼさない範囲として 25×125 とした。この格子数は Re 数に比例して増やし、 St 数により振動境界層の厚さが変わる場合には振動境界層の中に最低三つの格子点が含まれるよう変化させる。

脈動流の解析は流量が最大の時刻から始め、一周期ごとに流量最大の時刻での Ψ と Ω を用いそれらの相対誤差を求め、その値が以下の条件を満たしたとき収束したとみなし計算を終了した。

$$\max \left\{ \frac{1}{N} \sum \frac{\Psi^{n+1} - \Psi^n}{\Psi^n}, \frac{1}{N} \sum \frac{\Omega^{n+1} - \Omega^n}{\Omega^n} \right\} < 10^{-4} \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここで n は周期数を表す。

狭さくは大動脈内のさまざまな部位に現れるため、無次元数を大動脈内の値に近い範囲で変化させる必要がある。人体内の血流、血液の性状などを用いた無次元数の値はさまざまな報告がされており^{(23)~(25)}、大動脈においては $Re = 100 \sim 1000$, $He = 50 \sim 300$, $St = 10 \sim 200$ 程度であるため、本解析では解析範囲を $Re =$

Fig. 5 Inlet and outlet flow rate

200~400, $He = 0 \sim 200$, $St = 100 \sim 500$ とした。実際の動脈のコンプライアンス C と抵抗 R の値はこれまでに報告された例は見当たらず明らかでないが、本研究では $CR = 0 \sim 1$ の範囲に変化させて解析を行った。 $Re = 200$, $He = St = 100$ の条件下では、 $CR = 1.0$ における管壁半径の最大値は 1.018 であり、流量波と圧力波の位相遅れ ϕ は $\pi/4$ である。このときの狭さく管の入口部 ($z = -10$) と出口部 ($z = 10$) の流量波形は図 5 に示すようになり、出口部の流量波形は少しなだらかな形となる。

4. 解析結果および考察

4.1 流動状態の変化 まず始めに、 $Re = 200$, $He = St = 100$ の条件下の剛体管と壁面が運動する狭さく管 ($CR = 1.0$) 内の流線をそれぞれ図 6, 7 に示す。 $t = 0$ の入口流量が最大となる時刻では、壁面が運動する管内の渦のほうが弱く渦形状も円形からずれており、二つの渦に大きな違いが見られる。この原因としては、壁面のもつ Windkessel 作用により狭さく部付近の流量波形が二つの場合で異なることと、壁面が半径方向速度をもつため壁面近傍の管軸方向速度の遅い流体が渦に供給されることの二つが挙げられる。この条件下での壁面が運動する管の流量波形は、入口部 ($z = -10$) と出口部 ($z = 10$) とで図 5 に示すように変化し、剛体管に比べ狭さく部付近の流量変化が少なくなるため流量減少時の逆圧力こう配が小さくなり、結果として渦が弱くなると考えられる。また、管軸方向の逆圧力こう配は管軸方向の運動方程式より

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -St \frac{\partial u}{\partial t} - Re \left(v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} - \frac{\tau_{rz}}{r} - \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (17)$$

となり、剛体管内の流れでは半径方向速度が小さいため対流項の影響は比較的小さいが、壁面が運動する管内の流れでは剛体管に比べ半径方向速度が大きくなるため対流項の影響が顕著になると考えられる。

対流項において壁面速度 v_w を負とすると、連続の式より $\partial u / \partial z$ の半径方向の平均値は正となり、流れ

Fig. 6 Instantaneous stream lines (Rigid tube)

が z 軸の正方向であれば平均的には $u > 0$, $\partial u / \partial r < 0$ となるため、対流項は負の値となり、逆圧力こう配を弱める働きをされると考えられる。そのため、渦の強まる流量が少ない時刻に v_w の値が負となる Windkessel モデルでは対流項が逆圧力こう配を弱め、結果として渦が弱くなると考えられる。言い換えると、Windkessel モデルでは流量の少ない時刻に壁面近傍の運動量の小さい流体を主流に供給するような働きをもつため、主流はその流体により減速され、剛体管に比べ小さい逆圧力こう配でも流れの減速が実現できると考えられる。

図5の流量波形を見る限り $20a$ 程度の流路にしては流量波形が大きく変化しており、 $CR=1.0$ という値は実際のものより多少大きいことが推測される。しかしながら、流れに及ぼす壁面運動の影響は狭さく下流側のみならず流量変化の少ない上流側でも著しく、また一周期を通して強く現れることから、実際の狭さく管内の血流においても壁面の運動は少なからず流れに影響を及ぼすことが推測される。

Fig. 7 Instantaneous stream lines ($CR=1.0$)

Fig. 8 Vortex growth process (Effect of CR)

4.2 渦の強さと位置の時間変化 次に $Re=200$, $He=St=100$ の条件下で数値解析を行い、 CR の値を変化させたときの渦の強さと中心位置の時間変化を図8に示す。ただし渦の強さを壁面での逆流量で定義するため、計算上は z 座標一定の条件下で流路内の ψ

と壁面 ψ の差をとり、その値の計算領域内の最大値を渦の強さとし、その位置を渦の中心位置と定義する。渦の時間変化で結果を整理する利点は、一つの曲線で一周期の流れのパターンを表現できるため他の解析結果との比較が容易であること、渦の強さと位置からは離領域や壁面せん断応力などの壁面物理量が予測できること、物質拡散や管路内のずり速度などが推測できることが挙げられる。

図8において、図8中の番号0～9はその時刻 $t = n\pi/5$ の n を表しており、 CR の影響は渦の中心位置に対しては小さいが渦の強さに対しては大きく、 CR の増加に伴い渦は弱くなることがわかる。この原因としては、壁面のもつ Windkessel 作用により流量波形が変化することと、壁面が半径方向速度をもつため逆圧力こう配に対流項の影響が強く現れることの二つが考えられる。

そこでこの二つの影響を比較するため、 $CR=1.0$ の入口流量波形と出口流量波形を用いて剛体管内の流れの解析を行った結果を図9に示す。図9から、 $CR=1.0$ の出口流量を用いた剛体管内の流れでは、入口流量を用いた流れに比べ流量の振幅が小さいため渦が弱くなることがわかる。

ここで、Windkessel モデルでは流量の減少だけが渦の成長に影響を及ぼすと仮定すると、壁面の運動する $CR=1.0$ の流れでは渦周辺の流量がつねに入口流量と出口流量の間にあるため、渦の時間変化の曲線は剛体管の2曲線の間に挟まれることが予想される。しかし実際はそのとおりにならず、 $CR=1.0$ の渦は $t=2\pi/5$ 以降の流量減少時に出口流量を用いた剛体管の渦より弱くなり、渦の成長に及ぼす影響が流量の減少だけでは説明できないことがわかる。そのため、Windkessel モデルでは流量の少ない時刻に v_w の値が負

となるため逆圧力こう配が弱まり、この効果が渦を弱めていると考えられる。

4・3 壁面圧力と壁面せん断応力 図6,7で示した流れにおける壁面圧力分布をそれぞれ図10,11に示す。ただし、壁面圧力 ΔP は $z=-3$ を基準に取りそこからの差圧で表す。図10,11から、壁面運動により壁面圧力の振幅は大きくなり、入口流量が減速する $t=3\pi/5$ 付近の分布が二つの流れで大きく異なることがわかる。また、壁面が運動する流れでは剛体管に比べ渦が弱くなるため渦による局所的な圧力回復は小さくなり、狭さく下流部の壁面圧力分布がなだらかな形となる。

壁面せん断応力分布は図12,13に示すようになり、壁面運動により壁面せん断応力の振幅は小さくなり、入口流量が少ない時刻で二つの分布が大きく異なることがわかる。また、壁面が運動する流れでは渦が弱くなるため、壁面圧力と同様に渦による局所的な壁面せん断応力のピークは小さくなる。

4・4 はく離領域の時間変化 壁面ではく離の生じる領域の一周期間の時間変化と、これに及ぼす壁面運動の影響を図14に示す。図14中斜線で囲まれた領域が壁面で流れがはく離している領域であり、はく離

Fig. 9 Vortex growth process (Effect of flow rate)

Fig. 10 Wall pressure (Rigid tube)

Fig. 11 Wall pressure ($CR=1.0$)

Fig. 12 Wall shear stress (Rigid tube)

Fig. 13 Wall shear stress (CR=1.0)

Fig. 14 Change of separated region

Fig. 15 Vortex growth (Effect of St) Fig. 16 Effect of flow rate ($St=300$) Fig. 17 Vortex growth (Effect of Re)

点の判定基準は壁面せん断応力の符号が変わる位置とする。図 14 から、壁面の運動する $CR=1.0$ の流れにおいては狭さく部近傍ではく離が生じなくなり、壁面運動が狭さく部周辺の流れに大きな影響を与えていることがわかる。また、壁面運動により狭さく部上流側のはく離領域は小さくなるが、下流側のはく離領域の大きさはそれほど変化しない。この原因としては、図 7(a) の流線からもわかるとおり壁面運動の効果は渦を弱めるが、渦のサイズに及ぼす影響は小さいためはく離領域の面積はあまり変化しないと考えられる。

4・5 St 数の影響 次に、 $Re=200$, $He=100$, $St=300$ の条件下で数値解析を行い、 St 数が高い流れにおける壁面運動の影響を渦の強さと位置の時間変化で整理し、図 15 に示す。図 15 から、 St 数が高くて CR の影響は強く現れ、壁面運動の効果が一周期にわたり渦を弱めることがわかる。この原因には壁面のもつ Windkessel 作用により流量波形が変化することと、壁面が半径方向速度をもつため逆圧力こう配に対流項の影響が強く現れることの二つが考えられるが、 St 数の高い流れでは非定常項に対し慣性項の影響が微弱となるため、対流項の影響が現れにくくなると予想される。

そこでこの二つの影響を比較するため、図 9 と同様 $St=300$, $CR=1.0$ の流れの入口流量波形と出口流量波形を用いて剛体管内の流れの数値解析を行い、その結果を図 16 に示す。図 9 に示す $St=100$ の流れでは $CR=1.0$ の渦は流量減少時に出口流量を用いた剛体管の渦より弱くなるのに対し、図 16 に示す $St=300$ の流れでは $CR=1.0$ の渦強さは出口流量を用いた剛体管の渦より強くなっている。このため、 St 数の高い流れでは渦強さに対する慣性項の影響が現れにくいと考えられる。

4・6 Re 数の影響 流れに及ぼす壁面運動の影響はその発生機構より Re 数の高い流れにおいても顕著に現れることが予想されるため、 $Re=400$, $He=100$, $St=500$ の条件下で数値解析を行い、渦の時間変化を図 17 に示す。ここで St 数を 500 としたのは、 Re 数が 400 になると渦の移動速度が速くなるため、 St 数を上げて渦が計算領域から流れ去ることを防ぐためである。図 17 から、 Re 数が高くて渦の成長に対する壁面運動の影響は強く現れ、これまでと同様に壁面運動が渦を弱めることが確認できる。

4・7 He 数の影響 最後に、壁面が運動する狭さく管内の流れにおいても血液の非ニュートン性の影響

Fig. 18 Vortex growth (Effect of He)

が現れるか確かめるため、ニュートン流体と非ニュートン流体を用いて $Re=200$, $St=500$, $CR=1.0$ の条件下で数値解析を行い、その結果を図 18 に示す。図 18 から、壁面が運動しても血液の非ニュートン性の影響は強く現れ、 He 数の増加に伴い渦は弱くなることが確かめられる。この原因としては、式(4)で表される流体モデルは必ず速度が大きくてもニュートン流体に比べ大きな見掛けの粘度をもつため、壁面近傍の流れのよどんだ領域が小さくなると予想される壁面の運動する管内においても、血液の非ニュートン性の影響は強く現れると考えられる。

4・8 流体モデルの影響 本解析では降伏点をもつ Casson モデル [式(3)] を用いた計算は行っていないため、ここで Casson モデルと式(4)の流体モデルによる狭さく管内の流れの違いを整理しておく。Casson モデルは式(4)において $\beta \rightarrow 0$ と極限を取ったものである。このため、 β の値を零に近づけるほど Casson 流体に近いといえることができる。そこで β を零に近づけて狭さく管内定常流の数値解析を行い、渦の強さと中心位置の結果を図 19 に示す。図 19 から、 β の減少に伴い渦の強さと中心位置に及ぼす β の影響は弱くなることがわかる。この原因としては、 β の値がある程度小さくなると β はせん断応力の小さい領域の微小な速度にしか影響を及ぼさなくなり、流れ場全体に及ぼす影響は小さくなることが考えられる。そのため、本解析のように $\beta=0.01$ と比較的小さい値を用いていけば、Casson 流体と式(4)のモデルの違いは顕著に現れないと考えられる。

5. 結 論

血管壁の挙動をよく表す Windkessel モデルを用い、管壁の運動する狭さく管内の血流の数値解析を行い、以下の結論を得た。

(1) 壁面が運動する狭さく管内の流れは剛体管内

Fig. 19 Strength of vortex and its center position

の流れと大きく異なり、 CR が大きくなるほど渦は弱くなる。渦の弱まる原因としては、壁面のもつ Windkessel 作用により流量波形が変化することと、壁面が半径方向速度をもつため逆圧力こう配に対流項の影響が強く現れることの二つが考えられる。

(2) CR の増加に伴い壁面圧力の一周期間の振幅は大きくなり、壁面せん断応力の振幅は小さくなる。また、はく離領域は狭くなる。

(3) 壁面の運動は Re 数、 He 数、 St 数によらずすべての流れに大きな影響を及ぼし、この効果は一周期を通して現れる。

(4) 以上より、実際の動脈内の血流においては管壁の運動が流れに及ぼす影響は顕著であり、流れに対する壁面運動の影響を無視できないと考えられる。

文 献

- (1) Lighthill, M. J., *J. Fluid Mech.*, **52** (1972), 475-497.
- (2) Dobrin, P. B., *Surgery*, **172** (1991), 503-508.
- (3) Ross, R. and Glomset, J. A., *New Eng. J. Med.*, **295** (1976), 369-377.
- (4) Fry, D. L., *Atherogenesis: Initiating Factors*, (1973), 93-125, Elsevier, Amsterdam.
- (5) Nerem, R. M. and Cornhill, J. F., *J. Biomech. Eng.*, **102** (1980), 181-189.
- (6) Gessner, F. B., *Cir. Res.*, **33** (1973), 259-266.
- (7) 石川拓司・ほか2名, 機論, **62**-600, B (1996), 2957-2964.
- (8) Attinger, E. O., ほか3名, *Biorheology*, **4** (1967), 84.
- (9) Peterson, L. H., *Physiol. Rev.*, **42** (1962), 309-325.
- (10) 佐藤正明・大島宣雄, 医用電子と生体工学, **23** (1985), 484-491.
- (11) 林紘三郎, 機械の研究, **27** (1975), 855.
- (12) Hayashi, K., ほか5名, *Biorheology*, **17** (1980), 211-218.
- (13) Downing, J. M. and Ku, D. N., *BED, Adv. Bioeng. ASME*, **26** (1993), 137-140.
- (14) Siebes, M., *BED, Adv. Bioeng. ASME*, **20** (1991), 345-348.
- (15) Azuma, T. and Fukushima, T., *Biorheology*, **13** (1976), 337-355.
- (16) Daly, B. J., *J. Biomech.*, **9** (1976), 465-475.
- (17) O'Brien, V. and Ehrlich, L. W., *J. Biomech.*, **18** (1985), 117-127.
- (18) Tutty, O. R., *J. Biomech. Eng.*, **114** (1992), 50-54.

- (19) Ralph, M. E. and Pedley, T. J., *J. Fluid Mech.*, **190** (1988), 87-112.
- (20) Ralph, M. E. and Pedley, T. J., *J. Fluid Eng.*, **112** (1990), 468-475.
- (21) 中村雅英・ほか2名, 機論, **59**-567, B (1993), 3308-3312.
- (22) Fung, Y. C., *Biomechanics*, (1990), 162-165, Springer-Verlag.
- (23) 大島宣雄, ながれ, **14** (1995), 5-9.
- (24) Fukushima, T., ほか2名, *J. Biomech. Eng.*, **104** (1982), 143-147.
- (25) 松信八十男, ながれ, **12** (1993), 6-10.
-